

А.Н. Панченков ЭНТРОПИЯ: 2

А.Н. Панченков

А.Н. Панченков

ЭНТРОПИЯ
2

ЭНГРОПИЯ: 2

А.Н. Панченков

А.Н. Панченков

ЭНТРОПИЯ-2:

ХАОТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*З власної бібліотеки
професора НАУ
КАСЬЯНОВА В.О.*

Издательство общества "Интелсервис"
Нижний Новгород 2002

Панченков А.Н. Энтропия-2: Хаотическая механика – Н.Новгород:
Издательство общества "Интелсервис", ГУП "МПИК", 2002. – 713 с.

Книга посвящена основному разделу энтропийной концептуальной модели Вселенной и окружающей действительности: хаотической механике, теории экстремального пограничного слоя. В центре внимания находится проблема "структура и хаос": возникновение, функционирование и разрушение структур в хаосе. Объектом хаотической механики выступает экстремальный пограничный слой — энтропийное многообразие, на котором поддерживается хаотическое состояние и возникают либо разрушаются разнообразные сущности и структуры. Символьный вывод и инструментальные средства монографии основаны на оригинальных теориях, постулатах, гипотезах и идеях автора: теории предельной корректности, теории энтропии, принципе максимума энтропии, принципе предельной некорректности, некорректных экстремальных задачах, теории потенциала ускорений. Содержит развитие теории и завершение обоснования введенного автором общего вариационного принципа естествознания — принципа максимума энтропии. Ключевое место занимает теория энтропийного времени; здесь автором открыт смысл структурной энтропии как энтропийного времени и установлена ее изначальная принадлежность не конфигурационному, а темпоральному пространству. Большое место отведено новой теории турбулентности. В этой теории причина турбулентности обязана прекращению существования ламинарного потока; при этом средой обитания турбулентности является комплексное фазовое пространство, в состоянии параметризовано комплексным временем.

Самостоятельные разделы и главы посвящены теории диффузии, внутреннему времени и калибровочному хаосу, двойственности описания, теории полей и потоков инерции, слабому экстремальному пограничному слою (ЭПС), нормальному ЭПС, уникальному ЭПС, гравитации, феноменологии хаотической механики, классификации. Символьный вывод энтропийного описания обладает отличительными чертами: концепция и методология предельной корректности, комплексные пространства и комплексное время, энтропийные многообразия и развитый геометрический способ описания, потенциал ускорения, энтропийное время и темпоральные пространства, экстремальный пограничный слой, энтропийная непрерывная группа, принцип максимума энтропии, симметрии и инварианты. Концептуальная модель хаотической механики реализована в виде Два-Мира, состоящего из Энтропийного Мира и Физического Мира. Энтропийный Мир включает в себя энтропийные поля, потоки, структуры, в том числе поля и потоки инерции, а также важный предмет естествознания — тонкоматериальные сущности. В монографии разработан альтернативный способ описания Природы; при этом больше внимание уделено сопоставительному анализу новых концепций, методологий, теорий с известными физическими теориями и теориями хаоса и самоорганизации. Сформирован список самостоятельных физических полей, включающий: гравитационные, электромагнитные, ламинарные гидродинамические, турбулентные гидродинамические, диффузионные поля, поля инерции, слабые ядерные и сильные ядерные поля. Изучен ряд проблем Физического Вакуума и тонкоматериальных полей. Теория экстремального пограничного слоя обладает вселенской общностью и применима для исследования разнообразных естественных, социальных, психофизических и технических проблем. Является самостоятельным продолжением монографии "Энтропия".

Книга предназначена для естествоиспытателей и читателей, интересующихся проблемами естествознания и формирования парадигмы естествознания XXI века. Объем 713 стр.



[Handwritten signature]

Предисловие

Я решил начать с напоминания о том, что в конце 1999 года в Нижнем Новгороде издательством "Интелсервис" была издана моя монография "Энтропия". Эта книга содержит новую концептуальную модель, методологию, теорию и методы описания Вселенной и окружающей нас Действительности. Тесно примыкающая к моей книге "Энтропия", монография "Энтропия-2" посвящена основному разделу энтропийной концептуальной модели Природы — экстремальному пограничному слою. Составляющая предмет монографии "Энтропия-2", теория экстремального пограничного слоя приобрела здесь вид новой самостоятельной теории — хаотической механики.

В результате, моя новая монография стала обладать двумя характерными свойствами: преемственностью и самостоятельностью. Прежде всего, эту книгу следует рассматривать как продолжение книги "Энтропия", но, с другой стороны, она содержит самостоятельную теорию — хаотическую механику (теорию экстремального пограничного слоя).

Следует обратить внимание читателя на важную деталь: содержащаяся в двух моих книгах "Энтропия" и "Энтропия-2" энтропийное описание является, в определенном смысле, альтернативным известному физическому описанию.

Отсюда дедуктивная логика моей теории энтропии, и в частности, теории экстремального пограничного слоя, в значительной мере противоположна логике классической физики. Я на все смотрю глазами естествоиспытателя, находящегося внутри экстремального пограничного слоя, а классическая физика — глазами естествоиспытателя, уютно разместившегося на Гильбертовом поле. Здесь надо знать то, что инструментальные средства двух монографий, составляя единое целое, самодостаточны для исследования разнообразных проблем естествознания. В центре внимания книги "Энтропия-2" находится проблема "структура и хаос": возникновение, функционирование и разрушение структур в хаосе. Объектом хаотической механики выступает экстремальный пограничный слой — энтропийное многообразие, на котором поддерживается хаотическое состояние и возникают, либо разрушаются разнообразные сущности и структуры. Из числа многочисленных задач и проблем книги я решил назвать и кратко обсудить в предисловии две проблемы:

1. Энтропийное время.
2. Турбулентность.

В монографии "Энтропия-2" одно из центральных мест занимает проблема внутреннего времени и ключевым фундаменталь-

ным результатом здесь является открытие Энтропийного Времени. Этот факт имеет формулировку: "структурная энтропия — это Энтропийное Время".

Можно сказать, что установление смысла структурной энтропии открыло одну из Великих тайн Мироздания.

Вопрос "Что такое энтропия?" волновал естествоиспытателей более ста пятидесяти лет; этот же вопрос я последовательно изучал в книге "Энтропия", но завершающий точный ответ я получил только в конце настоящей монографии, как итоговый результат изложенной в ней теории экстремального пограничного слоя. Открытие Энтропийного Времени привело меня к концептуальной модели хаотической механики в виде Два-Мира, состоящего из Энтропийного Мира и Физического Мира. Энтропийный Мир включает в себя энтропийные поля, потоки, структуры, в том числе поля и потоки инерции, а также важный, бурно развивающийся актуальный предмет естествознания — тонкоматериальные сущности (включая эфир).

Одним из обязательных, центральных разделов хаотической механики является турбулентность; я рассматриваю турбулентность как самостоятельный вид хаоса. И этому виду хаоса я посвятил большой самостоятельный раздел книги, включив в него новую теорию турбулентности.

Моя теория турбулентности имеет ряд принципиальных отличий от известных теорий, одно из которых следующее.

Обычно явление турбулентности связывают с потерей устойчивости ламинарного движения; в своей теории я принял другую гипотезу, никак не связанную с потерей устойчивости ламинарного движения. В моей гипотезе причина турбулентности кроется в разрушении (прекращении существования) ламинарного потока. Таким образом, причина турбулентности обязана прекращению существования ламинарного потока; при этом это явление прямо не связано с устойчивостью движения жидкости. Полезно уже в предисловии озвучить важную деталь: основные события и действия монографии происходят в комплексных пространствах с комплексными временами. Переход к комплексным геометрическим объектам и комплексным временам оказался чрезвычайно важным и эффективным шагом, особенно в методологическом плане. Например, в проблеме турбулентности комплексное фазовое пространство является естественной средой обитания турбулентности. Оказалось, что комплексное фазовое пространство является средой обитания турбулентных потоков, а вещественное фазовое пространство — средой обитания ламинарных потоков.

При развитии и изучении энтропии надо учитывать следующие важные факты:

1. Все компоненты хаотической механики: концепция, мето-

дология и инструментальные средства, опираются на мою известную теорию предельной корректности, поэтому истоки предмета настоящей книги расположены в моей книге "Основы теории предельной корректности" (М. Наука. 1976 г.).

2. В моих монографиях "Энтропия" и "Энтропия-2" реализован аксиоматический метод, опирающийся на принцип максимума энтропии Панченкова.
3. Хаотическая механика представляет сложное и эффективное сочетание двух философических категорий: "длительность" и "протяженность".
4. Символьный вывод монографий "Энтропия" и "Энтропия-2" широко использует геометрический язык и геометрические методы. При этом базовыми геометрическими объектами являются энтропийные многообразия. В связи с этим, в некотором узком смысле, хаотическую механику можно интерпретировать как теорию хаоса на энтропийных многообразиях.

Так как и в "Энтропии" концептуальная модель, методология, теория и инструментальные средства монографии "Энтропия-2" разработаны на основе моих многолетних собственных исследований, поэтому я мало использую по тексту ссылки на работы других авторов; их обилие внесло бы дополнительные затруднения в восприятии хаотической механики — теории экстремального пограничного слоя, и ухудшило текст.

Достаточно большой список литературы преследует другую цель: это самостоятельный научный продукт, содержащий важные и полезные библиографические сведения, практически для каждого читателя настоящей книги.

Перехожу к персоналии.

Я очень признателен своим ученикам, проживающим в Киеве, Иркутске и Нижнем Новгороде, оказавшим мне большую помощь в осуществлении настоящего издания.

Особую благодарность и признательность выражаю своим друзьям и ученикам Мирославе Борисюк и Алексею Данееву, которые оказывали и оказывают мне важную и бесценную помощь на всех этапах работы, начиная с момента издания книги "Энтропия" (1999 г.).

Я искренне благодарен молодому предпринимателю Андрею Чеснокову, оплатившему все расходы по редакционной подготовке рукописи и созданию компьютерного текста монографии.

Искреннее чувство признательности я от души выражаю Ташилиной Людмиле, прекрасно выполнившей компьютерный набор текста книги.

Я признателен своему ученику Сергею Подковырину, взявшего на себя труд по подготовке оригинал-макета монографии.

Слова и чувства благодарности я выражаю Александру Игнатьеву за разнообразную и большую помощь в реализации крупного проекта — издании монографии "Энтропия-2".

г. Н.Новгород
март 2002

Анатолий Панченков

Основные символы

H_f	– энтропия
H_q	– структурная энтропия
H_p	– энтропия импульса
H_3	– замороженная энтропия
q	– обобщенная координата
p	– обобщенный импульс
Ω	– фазовое пространство
Ω_q	– конфигурационное пространство
Ω_p	– пространство импульса
\mathcal{E}	– энтропийное многообразие
\mathcal{E}_q	– подмногообразие энтропийного многообразия
\mathcal{E}_p	– подмногообразие энтропийного многообразия
M	– соленоидальное многообразие
M	– мера Лебега
Π	– многообразие потенциала ускорений
Γ	– Гильбертово поле
N	– градиентное многообразие
D	– многообразие потенциала скоростей
D_s	– диффузионное поле
Θ	– потенциал ускорений
H	– функция Гамильтона (гамильтониан)
Ψ	– потенциал импульса
Φ	– потенциал скоростей
G	– функция тока
D	– диссипативная функция
A	– векторное поле $A = \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t}$
T	– энергия импульса
$\Pi = \Pi(q, t)$	– внешнее поле (потенциальная энергия)
ρ	– плотность виртуальной сплошной среды
η	– плотность виртуальной сплошной

	среды конфигурационного пространства
ϖ	– плотность виртуальной сплошной среды пространства импульса
$\{m, M\}$	– масса виртуальной сплошной среды
m_q	– масса виртуальной сплошной среды конфигурационного пространства
m_p	– масса виртуальной сплошной среды пространства импульса
Λ	– матрица плотности импульса
$Sp\Lambda$	– след матрицы плотности импульса
$\{\sigma, \sigma_1\}$	– дивергентные инварианты
V	– фазовый объем
V_q	– объем конфигурационного пространства
V_p	– объем пространства импульса
E	– единичная диагональная матрица
$\{t, t'\}$	– вещественное время
s	– энтропийное время
z	– комплексное астрономическое время
t_0	– малое характерное время
T	– большое характерное время
ε	– $\begin{cases} \text{калибровочный радиус} \\ \text{малый параметр} \end{cases}$
Σ	– характеристическая поверхность
S	– виртуальная сплошная среда
J	– временной интервал
σJ	– малый временной интервал
L	– функция Лагранжа (лагранжиан)
\mathcal{L}_s	– подмногообразие многообразия потенциала ускорений
$\xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Bigg\}$	– кососимметрическая метрика
$\xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Bigg\}$	
$\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	– псевдоевклидова метрика

$\mathcal{E}(M_0)$	– шкала сравнения
$\{\sigma_\alpha(\varepsilon)\}$	– шкала сравнения
c	– скорость света
$(a b)_{\mathbb{C}^n}$	– скалярное произведение в комплексном евклидовом пространстве
$(a b)$	– скалярное произведение в евклидовом пространстве
$\langle f \varphi\rangle$	→ распределение
φ	– пробная функция
\mathbb{R}^n	– n - мерное евклидово пространство
\mathbb{R}_n	– сопряженное n - мерное евклидово пространство
$\mathbb{R}_{n,1}^{n+1}$	– пространство Минковского
$\mathbb{R}_{n+1}^{n,1}$	– сопряженное пространство Минковского
\mathbb{C}^n	– n - мерное комплексное евклидово пространство
\mathbb{C}_n	– сопряженное n - мерное комплексное евклидово пространство
$\mathbb{C}_{n,1}^{n+1}$	– комплексное пространство Минковского
$\mathbb{C}^n(\Omega)$	– пространство функций, непрерывных вместе со своими n - производными
$\mathbb{C}_0^n(\Omega)$	– пространство финитных функций, вместе со своими n - производными
$\mathcal{D}'(S)$	– пространство распределений
$\mathcal{D}(S)$	– пространство пробных функций
$\mathcal{P}'(S)$	– пространство ортогональных распределений
∇	– оператор градиента
Δ	– оператор Лапласа
\square	– оператор Даламбера
∂_k	– конгруэнция энтропийного многообразия
v	– генератор энтропийной группы

y	– вектор длительности
D_y	– нормальное энтропийное многообразие
\mathcal{E}_y	– энтропийное многообразие темпорального пространства
Ω_y	– темпоральное пространство
$\hat{\Omega}_y$	– расширенное темпоральное пространство

Пролог

Содержание

§1. Введение	15
§2. Постулаты естествознания	18
§3. Объект исследования	18
§4. Принцип максимума энтропии	19
§5. Что такое энтропия	20
§6. Двойственность представления энтропии	22
§7. Энтропийные многообразия	26
§8. Универсум	33
§9. Истоки	35
§10. История экстремального пограничного слоя	36

§ 1. Введение

И. В конце XX века в центре внимания естествоиспытателей стали две проблемы:

1. Итоги развития естествознания за XX век.
2. Прогноз развития естествознания в XXI веке.

Я не мог остаться в стороне от этих ключевых проблем; именно глубокая внутренняя потребность в собственном их решении и привела меня к обстоятельной разработке проблемы энтропии. В конце 1999 года в Нижнем Новгороде издательством "Интелсервис" была издана монография профессора Панченкова А.Н. "Энтропия". Эта книга содержит новую концептуальную модель, методологию, теорию и методы описания Вселенной и окружающей нас Действительности. Объектом концептуальной модели и теории автора выступает виртуальная сплошная среда, мерой совершенства которой является новая энтропия.

В основе исследования лежит открытый автором наиболее общий вариационный принцип естествознания — принцип максимума энтропии. Базовой структурой теории и математической техники является потенциал ускорений. Одна из главных проблем монографии — проблема возникновения и существования структур в естественной либо искусственной проблемно-ориентированной сплошной среде.

Материалы книги представляют наиболее общий взгляд на современное состояние теоретического естествознания и являются

итоговым документом конца XX века и парадигмой естествознания XXI века. Здесь содержится подробное изложение оригинальной современной теории энтропии. Теория новой энтропии и инструментальные средства применимы для исследования разнообразных естественных, биологических, социальных, технических, транспортных проблем — от психофизики и Физического Вакуума до сложных систем экологического мониторинга. Самостоятельные разделы посвящены новой энтропии, теориям мониторинга, потенциала ускорений, релятивистской сплошной среды, диссипации и семантике энтропии.

Концептуальную целостность поддерживают шесть симметрий: глобальная симметрия (закон сохранения энтропии), двойственность, дивергентная симметрия, калибровочная симметрия, циклическая симметрия, локальная калибровочная симметрия.

Подробно исследуется взаимодействие новой теории автора с механикой, электродинамикой, квантовой механикой, теорией относительности, теорией информации, синергетикой и теорией самоорганизации.

II. Необходимое условие прогнозирования науки XXI века — наличие парадигмы естествознания. И здесь главный вывод сводится к тому, что перед лицом новых фактов, в большей мере обязанных проблеме сознания и физического мира, в рамках существующей концептуальной модели и методологии мы не готовы и не можем решить главные научные проблемы естествознания XXI века. Поэтому на передний план выступила проблема создания новой концептуальной модели, методологии и математической технологии, удовлетворяющих по крайней мере четырем основным требованиям:

1. Новое понимание реальности.
2. Общность.
3. Непротиворечивость.
4. Конструктивизм.

В науке XXI века при оценке достоверности научных истин следует исходить из нового современного взгляда на реальность, значительно более широкого и общего, чем взгляд, отождествляющий реальность с материальностью. Современный взгляд на реальность снимает и отвергает противопоставления материального и идеального, материи и сознания, науки и религии. Черты новой реальности обнаруживаются практически во всех разделах современных научных исследований, но наиболее выпукло в психофизике.

Источником известных парадоксов психофизики является то, что в существующей модели Мира сознание и материя — автономные сущности; в связи с чем и возникла проблема создания всеобъемлющей модели Мира, в которой на некотором глубинном уровне материя и сознание составляют единство. Именно этот глубинный уровень, на котором сознание и материя являются

сущностями единой концептуальной модели, и определяет онтологию, задающую новое понимание реальности.

Как известно, ряд парадоксов психофизики содержатся в психофеноменах; но по мнению Джана и Дюнне прямое использование современной физической теории не имеет особых шансов на объяснение пси-феноменов. Для этого необходима смена исследовательской парадигмы. Большая группа ученых создание новых парадигм естествознания связывают с существованием общей физической сущности, не имеющей в настоящее время концептуального оформления.

III. Цель монографии — разработка концепции, методологии, теории и математической технологии исследования разнообразных проблем Вселенной и окружающей нас Действительности: естественных, биологических, социальных, технических, от Физического Вакуума до мониторинга сложных экологических систем.

Монография представляет опыт изучения разнообразных проблем с единой позиции.

Материалы монографии представляют наиболее общий взгляд исследователя на современное состояние естествознания и, по сути, являются итоговым документом, содержащим сопоставительный анализ основных научных результатов XX века и концептуальную модель, методологию и инструментальные средства естествознания XXI века.

Вариационным принципом монографии является открытый автором принцип максимума энтропии, в соответствии с которым все процессы во Вселенной и окружающей нас Действительности подчиняются единому принципу — принципу максимума энтропии.

Острые монографии направлено в XXI век и ее следует рассматривать как парадигму естествознания XXI века — новую энтропийную парадигму — парадигму новой энтропии. В течение всего XX века нам активно и усиленно навязывали и пропагандировали полностью несостоятельную парадигму, основанную на втором законе термодинамики. Кроме противоречий, застоя, тупиковых зон и длиною в столетие дискуссий эта парадигма естествознания ничего не дала. Причиной краха мировоззрения XX века является неверная интерпретация энтропии как отрицательного количества, как меры беспорядка и хаоса.

Введенная автором новая энтропия имеет принципиально другой — позитивный смысл: в концептуальной модели монографии энтропия — это мера совершенства структуры. Речь идет об отрицании старой концептуальной модели естествознания, основанной на термодинамической энтропии, и переходе к энтропийной парадигме XXI века, основанной на новой энтропии, имеющей двойственную структуру и удовлетворяющей принципу максимума

энтропии автора монографии.

§ 2. Постулаты естествознания

Принятыми в монографии "Энтропия" исходными постулатами естествознания являются три постулата:

- постулат континуальности;
- постулат двойственности;
- постулат двойственности состояний.

Эти постулаты имеют формулировки

Постулат континуальности.

Все структуры Вселенной и окружающей нас Действительности возникают, функционируют и разрушаются в континууме.

Постулат двойственности.

Фундаментальной симметрией естествознания является двойственность.

Постулат двойственности состояний.

Состояние объектов естествознания содержит регулярную и сингулярную компоненту.

Кроме трех постулатов автором сформулирован

Принцип предельной некорректности.

Объекты Вселенной и окружающей нас Действительности не обладают предельной корректностью.

Три постулата и принцип предельной некорректности определяют онтологический уровень, на котором существует и реализуется новая концептуальная модель естествознания – предмет разработки и исследования монографий "Энтропия" и "Энтропия-2".

§ 3. Объект исследования

Важнейшим свойством новой концептуальной модели, теории естествознания, и парадигмы естествознания XXI века является единство объекта — виртуальной сплошной среды. Виртуальная сплошная среда — абстрактный объект, концептуально оформленный посредством аксиоматического определения, и есть объект исследований. В основу объекта исследования — виртуальной сплошной среды — положены четыре постулата естественного интеллекта:

1. *Естественный интеллект реализуется в континууме.*
2. *Естественный интеллект не носит системный характер и не связан с целостностью (эмерджентностью) системы.*

3. Естественный интеллект носит локальный характер, он может реализоваться в произвольной области некоторого континуума — инвариантной интеллектуальной среде.

4. Фундаментальным постулатом естествознания является двойственность.

В случае вещественного фазового пространства в книге "Энтропия" нужный нам объект введен с помощью определения.

Определение 0.1 *Виртуальной сплошной средой называется абстрактный объект, определяемый аксиомами:*

1. Виртуальная сплошная среда находится в ограниченной области пространства $R^n \oplus R_n$, называемой фазовым пространством.
2. В фазовом пространстве состояние виртуальной сплошной среды характеризуется двойственными локальными координатами: \mathbf{q} — обобщенной координатой; \mathbf{p} — обобщенным импульсом.
При этом $\mathbf{q} \in \Omega_q$; $\mathbf{p} \in \Omega_p$; $\Omega_q \subset R^n$; $\Omega_p \subset R_n$; $\Omega = \Omega_q \times \Omega_p$.
3. Функционирование виртуальной сплошной среды происходит в параметрическом пространстве $J \subset R$, элементом которого является параметр t — время.
4. Виртуальная сплошная среда обладает плотностью $\rho = \rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$.
5. Масса виртуальной сплошной среды — сохраняющаяся величина.
6. В фазовом пространстве определена энтропия виртуальной сплошной среды.
7. Экстремальным принципом виртуальной сплошной среды является принцип максимума энтропии.
8. Фундаментальной симметрией является двойственность.

II. Принятому определению абстрактного объекта соответствует формализованное определение

$$S = \{\mathbf{q}, \mathbf{p}, t, \rho \mid \mathbf{q} \in \Omega_q; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega_q \subset R^n; \Omega_p \subset R_n; \Omega \subset R^n \oplus R_n; m; H_f\}.$$

Здесь S и есть наш абстрактный объект — виртуальная сплошная среда.

§ 4. Принцип максимума энтропии

I. Настоящий раздел посвящен формулировке и первому результату исследования нового, открытого автором экстремального принципа, лежащего в основе нашей теории. Первоосновой

новой концептуальной модели естествознания и всего нашего исследования является следующий экстремальный принцип:

Принцип максимума энтропии. *Функционирование виртуальной сплошной среды удовлетворяет принципу оптимальности — максимума энтропии.*

II. Вне всякого сомнения, основополагающее, приоритетное значение в энтропийной концептуальной модели естествознания занимает глобальная симметрия, определяемая следующей теоремой:

Теорема 0.1 *В виртуальной сплошной среде, удовлетворяющей принципу максимума энтропии Панченкова существует глобальная симметрия — энтропия сохраняет постоянное значение*

$$H_f = \text{const.}$$

§ 5. Что такое энтропия

I. Начну изложение с известного по книге "Энтропия" основополагающего факта:

В противоположность статистической термодинамике, в которой термодинамическая энтропия имеет отрицательный смысл, общая энтропия нашей теории является положительной сущностью.

При анализе смыслового содержания энтропии существуют три проекции:

1. Энтропийная;
2. Энергетическая;
3. Информационная.

Принятая в современной науке семантика энтропии охватывает только две традиционных проекции: в статистической физике чаще всего ее рассматривают как меру связанной энергии, в теории информации она выступает в роли меры информации. Здесь существенным является то, что кроме моей книги "Энтропия" удачных попыток придания энтропии самостоятельного смысла не известно; следствием этого является то, что энтропийная проекция оказалась неразработанной.

В основе энтропийной проекции находится вопрос: что такое общая энтропия?

В границах этого вопроса необходимо выяснить: имеет ли энтропия самостоятельное смысловое значение, существует ли примат энтропии, либо это вторичное количество, производное от энергии и информации.

Перейдем к обсуждению этого вопроса. Прежде всего отмечу, что три базовых понятия (энтропия, энергия, информация) имеют абстрактный смысл; они не доступны прямому наблюдению, их значения определяются расчетным путем с использованием результатов замера других, наблюдаемых величины. Ясно, что между этими тремя понятиями существует некий паритет в том смысле, что нельзя отдать предпочтения ни одному из них по критерию наблюдаемости; но нас интересует другое — самостоятельность энтропии, точнее, вначале самостоятельность, а потом и примат в парадигме естествознания XXI века.

Материалы книги "Энтропия" дают четкий и строгий ответ — энтропия имеет самостоятельное смысловое значение. Но при ответе на сформулированный вопрос необходимо отметить следующий аспект: энтропия чрезвычайно емкое и многогранное понятие и в начале монографии "Энтропия-2" нет возможности дать ей одно универсальное определение. Это будет сделано в конце настоящей книги. В связи с этим в качестве определения приведу следующие факты:

Энтропия — это:

- абсолютный интегральный инвариант виртуальной сплошной среды,
- мера совершенства виртуальной сплошной среды и ее структур,
- мера упорядоченности виртуальной сплошной среды,
- мера интеллекта структур Вселенной,
- объект глобальной симметрии виртуальной сплошной среды,
- архитектура системы, записанная в математической форме,
- главный атрибут виртуальной сплошной среды,
- функция тока виртуальной сплошной среды,
- время жизни структуры.

В дополнение к этим атрибутам следует добавить интерпретации энтропии в энергетической и информационной проекциях.

II. Следует обратить внимание читателя на следующий, имеющий фундаментальное значение, аспект проблемы семантики энтропии. *Новая концептуальная модель естествознания XXI века формирует онтологический уровень, на котором энтропия имеет чрезвычайно богатую и разнообразную феноменологию.* Причина здесь в том, что энтропия, как мера упорядоченности, имеет максимальный, практически Вселенский, уровень общности, причем в одной из проекций она является мерой геометрической упорядоченности.

В многочисленных и разнообразных конкретных реализациях виртуальной сплошной среды *энтропия*, как правило, ненаблюдаемая величина, находит отражение и *проявляет себя через*

другие сущности и количества, часто допускающие непосредственное наблюдение. Итогом этого стало то, что в разнообразных науках стали общепризнанными сохраняющиеся величины либо количества, являющиеся эквивалентом энтропии и различные эквиваленты структурной энтропии.

III. Как известно, для общей энтропии справедлива формула:

$$H_f = -D \ln \varepsilon; D > 0.$$

Поскольку калибровочный радиус $\varepsilon = \frac{t_0}{T}$, то $H_f \sim \ln T$.

Из приведенных формул следует, что энтропия может выступать в роли собственного времени жизни структуры либо системы. В результате требование максимума энтропии будет адекватно требованию максимума жизни структуры

$$H_f - \max \rightarrow T - \max.$$

Общий вывод здесь очевиден:

В терминах процесса эволюции и жизни структур и систем экстремальный принцип Панченкова интерпретируется как принцип максимума жизни.

§ 6. Двойственность представления энтропии

I. Как известно, чрезвычайно важную, фундаментальную роль в энтропийной парадигме естествознания играет двойственное представление энтропии

$$H_f = \text{const}; H_f = H_q + H_p,$$

здесь H_q — структурная энтропия, H_p — энтропия импульса.

Энтропию импульса можно рассматривать как ресурсы системы, необходимые для ее строительства, развития и жизнеобеспечения. Этому смысловому значению H_p будет соответствовать значение структурной энтропии как структуры системы, зависящей от времени — текущей структуры. При таком толковании смысл глобальной симметрии — закона сохранения энтропии — ясен: *при движении виртуальной сплошной среды сумма ее ресурсов и структуры сохраняет постоянное значение. Таким образом, закон сохранения энтропии во Вселенском масштабе означает — все процессы во Вселенной есть процессы преобразования энтропии импульса в структурную энтропию (и наоборот) при постоянной общей энтропии.*

Процессы диссипации связывают часть энтропии импульса и не дают этой части реализоваться в структуру, а с другой стороны, эти же процессы разрушают структуру.

Определенная трудность интерпретации энтропии импульса и структурной энтропии как "ресурсов" и "структуры" обязана тому, что это скалярные величины, тогда как с этими понятиями мы связываем некоторые пространственные конфигурации. Трудность снимается, если рассматривать компоненты энтропии как функционалы. С другой стороны, если рассматривать компоненты двойственности $\{H_q | H_p\}$ как функции времени, то мы приходим к тому, что они приобретают смысл скаляров — количественных мер: H_q — мера совершенства структуры, H_p — мера количества ресурсов системы.

II. Обратимся теперь к скрытой компоненте — замороженной энтропии. Как мы уже установили, все процессы во Вселенной — это процессы преобразования одной энтропии в другую:

$$H_p \Leftrightarrow H_q; H_f = H_p + H_q.$$

В консервативной системе происходит полное преобразование, когда одна из компонент может полностью трансформироваться в другую. Но в диссипативной системе все не так: процессы диссипации связывают часть энтропии импульса и не дают этой части реализоваться в структуру, а с другой стороны, эти же процессы разрушают структуру. Результатом этого является появление ненаблюдаемой в двойственности $H_f = \{H_q | H_p\}$ замороженной энтропии.

Поясним вышеизложенное на формульной основе. Для диссипативной среды будут справедливы по определению формулы

$$H_q \triangleq H_q^0 - H_3$$

P_1 :

$$H_p \triangleq H_p^0 + H_3$$

H_3 — замороженная энтропия,

H_q^0 — структурная энтропия консервативной среды,

H_p^0 — энтропия импульса консервативной среды.

Теперь из P_1 следует основной закон сохранения

$$\begin{aligned} H_f &= H_q + H_p \\ H_f &= H_q^0 + H_p^0 \end{aligned}$$

Приняв $\text{sign} H_q = \text{sign} H_p = \text{sign} H_3 = 1$ и подчинив выбор H_q и H_3 условиям

$$H_q = H_f \quad \forall t = t_0,$$

$$\begin{aligned} H_q &= 0 & \forall t = T + t_0, \\ H_3 &= 0 & \forall t = t_0, \end{aligned}$$

получим, что замороженная энтропия будет всегда снижать структурную энтропию и увеличивать энтропию импульса.

В частном случае учета диссипации с помощью диссипативной функции

$$D = -\frac{1}{2} \int_0^t (B\dot{\mathbf{q}} \mid \dot{\mathbf{q}}) dt,$$

уравнение сохранения структурной энтропии при $\text{sign} V = 1$ имеет вид

$$\frac{dH_q}{dt} = Sp\Lambda - SpB.$$

Если для простоты принять, что $Sp\Lambda$ не зависит от матрицы B , то мы получим уравнение сохранения замороженной энтропии

$$\frac{dH_3}{dt} = SpB.$$

Если принять достаточно очевидное для диссипативных систем условие $\text{sign} SpB = 1$, то в этом случае

$$P_2 : \quad \frac{dH_3}{dt} \geq 0.$$

Это условие хорошо коррелируется с H — теоремой Больцмана и вторым законом термодинамики.

Сделаю одно замечание: у меня нет полной уверенности в том, что $\frac{dH_3}{dt} > 0$ всегда, поэтому не следует исключать случай

$$\frac{dH_3}{dt} < 0.$$

Второе замечание. В случае P_2 имеется достаточно оснований для отождествления замороженной энтропии с термодинамической энтропией.

Вопрос о связи нашей энтропии с термодинамической энтропией и о втором законе термодинамики подробно изучен в книге "Энтропия" здесь мы коснемся только одного аргумента. Если определить термодинамическую энтропию формулой Больцмана.

$$H_T = - \int_{\Omega_p} f(\mathbf{u}, t) \ln f(\mathbf{u}, t) d\mathbf{u}$$

и отождествить вектор скорости с импульсом ($\mathbf{p} = \mathbf{u}$), то мы приходим к тождественности термодинамической энтропии с энтропией импульса в термодинамической интерпретации.

Но при феноменологическом определении термодинамической энтропии как меры связанной части энергии системы мы приходим к тому, что термодинамическую энтропию следует отождествить с замороженной энтропией. В этом случае P_2 будет вторым законом термодинамики.

$$H_T = H_3; \quad \frac{dH_3}{dt} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dH_T}{dt} \geq 0.$$

Учитывая приведенные факты, мы для термодинамической энтропии получим двойственность

$$H_T = \begin{cases} H_p; \\ H_3. \end{cases}$$

Содержащееся в этой двойственности противоречие легко устраняется, но эта задача пока нас не интересует. Нас интересует фундаментальный факт:

Утверждение 0.1 *В термодинамической интерпретации термодинамическая энтропия является компонентой общей энтропии.*

Один концептуальный вывод здесь очевиден: теория термодинамической энтропии является частью общей теории энтропии.

III. На некоторое время предположим, что энтропия импульса в некотором контексте есть Больцмановская энтропия; это предположение нам необходимо для лучшего понимания информационной интерпретации, к которой мы переходим. Для анализа информационной интерпретации определим H_f общей формулой монографии "Энтропия"

$$H_f = \ln V \quad \forall V > 0.$$

Если интерпретировать фазовый объем как память структуры виртуальной сплошной среды, то мы приходим к очевидной информационной интерпретации энтропии как количественной меры информации, содержащейся в памяти системы. Следуя далее, имеем известные формулы

$$V = V_q \cdot V_p \quad \rightarrow \quad H_q = \ln V_q; \quad H_p = \ln V_p.$$

Теперь мы можем считать H_q мерой статической информации, а H_p — мерой динамической информации. В этом случае

закон сохранения энтропии будет иметь семантическое содержание.

Все процессы Вселенной происходят при постоянной сумме динамической и статической информации.

Но статическая информация в науке хорошо известна — это информационная энтропия теории информации. Таким образом, был найден эквивалент структурной энтропии в виде информационной энтропии теории информации. Заметим, что этот эквивалент не носит общий характер; он справедлив только в рамках информационной интерпретации.

Смысл замороженной энтропии здесь также очевиден: это информация, потенциально возможная для размещения в закрытых для использования — замороженных ячейках памяти. Другими словами — это изъятая из обращения информация.

Теперь, объединяя принятые термодинамическую и информационную интерпретации, получим

$$\begin{aligned} H_q & - \text{информационная энтропия,} \\ H_p & - \text{энтропия Больцмана.} \end{aligned}$$

Таким образом, мы приходим к утверждению.

Утверждение 0.2 *В виртуальной сплошной среде с положительным фазовым объемом общая энтропия равна сумме информационной энтропии и энтропии Больцмана.*

И снова напоминаем, что утверждение 0.2 не имеет общего применения, это лишь один из семантических контекстов. Утверждение 0.2 определяет общность нашей теории при ее согласовании со статистической физикой и теорией информации.

Объектами либо атрибутами статистической физики и теории информации являются различные компоненты общей энтропии, тогда как главным атрибутом и одним из объектов нашей теории является общая энтропия, имеющая двойственную структуру.

§ 7. Энтропийные многообразия

I. В монографии "Энтропия" в роли базовых объектов выступают гладкие многообразия фазового пространства.

Фазовым пространством мы будем называть многообразие Ω с локальными координатами \mathbf{q} и \mathbf{p} .

$$\begin{aligned} N_1: \quad \Omega &= \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathbf{q} \in \Omega_q; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega_q \subset \mathbb{R}^n; \Omega_p \subset \mathbb{R}_n; \\ &\quad \Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega \subset \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}_n\}. \end{aligned}$$

Компонентами фазового пространства являются:

Ω_q — конфигурационное пространство,
 Ω_p — пространство импульса.

Первое сужение фазового пространства, называемое энтропийным многообразием, получается путем задания абсолютного инварианта — энтропии. Энтропийное многообразие имеет вид

$$N_2 : \quad \mathfrak{E} = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathfrak{E} \subset \Omega, H_f\}.$$

Поскольку фазовое пространство имеет вид прямого произведения, то энтропийное многообразие будет также иметь структуру прямого произведения

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_q \times \mathfrak{E}_p;$$

$$\mathfrak{E}_q = \{\mathbf{q} \mid \mathfrak{E}_q \subset \mathfrak{E}\}; \mathfrak{E}_p = \{\mathbf{p} \mid \mathfrak{E}_p \subset \mathfrak{E}\}.$$

II. Задавая на многообразии \mathfrak{E} структуру — дивергенцию $\sigma = \text{div} A$, $A = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}$, получим нужный нам объект — соленоидальное многообразие

$$N_3 : \quad M = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid M \subset \mathfrak{E}; \sigma = \text{div} A\}$$

III. Базовой структурой очередного сужения энтропийного многообразия является потенциал ускорений Θ . Следующая теорема и вводит потенциал ускорений в нашу теорию.

Теорема 0.1[теорема потенциала ускорений] *Подмногообразие с кососимметрической метрикой $\xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ соленоидального многообразия*

$$M = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid M \subset \mathfrak{E}; \sigma = \text{div} A\},$$

содержащее структуру — потенциал ускорений Θ

$$\Pi = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Pi \subset M; \Theta, \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

аннулирует дивергенцию $\sigma = \text{div} A$.

При этом на многообразии потенциала ускорений будут справедливы канонические уравнения потенциала ускорений

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}};$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}.$$

IV. В формулировке теоремы уже содержится базовый геометрический объект — пространство потенциала ускорений

$$\Pi = \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Pi \subset M; \Theta; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \}.$$

Потенциал ускорений Θ перешел в нашу теорию из гидродинамики. В теории движения несущих поверхностей с вихревыми возмущениями потенциал ускорений сыграл выдающую роль — позволил определить сингулярные (потерянные) решения. Итог работы автора в этом направлении хорошо известен — монография "Теория потенциала ускорений" (два издания); именно эта монография и лежит в основе всех материалов настоящей теории, связанной с потенциалом ускорений.

Полезно привести один яркий факт: новый геометрический объект - пространство потенциала ускорений Π — значительно раздвинул границы применимости и значимости потенциала ускорений. Одно из центральных мест в нашей теории занимает сужение многообразия потенциала ускорений, содержащее потенциал импульса.

Подмногообразие многообразия потенциала ускорений, содержащее потенциал импульса, носит название Гильбертова поля. Гильбертово поле имеет вид

$$\Gamma = \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Gamma \subset \Pi; \Psi \}.$$

По определению

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &\triangleq \text{grad} \Psi; \\ \Psi &\triangleq \Psi(\mathbf{q}, t); \mathbf{q} \in \Gamma. \end{aligned}$$

На Гильбертовом поле справедливо уравнение потенциала ускорений

$$N_4: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Theta; \mathbf{q} \in \Gamma.$$

Это уравнение следует из второго уравнения канонической системы потенциала ускорений при определении импульса через потенциал импульса.

V. Отметим, что существует другой способ построения Гильбертова поля. Если определить на энтропийном многообразии следующие структуры:

1. кососимметрическую метрику $\xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,
2. потенциал ускорений Θ ,

3. потенциал импульса Ψ ,
 4. инвариант — точную форму $\omega = d\Psi$; $d\Psi = p dq + \Theta dt$,
- то получим многообразие

$$\hat{\Gamma} = \{q, p \mid \hat{\Gamma} \subset \mathcal{E}; \Theta; \Psi; \omega; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\}.$$

В случае равенства векторного поля $A = \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t}$ градиенту потенциала ускорений

$$A = \nabla \Theta, \quad \nabla \Theta = \left\{ -\frac{\partial \Theta}{\partial p}; \frac{\partial \Theta}{\partial q} \right\},$$

многообразие $\hat{\Gamma}$ будет Гильбертовым полем.

VI. Важное значение имеет вопрос взаимодействия двух экстремальных принципов:

- принципа максимума энтропии Панченкова,
- принципа Гамильтона.

На Гильбертовом поле эти два принципа допускают наглядный совместный анализ. На многообразиях $\{\Gamma, \hat{\Gamma}\}$ глобальная симметрия — сохранение энтропии, поддерживается двумя различными путями:

1. Аннулированием дивергентного инварианта

$$\operatorname{div} A = \sigma; \quad \sigma = 0; \quad A = \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t}.$$

2. Заданием инварианта Гильберта - точной формы

$$\omega = d\Psi; \quad d\Psi = p dq + \Theta dt.$$

Каждому из этих путей соответствует свой экстремальный принцип: дивергентный инвариант является структурой принципа максимума энтропии, а точная форма — инвариант Гильберта — принципа Гамильтона.

Таким образом, многообразие Γ является энтропийным многообразием, а многообразие $\hat{\Gamma}$ многообразием принципа Гамильтона. Как известно, эти многообразия определяют один и тот же геометрический объект — Гильбертово поле и, следовательно, два обсуждаемых экстремальных принципа на Гильбертовом поле дают эквивалентный результат.

Заметим, что точная форма $d\Psi$ является абсолютным интегральным инвариантом и с ее введением в явном виде появляется

второй элемент экстремальности общей проблемы. Как уже известно, первый элемент обязан принципу максимума энтропии. По сути, появление формы $d\Psi$ и формирование базового геометрического объекта — Гильбертова поля Γ означает введение в теорию принципа Гамильтона. Таким образом, все количества, объекты, конструкции, теории и решения, построенные на Гильбертовом поле, будут удовлетворять принципу Гамильтона. В этом случае в определенной мере будет справедливо утверждение о том, что Гильбертово поле — это геометрия принципа Гамильтона. Такая топологическая интерпретация более ясно и выпукло определяет фундаментальную роль этого геометрического объекта. Но здесь существует и вторая сторона проблемы — общность фундаментальных экстремальных принципов. Принцип максимума энтропии Панченкова имеет большую общность, чем принцип Гамильтона.

На всех энтропийных многообразиях

$$\Theta = \{q, p \mid \Theta \subset \Omega, H_f\},$$

поддерживается глобальная симметрия — закон сохранения энтропии, удовлетворяющий принципу максимума энтропии Панченкова, тогда как принцип Гамильтона реализован только на Гильбертовом поле. Например, на двух энтропийных многообразиях, построенных в §7 (соленоидальном многообразии и многообразии потенциала ускорений), принцип Гамильтона не выполняется. Но этот перечень не ограничивается двумя многообразиями, в материалах монографий "Энтропия" и "Энтропия-2" содержится ряд ключевых проблем и энтропийных многообразий, не удовлетворяющих принципу Гамильтона.

VII. Одним из важных результатов текущего исследования стали два энтропийных многообразия — базовых геометрических объекта:

1. Пространство потенциала ускорений

$$\Pi = \{q, p \mid \Pi \subset M; \Theta; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\}.$$

2. Гильбертово поле

$$\Gamma = \{q, p \mid \Gamma \subset \Pi; \Psi\}.$$

Сосредоточим свое внимание на втором объекте — Гильбертовом поле. Задание в пространстве потенциала ускорений новой структуры — потенциала импульса Ψ — открыло возможность определить на Гильбертовом поле новое общее уравнение — уравнение потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Theta; q \in \Omega_q$$

Поскольку введением потенциала импульса $\Psi = \Psi(\mathbf{q}, t)$ мы превратили многообразия $\{\mathcal{Q}, \mathcal{P}\}$ в диффеоморфные многообразия, то при определении импульса $\mathbf{p} \triangleq \text{grad}\Psi$ потенциал ускорений, в конечном итоге, стал зависеть только от обобщенной координаты и параметра t .

Ясно, что в этом случае, как следствие диффеоморфности компонент энтропийного многообразия $\{\mathcal{Q}, \mathcal{P}\}$, Гильбертово поле стало геометрическим объектом конфигурационного пространства. Именно это и является основной причиной высокой эффективности Гильбертова поля. Здесь надо иметь ввиду, что существование диффеоморфизма многообразий $\{\mathcal{Q}, \mathcal{P}\}$ постулируется и в пространстве потенциала ускорений.

Вследствие того, что уравнение потенциала ускорений определено в конфигурационном пространстве, нам в большинстве конкретных проблем достаточно изучать только компоненту виртуальной сплошной среды, расположенную в конфигурационном пространстве, оставляя в стороне вторую компоненту, расположенную в пространстве импульса и пространство импульса в целом. В этом случае мы приходим к концептуальной модели "виртуальная сплошная среда на Гильбертовом поле". Эта концептуальная модель имеет и будет иметь самое разнообразное и широкое применение.

Наиболее характерным примером здесь является квантовая механика: квантовая механика основана на этой концептуальной модели.

Полезно также отметить, что при отождествлении виртуальной сплошной среды со статистическим ансамблем эта модель будет моделью: "статистический ансамбль на Гильбертовом поле".

VIII. Как известно Гильбертову полю можно дать и другую формулировку:

$$\hat{\Gamma} = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \hat{\Gamma} \subset \mathcal{Q}; \Theta; \Psi; \omega; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

В этой формулировке центральная роль отведена инварианту — точной форме:

$$\omega = d\Psi; d\Psi = \mathbf{p}d\mathbf{q} + \Theta dt.$$

В классической механике этот инвариант имеет другой вид:

$$N_5: \quad d\Psi = \mathbf{p}d\mathbf{q} - H dt,$$

здесь H — функция Гамильтона.

Рассуждая формально, если ввести уравнение связи

$$N_6: \quad \Theta = -H,$$

то мы получим тождественные результаты, считая уравнение N_6 тождеством. Но при более внимательном рассмотрении мы обнаружим глубинные различия между потенциалом ускорений Θ и функцией Гамильтона. Основное различие состоит в том, что эти количества являются базовыми структурами двух различных способов описания Природы и естествознания.

1. Теория энтропии — потенциал ускорений Θ .
 2. Гамильтонова механика — функция Гамильтона H .
- Далее, по определению

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \triangleq \text{grad} \Theta; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Но это определение не распространяется на функцию Гамильтона. Потенциал ускорений существует в случае диффеоморфизма многообразий $\{\mathcal{Q}_q, \mathcal{Q}_p\}$ и, по сути дела, является структурой конфигурационного пространства. Подобное заключение в общем случае не справедливо в отношении функции Гамильтона. Можно привести и ряд других фактов, но, в целом, ситуация здесь ясна: потенциал ускорений Θ и функция Гамильтона H являются самостоятельными структурами, при этом уравнение N_6 следует интерпретировать не как тождество, а как уравнение связи двух способов описания.

Для точной формы N_5 Гильбертово поле будет

$$\hat{\Gamma} = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \hat{\Gamma} \subset \mathcal{E}; H; ; \Psi; \omega; \xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

В этом случае вместо уравнения потенциала ускорений основным уравнением будет уравнение Гамильтона - Якоби

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -H; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q$$

Следует заметить, что уравнение потенциала ускорений имеет более общий смысл чем уравнение Гамильтона - Якоби. Из него следует уравнение Гамильтона - Якоби в частной реализации при $\Theta = -H$, что адекватно отражает факт включения в теорию принципа Гамильтона.

Поскольку точная форма $\omega = d\Psi$ определена на энтропийном многообразии, то она также поддерживает глобальную симметрию — закон сохранения энтропии.

IX. Здесь надо иметь в виду важное обстоятельство: потенциал ускорений не охватывает все возможные механизмы аннулирования дивергенции, в рамках наших монографий описаны и другие способы аннулирования дивергентного инварианта. Более того, в книге "Энтропия" открыты новые, еще неизвестные, способы и методы обеспечения глобальной симметрии $H_f = \text{const}$. Поэтому не следует замыкать проблему поддержания глобальной симметрии $H_f = \text{const}$ частным вариантом — потенциалом ускорений. В более общем случае проблема имеет формулировку

$$\text{div} A = \sigma; \sigma = 0 \rightarrow H_f = \text{const}.$$

Но, как следует из материалов монографии "Энтропия", особенно из раздела V "Диссипация", эта формулировка в ряде актуальных проблем также не обладает нужной общностью и конструктивизмом, по сути дела, она не всегда дает необходимые инструментальные средства исследования конкретных задач и проблем. В этом случае необходимо уйти от Больцмановского представления энтропии: именно так и сделано в хаотической механике.

X. Выше я привел ряд базовых геометрических объектов, которые можно разместить в виде сужающейся последовательности:

$$R^n \oplus R_n \supset \Omega \supset \Theta \supset M \supset \Pi \supset \Gamma.$$

Эта цепочка дает наглядное представление о взаимодействии построенных энтропийных многообразий.

В заключение крайне важно обратить внимание читателя на тот факт, что введенные в монографии "Энтропия" и конструктивно используемые конкретизации энтропийных многообразий не ограничиваются членами сужающейся последовательности. Положение дел прямо противоположно — на основе этих геометрических объектов полностью проблемы Вселенной и естествознания не решить. Необходимы различные обобщения и введение новых геометрических объектов. В ряде важных случаев это обобщение выполнено в материалах монографии "Энтропия" но, в большей мере в книге "Энтропия-2".

§ 8. Универсум

I. В соответствии с восьмой аксиомой виртуальная сплошная среда вещественного фазового пространства обладает фундаментальной симметрией — двойственностью. Одной из реализаций этой симметрии является существование виртуальной сплошной среды в виде компонент. Представление виртуальной сплошной

среды в виде компонент позволило мне сконструировать базовую фундаментальную структуру энтропийной концептуальной модели — универсум, включение которого в символичный вывод производится с помощью определения:

Определение 0.2 *Виртуальная сплошная среда вещественного фазового пространства имеет двойственную структуру в виде универсума*

$$S = S_+ \cup S_-$$

S_+ — инерциальная сплошная среда;

S_- — диссипативная сплошная среда.

Общей для универсума является глобальная симметрия $H_f = \text{const}$, но каждой компоненте соответствует свое энтропийное многообразие

$$S_+ \rightarrow \mathcal{E}_+; S_- \rightarrow \mathcal{E}_-$$

Многообразиям $\{\mathcal{E}_+, \mathcal{E}_-\}$ будет соответствовать другой универсум

$$H_1: G = \mathcal{E}_+ \cup \mathcal{E}_-$$

В одном частном случае определим инерциальную сплошную среду следующим образом.

Определение 0.3 *Инерциальной сплошной средой называется виртуальная сплошная среда, расположенная на Гильбертовом поле.*

Принятое определение инерциальной сплошной среды однозначно определяет многообразие \mathcal{E}_+ ; многообразие \mathcal{E}_+ — Гильбертово поле. Таким образом, $\mathcal{E}_+ = \Gamma$ и универсум G будет таким:

$$H_2: G = \Gamma \cup \mathcal{E}_-$$

II. Обсудим еще важный методологический вопрос. Как уже известно в современной методологии естествознания, принцип двойственности находит конкретную реализацию в существовании двух первичных сущностей:

1. Событие
2. Движение.

При этом событие может происходить только в диссипативной среде.

III. Также как и первая компонента универсума G , вторая компонента — многообразие \mathcal{E}_- — хорошо известна: геометрический объект, носящий название экстремальный пограничный слой (ЭПС), и есть многообразие \mathcal{E}_- . Подобная классификация многообразия приводит к четкой концептуальной структуре универсума G , определяемой следующим образом.

Определение 0.4 Универсум $G = \Gamma \cup \Xi_-$, на котором расположена виртуальная сплошная среда, состоит из Гильбертова поля и экстремального пограничного слоя.

§ 9. Истоки

I. Теперь нам необходимо обратиться к истокам. Экстремальные пограничные слои были открыты автором в процессе реализации программы развития теории некорректных экстремальных задач. Мною был обнаружен фундаментальный факт: *в некорректной экстремальной задаче с локальным нарушением регулярности в области локальной некорректности экстремали не описываются уравнением Эйлера*. Область локальной некорректности и была названа мною экстремальным пограничным слоем. Экстремальный пограничный слой оказался новым объектом теории экстремальных задач, имеющим фундаментальное значение в теоретическом естествознании.

Напомню ту логику, которой я следовал при введении ЭПС и развитии его теории. В созданной мною теории некорректных экстремальных задач вопрос о некорректности задачи вариационного исчисления связан со структурой и особыми свойствами лагранжиана задачи, однако анализ этих свойств для лагранжиана произвольной и сложной структуры – технически непростое дело. Выход был найден на основе методологии предельной корректности путем локализации проблемы.

Вместо изучения лагранжиана на всем отрезке J изучается его асимптотика в окрестности особой точки. Известен общий факт: *локальное нарушение усиленного условия Лежандра приводит к сингулярным возмущениям в обыкновенных дифференциальных уравнениях необходимого условия экстремума*. В описанном случае окрестность особой точки формирует экстремальный пограничный слой; эту окрестность я концептуально оформил в виде самостоятельного объекта, носящего название ЭПС.

Очевидно, что универсум $G = \Gamma \cup \Xi_-$ представляет результат значительного обобщения этой логики. По сути, явлению предельной некорректности экстремальных задач и факту существования ЭПС я придал Вселенский масштаб. Ибо *в проблемах естествознания значимость экстремального пограничного слоя выше значимости Гильбертова поля*.

II. Следуя монографии "Энтропия" полезно снова обратиться к обсуждению связи нашей теории некорректных экстремальных задач с распределениями. Экстремальный пограничный слой тесно связан с распределениями, поскольку одним из естественных языков для описания событий является язык распределений.

Здесь уместно для развития концепции и методологии новой энтропии в XXI веке вспомнить об историческом фоне развития теории распределений.

Идея распределений содержалась в вариации в форме Вольтерра, но она в момент появления работ В. Вольтерра не была своевременно замечена. В результате идея распределений лишь ряд десятилетий спустя получила концептуальное оформление в работах Л. Шварца. Ориентация вариационного исчисления только на регулярные экстремали еще задержала на много лет внедрение методологии распределений и оценки фундаментальной значимости вариации в форме Вольтерра в теории экстремальных задач до момента возникновения моей теории некорректных экстремальных задач.

§ 10. История экстремального пограничного слоя

I. Теория экстремального пограничного слоя возникла в виде самостоятельного раздела моего цикла многолетних исследований по теории предельной корректности, и разнообразным проблемам прикладной математики и механики. В течение 30 лет, начиная с 1960 года я занимался асимптотологией и асимптотическим анализом, теорией предельной корректности, некорректными экстремальными задачами и разнообразными проблемами гидродинамики, механики, теории оптимальных гидродинамических форм, оптимального проектирования, оптимального управления, статистической механики. Впервые с разнообразными проявлениями предельной некорректности и сингулярными решениями я встретился в конкретных задачах гидродинамики подводного крыла — прикладного раздела теории потенциала ускорений.

В течении всего 30 летнего периода научной работы, несмотря на большой разброс интересов и разнообразие прикладных проблем, анализ предельной корректности, феноменологии предельной некорректности и сингулярных решений содержался практически во всех моих работах. В моих исследованиях, несмотря на разноплановость прикладной части, последовательно формировался единый блок знаний, включающий концепцию, методологию и инструментальные средства и сформировавший истоки теории энтропии.

Базовые компоненты этого цикла исследований:

1. Теория предельной корректности.
2. Теория потенциала ускорений.
3. Энтропийные теоремы.
4. Некорректные экстремальные задачи механики и вариаци-

онного исчисления.

5. Экстремальный пограничный слой.

6. Гильбертово поле и уравнения Гамильтона - Якоби.

Эти компоненты и легли в основу концепции, методологии и теории монографий "Энтропия" и "Энтропия-2". Основные результаты 30 - летнего цикла исследований опубликованы в моих работах. [378 ÷ 434]

Список основных монографий этого цикла (включая монографию "Энтропия") имеет вид:

1. *Панченков А.Н.* Гидродинамика подводного крыла. Киев: Наукова думка. 1965. 550с.
2. *Панченков А.Н.* Двадцать лекций по теории предельной корректности. Иркутск: ИГУ. 1973. 360с.
3. *Панченков А.Н.* Основы теории предельной корректности. М.: Наука: 1976. 240с.
4. *Панченков А.Н.* Теория потенциала ускорений. Новосибирск: Наука. 1975. 222с.
5. *Панченков А.Н.* Теория оптимальной несущей поверхности. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1983. 256с.
6. *Панченков А.Н.* Асимптотические методы в экстремальных задачах механики. Новосибирск: Наука. 1982. 215с.
7. *Панченков А.Н. Ружников Г.М. и др.* Асимптотические методы в задачах оптимального проектирования и управления движением. Новосибирск: Наука. 1990. 265с.
8. *Панченков А.Н. Орлов Ю.Ф. и др.* Математическая технология пакета прикладных программ "Полет". Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1983. 232с.
9. *Панченков А.Н.* Энтропия. Н.Новгород, Издательство общества "Интелсервис". 1999. 592с.

II. В методическом плане уникальность теории потенциала ускорений обязана тому, что она полностью основана на идее поиска и определения потерянных структур (решений). Теория потенциала ускорений — теория потерянных решений в гидродинамике.

При движении тела в идеальной жидкости существуют два типа течений: потенциальные и с вихревыми возмущениями. Характерный пример течения с вихревыми возмущениями хорошо известен - крыло самолета. Для изучения потенциальных течений существует теория потенциала скоростей, тогда как в другом случае до семидесятих годов положение было другое. По сути дела, тогда еще не существовала формализованная теория для описания вихревых возмущений, и не было общепринятой исходной кон-

струкции для развития подобной теории.

В моей теории за исходную конструкцию был принят потенциал ускорений, что и предопределило успех теории и последовавшее за моей монографией ее бурное развитие. В основе лежит двойственность: потенциал ускорений и потенциал скорости. И в современных исследованиях, начиная с моих работ, задача о движении несущей поверхности рассматривается в двух пространствах: пространстве потенциала скоростей и пространстве потенциала ускорений. Здесь потенциал ускорений обладает интересным свойством — потерянные решения оказываются прозрачными (невидимыми) в пространстве потенциала ускорений. Но при переходе в пространство потенциала скоростей они обнаруживают себя (становятся наблюдаемыми), приобретают свойства сингулярных решений и их можно описать.

В результате в гидродинамике сформировалась четкая методологическая позиция: строгий учет вихревых возмущений и вихревой пелены возможен только в теории потенциала ускорений, что и определило ее интенсивное развитие в последние три десятилетия. Здесь мною был установлен замечательный факт: *вихревая пелена полностью обязана потерянным решениям*. При отсутствии потерянных решений — течение потенциальное и может быть описано методами теории потенциала скоростей.

Таким образом, современная теория потенциала ускорений, по сути дела, является теорией потерянных структур.

III. Второй важный шаг по развитию идеи потерянных структур, в другой терминологии — предельно некорректных решений, я сделал при выделении и исследовании одного класса некорректных экстремальных задач. Здесь, опираясь на опыт разработки теории потенциала ускорений, в основу я положил проблему потерянных решений. В результате я обнаружил большое число разнообразных сингулярных (предельно-некорректных) решений. Часто в конкретных задачах наряду с регулярными экстремальными существовали и некорректные в принятом мною смысле экстремальные решения, которые в слабом смысле (по функционалу) были не хуже первых.

IV. Первоначально до издания моей монографии "Энтропия", экстремальный пограничный слой интерпретировался как структура теории некорректных экстремальных задач механики и вариационного исчисления. Поэтому история экстремального пограничного слоя начинается с моей работы "Об одном классе некорректных экстремальных задач" [404] и последующей за ней серии публикаций, по сути, содержащими развитие теории экстремального пограничного слоя - предшественницы теории ЭПС на энтропийных многообразиях — предмету исследования настоящей монографии.

В механике и вариационном исчислении существует большое число экстремальных задач, решения которых по различным причинам не содержатся среди решений обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) необходимого условия экстремума. Особенно много подобных задач в теории оптимальных гидроаэродинамических форм. Обычно их классифицируют как некорректные экстремальные задачи, а для их изучения развивают специализированные математические методы.

Выполненные исследования по теории оптимальных гидроаэродинамических форм и теории оптимальной несущей поверхности, основанные на методологии и математической технике теории предельной корректности и асимптотического программирования, привели меня к заключению об эффективности асимптотического анализа и асимптотических методов в некорректных вариационных проблемах. Стала очевидной целесообразность перехода от некорректных экстремальных задач в общем смысле к некорректным экстремальным задачам в некотором узком смысле. Один из таких классов некорректных экстремальных задач механики выделен мною и изучен в моих работах. Этот класс характеризуется нарушением усиленного условия Лежандра, которое и является причиной некорректности. Пример данного класса: задачи с повышенным числом граничных условий по сравнению с порядком ОДУ необходимого условия экстремума. Другой пример - задачи с изломом экстремалей. Если множество допустимых экстремалей открытое, точка излома — особая точка с нарушенным усиленным условием Лежандра.

Обычно для характеристики изучаемого класса некорректных экстремальных задач используют определение.

Определение 0.5 *Экстремальная задача корректно поставлена для обыкновенных дифференциальных уравнений необходимого условия экстремума, если она разрешима на их основе и устойчива.*

В заключение следует отметить, что в исследовании различных конкретных и прикладных некорректных экстремальных задач активное участие принимали мои ученики А.В.Данеев, Л.В.Аршинский, В.А.Святсков, О.Л.Гильман; ряд их публикаций включен в список литературы. В список литературы я также включил работы своих учеников (Ю.Ф.Орлов, Г.Ф. Сигалов, В.Б. Черепенников, М.Н.Борисюк) посвященные другим, родственным проблемам моего цикла исследований.

Раздел I

Экстремальный пограничный слой

Глава I. Аксиоматическая база экстремального
пограничного слоя

Глава II. Концептуальные элементы хаотической
механики

Глава I

Аксиоматическая база экстремального пограничного слоя

Содержание

§1. Виртуальная сплошная среда	41
§2. Комплексное фазовое пространство	42
§3. Энтропийное многообразие	43
§4. Объект хаотической механики — экстремальный пограничный слой	44
§5. Универсум	45
§6. Инвариантность экстремального пограничного слоя	45
§7. Уравнение структурной энтропии	46
§8. Энтропийное время	46
§9. Постулат предельной некорректности	47
§10. Заключение	49

§ 1. Виртуальная сплошная среда

I. Отличительной чертой моей книги "Энтропия" является то, что разработанная в ней теория энтропии и инструментальные средства этой теории содержат и опираются на вещественные математические конструкции и структуры. Все исходные объекты, включая геометрические объекты этой книги, — вещественные сущности. Получается, что эта книга содержит теорию энтропии в вещественных пространствах.

В противоположность этому в настоящей книге, за редким исключением, включающем раздел II "Слабый ЭПС" основные сущности (виртуальная сплошная среда, энтропия, энтропийные многообразия, пространства) являются комплексными категориями. Это обстоятельство привносит существенное различие двух книг: "Энтропия" и "Энтропия-2". Если в книге "Энтропия" изучается энтропия в вещественных пространствах, то в книге "Энтропия-2" — в комплексных пространствах. Этот факт наложил характерный отпечаток на материал настоящей книги и потребовал внести обязательные переформулировки и обобщения ряда первичных и базовых объектов, понятий, сущностей. В череде переформулировок на первом месте стоит исходный объект — виртуальная сплошная среда.

В комплексном фазовом пространстве объект исследования — виртуальная сплошная среда вводится следующим определением.

Определение I.1 Виртуальной сплошной средой называется абстрактный объект, определяемый аксиомами:

1. Виртуальная сплошная среда находится в ограниченной области комплексного пространства $\mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n$, называемой комплексным фазовым пространством.
2. В комплексном фазовом пространстве состояние виртуальной сплошной среды характеризуется двойственными локальными координатами:
 \mathbf{q} — обобщенной координатой, \mathbf{p} — обобщенный импульсом. При этом $\mathbf{q} \in \Omega_q$; $\mathbf{p} \in \Omega_p$; $\Omega_q \subset \mathbb{C}^n$; $\Omega_p \subset \mathbb{C}_n$, $\Omega = \Omega_q \times \Omega_p$.
3. Функционирование виртуальной сплошной среды происходит в параметрическом пространстве $J \subset \mathbb{C}$, элементом которого является параметр z — астрономическое время.
4. Виртуальная сплошная среда обладает комплексной плотностью $\rho = \rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, z)$.
5. Масса виртуальной сплошной среды — сохраняющаяся величина.
6. В комплексном фазовом пространстве определена энтропия виртуальной сплошной среды.
7. Экстремальным принципом виртуальной сплошной среды является принцип максимума энтропии.
8. Фундаментальной симметрией является двойственность.

II. Принятому аксиоматическому определению абстрактного объекта соответствует формализованное определение

$$S = \{\mathbf{q}, \mathbf{p}, z, \rho \mid \mathbf{q} \in \Omega_q; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p,$$

$$\Omega_q \subset \mathbb{C}^n; \Omega_p \subset \mathbb{C}_n; \Omega \subset \mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n; m, H_f\}.$$

Здесь S и есть наш абстрактный объект — виртуальная сплошная среда.

§ 2. Комплексное фазовое пространство

Первичным базовым геометрическим объектом теории экстремального пограничного слоя является комплексное фазовое пространство.

Комплексным фазовым пространством называется многообразие в комплексном пространстве $\mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n$.

$$\Omega = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathbf{q} \in \Omega_q; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega_q \subset \mathbb{C}^n;$$

$$\Omega_p \subset \mathbb{C}_n ; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p ; \Omega \subset \mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n \}.$$

Здесь

\mathbb{C}^n — n -мерное комплексное евклидово пространство,

\mathbb{C}_n — сопряженное n -мерное комплексное евклидово пространство.

В свою очередь, следующие два базовых геометрических объекта имеют вид:

1. Комплексное конфигурационное пространство

$$\Omega_q = \{ \mathbf{q} \mid \Omega_q \subset \mathbb{C}^n \}.$$

2. Комплексное пространство импульса

$$\Omega_p = \{ \mathbf{p} \mid \Omega_p \subset \mathbb{C}_n \}.$$

Напомню читателю, что с целью упрощения символьной техники я сохранил за комплексным фазовым пространством прежнее обозначение, введенное для вещественного пространства $R^n \oplus R_n$. Это соглашение я перенес полностью на книгу "Энтропия-2". С целью создания единого символьного языка я сохранил в настоящей книге основные обозначения монографии "Энтропия".

§ 3. Энтропийное многообразие

Следуя методологии книги "Энтропия" ряд базовых геометрических объектов конструируется путем сужения комплексного фазового пространства. Среди многочисленных геометрических объектов хаотической механики приматом, общностью и основоположностью обладает энтропийное многообразие.

Первое сужение комплексного фазового пространства, называемое энтропийным многообразием получается путем включения глобальной симметрии — закона сохранения энтропии

$$H_f = const.$$

Энтропийное многообразие имеет вид

$$\mathfrak{E} = \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathfrak{E} \subset \Omega, H_f \}.$$

Поскольку в виртуальной сплошной среде существует двойственное представление

$$H_f \triangleq H_q + H_p,$$

и комплексное фазовое пространство имеет вид прямого произведения, то энтропийное многообразие будет также иметь структуру прямого произведения

$$\mathcal{E} \triangleq \mathcal{E}_q \times \mathcal{E}_p,$$

$$\mathcal{E}_q = \{q \mid \mathcal{E}_q \subset \Omega_q, H_q\} \quad \mathcal{E}_p = \{p \mid \mathcal{E}_p \subset \Omega_p, H_p\}.$$

Здесь

\mathcal{E}_q — энтропийное многообразие комплексного конфигурационного пространства,

\mathcal{E}_p — энтропийное многообразие комплексного пространства импульса.

Семантическая интерпретация энтропийного многообразия имеет вид:

Энтропийное многообразие — это многообразие комплексного фазового пространства на котором поддерживается глобальная симметрия — закон сохранения энтропии.

§ 4. Объект хаотической механики — экстремальный пограничный слой

Хаотическая механика располагает объектом исследования; этот объект хорошо известен и имеет название — экстремальный пограничный слой. Аксиоматическое определение объекта хаотической механики имеет вид.

Определение 1.2 *Экстремальным пограничным слоем называется абстрактный объект, определяемый аксиомами:*

1. *Экстремальный пограничный слой находится в комплексном фазовом пространстве Ω .*
2. *Экстремальный пограничный слой — сужение энтропийного многообразия, поддерживающее постулат предельной некорректности.*
3. *Глобальной симметрией экстремального пограничного слоя является закон сохранения энтропии $H_f = \text{const}$.*
4. *Экстремальный пограничный слой обладает симметрией — инвариантностью состояний. Инвариантность состояний предполагает тип организации при котором совокупность потенциально возможных состояний ЭПС не зависит от энтропийного многообразия вне ЭПС.*
5. *В экстремальном пограничном слое существует два комплексных времени:*
 - энтропийное время s ,
 - астрономическое время z .

6. В экстремальном пограничном слое существует вещественный калибровочный радиус ε .
7. Экстремальный пограничный слой состоит из ядра ЭПС и тела ЭПС: при этом тело ЭПС размещено в кольце

$$D = \{z \mid \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}\}.$$

§ 5. Универсум

Экстремальный пограничный слой дает основания для представления энтропийного многообразия в виде универсума

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{U}_- \cup \mathfrak{U}_+.$$

В этом универсуме компонента \mathfrak{U}_- и есть экстремальный пограничный слой. В свою очередь компоненту \mathfrak{U}_+ логично назвать внешним энтропийным многообразием.

§ 6. Инвариантность экстремального пограничного слоя

В соответствие с четвертой аксиомой экстремальный пограничный слой обладает симметрией — инвариантностью состояний. Эта симметрия предполагает автономность математического описания ЭПС. В этом случае на первом этапе исследования компоненты универсума $\{\mathfrak{U}_+, \mathfrak{U}_-\}$ изучаются независимо; эта независимость простирается довольно далеко, приводя, в конечном итоге, к самостоятельным научным разделам, либо крупным теориям. Так случилось и с ЭПС; многообразие \mathfrak{U}_- приобрело самостоятельный объект исследования и сформировало самостоятельный раздел энтропийной концептуальной модели естествознания — хаотическую механику.

В свою очередь внешнее энтропийное многообразие имеет ряд фундаментальных сужений (см. монографию "Энтропия") на одном из которых (Гильбертово поле) разместилась классическая физика. Таким образом, классическая физика располагается на внешнем многообразии \mathfrak{U}_+ , тогда как моя теория экстремального пограничного слоя — хаотическая механика размещена на многообразии \mathfrak{U}_- .

Симметрия — инвариантность описания не означает отсутствие согласования состояний компонент универсума в конкретных проблемах. Здесь автономность предполагает независимость всей совокупности потенциально возможных состояний ЭПС от

универсума \mathcal{E}_+ . Но на втором этапе исследования при выборе конкретной реализации происходит согласовка состояний компонент универсума \mathcal{E} .

§ 7. Уравнение структурной энтропии

Одним из основных уравнений теории экстремального пограничного слоя является перешедшее из книги "Энтропия" уравнение структурной энтропии

$$A_0 : \quad \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1 ; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon} ; \quad q \in \mathcal{E}_-.$$

Здесь σ_1 — дивергентный инвариант.

В ряде мест и, в частности, в разделе "Внутреннее время" я в символьном выводе опираюсь на более общее уравнение

$$A_1 : \quad \frac{dH_q}{dz} = \text{sign } K \sigma_1.$$

В этом уравнении функция знака $\text{sign } K$ отражает специфику конкретной физической проблемы, в которых необходимость учета различных значений функции $\text{sign } K$ существуют и они описаны в настоящей монографии, но во второй части книги, включающей основные разделы "Турбулентность" и "Энтропийный мир", я опираюсь на уравнение A_0 . Это уравнение без ограничения общности может быть использовано в символьном выводе любой проблемы либо задачи. В случае необходимости учета функции знака $\text{sign } K$, эта процедура происходит без затруднений. Очень часто включение в уравнение A_0 функции знака подчинено задаче построения более простой и естественной семантической интерпретации.

§ 8. Энтропийное время

Аксиоматика ЭПС предполагает существование двух комплексных времен:

1. энтропийного времени, 2. астрономического времени.

Формально энтропийное время вводится просто: для этого нужно принять две аксиомы:

1. аксиому энтропийного времени,
2. аксиому комплексной скорости.

Опираясь на материалы монографии "Энтропия" в соответствие с первой аксиомой необходимо отождествить энтропийное время со структурной энтропией

$$s \equiv H_q.$$

Вторая аксиома отождествляет комплексную скорость с дивергентным инвариантом

$$w \equiv \sigma_1 ; \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Результатом этого будет уравнение энтропийного времени

$$\frac{ds}{dz} = w ; \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Необходимо обратить внимание на важнейший факт: проблема энтропийного времени является центральной проблемой хаотической механики и энтропийной концепции естествознания.

Глубинные корни этой проблемы восходят к двум категориям:

1. абстракция,
2. интерпретация.

Аксиоматическая база ЭПС определяет абстрактный объект, и все аксиомы этого объекта имеют абстрактный смысл. Но естествоиспытателям и автору абстрактного смысла теории экстремального пограничного слоя недостаточно; нам нужна интерпретация этой теории в Природе и окружающей нас Действительности.

Интерпретация принимает вид второй стороны и второй проблемы теории экстремального пограничного слоя. Этот факт, в свою очередь, выдвинул на передовые позиции настоящей книги проблему реальной интерпретации исходной абстрактной аксиомы "структурная энтропия — энтропийное время".

Решение этой проблемы в нужной полноте и общности, и на нужном онтологическом уровне оказалось чрезвычайно трудной задачей, а ее, содержащееся в настоящей книге, положительное решение оказалось, в некотором смысле, открытием одной из Великих Тайн Природы.

§ 9. Постулат предельной некорректности

I. Вне всякого сомнения, в теории экстремального слоя и во всей теории энтропии основополагающее значение играет теория

предельной корректности; при этом значимость этой теории определяется не только широким использованием ее инструментальных средств, но в большей мере ее методологией. Теория предельной корректности прежде всего сильна своей методологией; в книгах "Энтропия" и "Энтропия-2" этой методологии я придал вселенский уровень общности и в основу энтропийной парадигмы и энтропийной концептуальной модели естествознания я положил именно методологию предельной корректности. В основе методологии лежит классификационный признак предельной некорректности; и именно с помощью этого признака из двух альтернативных вариантов структуры Природы и Действительности я выбрал предельно-некорректный вариант. По этому варианту основным свойством Природы и Действительности является ее предельная некорректность. Этот основополагающий факт служит первопричиной Всего Сущего и определяет все движения и развитие. Следствием этого и явилось развитие энтропийной концептуальной модели естествознания на основе методологии предельной корректности.

В этой концептуальной модели примат принадлежит неизвестному в классической физике новому объекту — экстремальному пограничному слою. В свою очередь, в аксиоматической базе ЭПС приоритет принадлежит, обладающему классификационным признаком, постулату предельной некорректности.

II. Проследим цепочку умозаключений, приведшую меня к постулату предельной некорректности.

В соответствии с восьмой аксиомой фундаментальной симметрией виртуальной сплошной среды является двойственность. Этой аксиоме можно дать другую формулировку вне связи с объектом нашей теории — виртуальной сплошной средой — в виде постулата естествознания.

Постулат двойственности. *Фундаментальной симметрией естествознания является двойственность.*

Еще одним постулатом естествознания является постулат двойственности состояния.

Постулат двойственности состояния. *Состояние объектов Вселенной и окружающей нас Действительности содержит регулярную и сингулярную компоненту.*

Теперь я, следуя книге "Энтропия", усилию роль сингулярной компоненты. В этом постулате ключевую роль играет сингулярная компонента; данный факт и фиксируется в следующем принципе предельной некорректности.

Принцип предельной некорректности. *Объекты Вселенной и окружающей нас Действительности не обладают предельной корректностью.*

Поскольку виртуальная сплошная среда является основным объектом естествознания, то мы, опираясь на принцип предельной некорректности, приходим к постулату предельной некорректности виртуальной сплошной среды.

Постулат предельной некорректности виртуальной сплошной среды. *Виртуальная сплошная среда не обладает предельной корректностью.*

III. В теории предельной корректности существует один вид предельной некорректности — локальная некорректность; в этом случае существует в фазовом пространстве локальная область в которой происходит нарушение предельной корректности (именно предельной корректности, а не корректности по Лаврентьеву – Адамару). Замечательным свойством области локальной некорректности является то, что ее феноменология полностью соответствует феноменологии хаоса. Этот феноменологический факт послужил наводящей стрелой при выборе в качестве объекта хаотической механики экстремального пограничного слоя. Именно экстремальный пограничный слой и оказался тем объектом, теория которого оказалась тождественна хаотической механике. Точнее, нашим современным представлениям о хаосе, самоорганизации, синергетике в самом широком смысле.

§ 10. Заключение

1. Предметом хаотической механики является разрушение и возникновение различных сущностей и структур.
2. В теории предельной корректности процессы разрушения и возникновения происходят в экстремальном пограничном слое; экстремальный пограничный слой и выбран мною в качестве объекта хаотической механики.
3. В книге "Энтропия-2" хаотическая механика реализована в виде теории экстремального пограничного слоя.
4. В аксиоматической базе ЭПС приматом обладает постулат предельной некорректности, именно он определил облик хаотической механики.
5. Феноменология ЭПС обладает основным свойством: в ЭПС существует хаос и происходит разрушение и возникновение сущностей и структур.
6. Хаотическая механика обладает характерным неотъемлемым элементом — естественной средой обитания являющаяся комплексные пространства, а параметризация состояний производится посредством комплексных времен.
7. В энтропийной концептуальной модели естествознания ключевую роль играет две категории:

1) абстракция, 2) интерпретация.

Аксиоматическая база ЭПС определяет абстрактный объект и все аксиомы этого объекта имеют абстрактный смысл. Но для естествознания абстрактного смысла недостаточно: нужна интерпретация. Поэтому одной из ключевых проблем естествознания является интерпретация абстрактных аксиом. В этой многогранной задаче на первом месте стоит проблема интерпретации абстрактных аксиом теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики. Среди первоочередных задач этой проблемы находится задача интерпретации аксиомы "структурная энтропия — энтропийное время".

8. Содержащиеся в книге "Энтропия-2", положительное решение задачи интерпретации аксиомы "структурная энтропия — энтропийное время" является крупным, фундаментальным результатом естествознания.

Глава II

Концептуальные элементы хаотической механики

Содержание

§1. Постулат предельной некорректности-2	51
§2. Задача эволюции	52
§3. Понятие предельной некорректности	54
§4. Двойственность представления виртуальных сплошных сред	54
§5. Разрушение Гильбертова поля	57
§6. Диффеоморфизм энтропийных многообразий	58
§7. Энтропия — мера упорядоченности виртуальной сплошной среды	59
§8. Энтропия — мера	63
§9. Мера экстремального пограничного слоя	66
§10. Заключение	66

§ 1. Постулат предельной некорректности-2

Важным следствием постулата двойственности и восьмой аксиомы является двойственность представления импульса, в соответствии с которым существует два вида импульса:

1. Присоединенный импульс.
2. Свободный импульс.

В книге "Энтропия" присоединенный импульс я ввел следующим определением.

Определение II.1 *Присоединенным импульсом называется сопряженный импульс, связанный с обобщенной координатой взаимно однозначным отображением.*

В свою очередь свободный импульс вводится посредством второго определения.

Определение II.2 *Импульс, имеющий смысл координаты пространства импульса Ω_p , называется свободным импульсом.*

Двойственность представления импульса оказывается важным элементом хаотической механики.

II. Поскольку виртуальная сплошная среда является основным объектом естествознания, то мы, следуя материалам книги "Энтропия", приходим к постулату предельной некорректности виртуальной сплошной среды.

Постулат предельной некорректности виртуальной сплошной среды.

Виртуальная сплошная среда не обладает предельной корректностью.

Перейдем теперь к математической формулировке и анализу предельной некорректности виртуальной сплошной среды. Как известно, в нашей теории предельной корректности объект исследования классифицируется как система, но виртуальная сплошная среда не является системой, это совершенно другой объект. Но объект настоящей монографии и монографии "Энтропия" — виртуальная сплошная среда — обладает всеми необходимыми для теории предельной корректности свойствами, поэтому все ее математические структуры применимы в этом случае. Прежде всего это касается математической модели.

Для формулировки математической модели в виде обобщенного оператора введем базовые геометрические объекты, ограничившись случаем вещественного фазового пространства.

I. Фазовое пространство

$$\Omega = \{q, p \mid q \in \Omega_q; p \in \Omega_p; \Omega_q \subset R^n; \Omega_p \subset R_n;\}$$

$$\Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega \subset R^n \oplus R_n\}.$$

II. Энтропийное многообразие

$$\Theta = \{q, p \mid \Theta \subset \Omega; H_f\}.$$

Теперь будем постулировать существование математической модели виртуальной сплошной среды в виде обобщенного операторного уравнения [379].

$$K_1: \quad T\varphi = \chi; \{q, p\} \subset \Omega,$$

$$\varphi \in E(\Omega); \chi \in X; \varepsilon \in M; M \subset [0, \infty).$$

Здесь $E(\Omega)$ – пространство состояний виртуальной сплошной среды;

φ – вектор состояния виртуальной сплошной среды;

χ – вектор правой части обобщенного оператора;

M – параметрический интервал;

ε – параметр виртуальной сплошной среды.

§ 2. Задача эволюции

Пусть при некотором значении параметра $\varepsilon = \varepsilon_0$ задано или удалось определить из математической модели K_1 состояние вир-

туальной сплошной среды φ_0 . В этом случае можно сформулировать задачу эволюции виртуальной сплошной среды в параметрическом интервале из состояния φ_0 .

Если существует эволюционный оператор $L(\varepsilon)$, то задача эволюции будет иметь вид

$$G_1 : \quad \varphi \stackrel{\Delta}{=} L(\varepsilon) \varphi_0.$$

Именно задача эволюции G_1 является основным объектом теории предельной корректности и асимптотического анализа. Изучение задачи G_1 асимптотическими методами требует знания шкалы сравнения $\mathcal{E}(M_0)$, заданной над параметрическим интервалом, либо его частью $M_0 \subset M$. Шкала сравнения $\mathcal{E}(M_0)$ вводится следующим определением.

Определение II.3 Шкала сравнения $\mathcal{E}(M_0)$ представляет собой упорядоченное множество с элементами $\sigma_\alpha(\varepsilon)$, $\varepsilon \in M_0$, где α пробегает множество индексов A_α , наделенное структурой совершенно упорядоченного множества, противоположной структуре порядка шкалы сравнения $\mathcal{E}(M_0)$, так что отношение $\alpha < \beta$ эквивалентно отношению $\sigma_\beta(\varepsilon) < \sigma_\alpha(\varepsilon)$.

Знание шкалы сравнения дает возможность постулирования и определения состояния виртуальной сплошной среды в виде асимптотического разложения. Асимптотическое разложение вводится в теорию с помощью следующего определения.

Определение II.4 Функция $\varphi \in E(\Omega)$ допускает асимптотическое разложение с точностью до $\sigma_\alpha(\varepsilon)$ (относительно шкалы сравнения $\mathcal{E}(M_0)$), если существует множество элементов $(a_\lambda) \in E(\Omega)$, $\lambda < \alpha$, для которых справедливо соотношение

$$\left[\varphi - \sum_{\lambda < \alpha} a_\lambda \sigma_\lambda(\varepsilon) \right] \sim O[\sigma_\alpha(\varepsilon)].$$

Здесь $O[\sigma_\alpha(\varepsilon)]$ — символ порядка, обладающий свойством

$$\frac{O[\sigma_\alpha(\varepsilon)]}{\sigma_\alpha(\varepsilon)} \rightarrow C, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Отметим, что применительно к задаче эволюции G_1 речь, естественно, должна идти об асимптотическом разложении оператора $L(\varepsilon)$

$$G_2 : L(\varepsilon) = 1 + \sigma_1(\varepsilon)L_1 + \sigma_2(\varepsilon)L_2 + \dots + \sigma_{\alpha-1}(\varepsilon)L_{\alpha-1} + O(\sigma_\alpha(\varepsilon)).$$

Проблема существования и реализации оператора $L(\varepsilon)$ в виде асимптотического разложения G_2 и является основной в теории предельной корректности.

§ 3. Понятие предельной корректности

При изучении задачи эволюции вместе с обобщенным оператором $T\varphi = \chi$, описывающим состояние виртуальной сплошной среды при произвольных значениях параметра ε , вводится обобщенный оператор $T_0\varphi_0 = \chi_0$, описывающий состояние виртуальной сплошной среды при некотором характерном значении параметра ε_0 . Итак, пусть состояние виртуальной сплошной среды при значении параметра $\varepsilon = \varepsilon_0$ описывается математической моделью

$$A_1: \quad T_0 \varphi_0 = \chi_0; \{q, p\} \subset \Omega_0, \\ \varphi_0 \in E(\Omega_0); \varepsilon = \varepsilon_0; \chi_0 \in X_0.$$

Будем называть эту математическую модель предельной моделью.

Пусть также мы поставили задачу построения асимптотического разложения G_2 оператора $L(\varepsilon)$, в котором нулевым приближением является решение φ_0 , удовлетворяющее математической модели A_1 . При постановке этой задачи возникают следующие вопросы:

1. Какими свойствами должны обладать общая и предельная модели для того, чтобы существовало асимптотическое решение?
2. Существует ли регулярное асимптотическое решение задачи при заданной предельной модели?
3. Относительно каких шкал сравнения существуют асимптотические решения для заданных общей и предельной моделей?

Ответы на эти и ряд других вопросов опираются на фундаментальное свойство предельной корректности.

Определение II.5 Если

$$1. \lim_{\varepsilon \downarrow 0} (T\varphi - T_0\varphi_0) = 0, \quad 2. \lim_{\varepsilon \downarrow 0} (\Omega - \Omega_0) = 0,$$

3. существует асимптотическое разложение оператора $L(\varepsilon)$ относительно шкалы сравнения $\mathcal{E}(M_0)$

$$L(\varepsilon) = 1 + \sigma_1(\varepsilon)L_1 + \sigma_2(\varepsilon)L_2 + \dots + \sigma_{\alpha-1}(\varepsilon)L_{\alpha-1} + O(\sigma_\alpha(\varepsilon)),$$

где L_i — ограниченные операторы, то задача будет обладать предельной корректностью относительно $\varepsilon = \varepsilon_0$ и шкалы $\mathcal{E}(M_0)$.

§ 4. Двойственность представления виртуальной сплошной среды

I. Лежащая в основе теории предельной корректности двойственность описания приводит к двойственности представления

виртуальной сплошной среды, в соответствии с которой кроме исходной существует также и предельная виртуальная сплошная среда. Виртуальная сплошная среда как объект теории предельной корректности имеет вид

$$B_0: \quad S = \{\varphi, \mathbf{q}, \mathbf{p}, t, \varepsilon \mid \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q; \mathbf{p} \in \mathcal{P}_p; \mathcal{Q} = \mathcal{Q}_q \times \mathcal{P}_p; T\varphi = \chi; \\ \varepsilon \in M; t \in J; H_f\}.$$

В свою очередь мы должны постулировать и существование предельной виртуальной сплошной среды при $\varepsilon = \varepsilon_0$

$$B_1: \quad S_0 = \{\varphi_0, \mathbf{q}, \mathbf{p}, t, \varepsilon_0 \mid \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q^0; \mathbf{p} \in \mathcal{P}_p^0; \mathcal{Q}^0 = \mathcal{Q}_q^0 \times \mathcal{P}_p^0; \\ T_0\varphi_0 = \chi_0; t \in J; H_f\}.$$

В случае предельной корректности

$$B_2: \quad S \xrightarrow[\varepsilon \downarrow \varepsilon_0]{} S_0.$$

Но в соответствии с постулатом предельной некорректности виртуальная сплошная среда не обладает предельной корректностью и, следовательно, не существует предельная виртуальная сплошная среда вида B_1 , обладающая свойством B_2 .

Нам необходимо постулировать существование другой предельной среды, обладающей предельной некорректностью. Я начну с постулирования типа предельной некорректности; буду полагать, что виртуальная сплошная среда обладает структурной некорректностью. В случае структурной некорректности существует двухмодельное представление; при $\varepsilon \downarrow \varepsilon_0$ общая модель распадается на две модели: первая модель будет описывать внешнюю виртуальную сплошную среду, а вторая — некорректное ядро. Выделение некорректного ядра — локализацию области предельной некорректности — выполним по временной шкале. Прежде всего будем полагать, что в нашей задаче безразмерный параметр ε является малым параметром. Для конструирования малого параметра вводим два характерных количества, имеющих смысл длительности:

1. T — большое характерное время.
2. t_0 — малое характерное время.

Теперь зададим временной интервал

$$J = [T_-, T_+]; \quad T_- < 0; \quad T_+ > 0; \quad T = T_+.$$

Будем предполагать, что внутри временного интервала существует только одно некорректное ядро — локальная область предельной некорректности, имеющая малую длительность σJ

$$\sigma J = \{s \mid s = t + c; \frac{|s|}{T} \leq \varepsilon\}.$$

Виртуальная сплошная среда, находящаяся в некорректном ядре, будет

$$B_3 : \quad S_\sigma = \{\varphi, q, p, t, \varepsilon \mid S_\sigma \subset S; t \in \sigma J\}.$$

В свою очередь внешняя виртуальная сплошная среда определяется так:

$$B_4 : \quad S_0 = \{\varphi, q, p, t, \varepsilon \mid S_0 \subset S; t \in J_0; J_0 = J \setminus \sigma J\}.$$

Представления B_3, B_4 приводят к главному результату — двойственному представлению

$$B_5 : \quad S = S_0 \cup S_\sigma,$$

$$S_0 = \{\varphi_0, q, p, t \mid q \in \mathcal{Q}_q^0; p \in \mathcal{P}_p^0; \mathcal{Q}^0 = \mathcal{Q}_q^0 \times \mathcal{P}_p^0; T_0 \varphi_0 = \chi_0; \\ t \in J_0, H_f\},$$

$$S_\sigma = \{\varphi_\sigma, q, p, t \mid q \in \mathcal{Q}_q^\sigma; p \in \mathcal{P}_p^\sigma; \mathcal{Q}^\sigma = \mathcal{Q}_q^\sigma \times \mathcal{P}_p^\sigma; T_\sigma \varphi_\sigma = \chi_\sigma; \\ t \in \sigma J, H_f\}.$$

Здесь следует заметить, что представление B_5 справедливо для малых значений параметра ε .

Второе замечание: в нашей концептуальной модели речь не идет об асимптотических решениях предельно-некорректных задач, а также в ней не обсуждается, по сути, не играющая никакой роли широко известная проблема возмущений. Дело не в возмущениях. Здесь развивается другая идея — постулирование факта двойственности существования виртуальной сплошной среды и реализация двойственности описания.

II. Двойственное представление соответствует аксиоматическому определению объекта монографии "Энтропия"; в соответствии с восьмой аксиомой виртуальная сплошная среда обладает фундаментальной симметрией — двойственностью. Одной из реализаций этой симметрии является существование виртуальной сплошной среды в виде компонент.

III. Приведенная классификация виртуальных сплошных сред опирается на формальный критерий — предельную некорректность. Но эти же типы можно выделить и на основе феноменологического критерия — массообмена. В этом случае в одной среде существует массообмен, а в другой — массообмен отсутствует. Среда, в которой отсутствует массообмен, будет инерциальной

виртуальной средой, а среда с массообменом будет диссипативной виртуальной средой. Именно это свойство — массообмен — я положил в книге "Энтропия" в основу феноменологического определения.

Определение II.6 *Диссипативной виртуальной сплошной средой называется виртуальная сплошная среда, в которой может происходить массообмен.*

К этому следует дать пояснение смысла термина "массообмен". Здесь имеется ввиду массообмен между компонентами диссипативной среды, расположенными в конфигурационном пространстве и пространстве импульса. Как известно, причиной массообмена является разрушение Гильбертова поля. Две компоненты двойственности и определяют двухтиповую классификацию виртуальных сплошных сред:

1. Инерциальная сплошная среда.
2. Диссипативная сплошная среда.

§ 5. Разрушение Гильбертова поля

На принятом онтологическом уровне важным звеном исследования является разработка феноменологии введенного в книге "Энтропия" универсума G (либо \mathcal{E}). Четкое знание феноменологии универсума \mathcal{E} открывает возможности для понимания нашей концептуальной модели и ее места в естествознании XXI века. Рассматриваемая ниже феноменология опирается на факт разрушения Гильбертова поля. Гильбертово поле привносит в движение инерциальной среды упорядоченность, имеющую геометрический смысл. Я буду называть ее геометрической упорядоченностью. По определенной причине в некоторой, в некотором смысле произвольной, точке Гильбертова поля в момент времени, определяемый однопараметрической группой трансляций вдоль оси времени, произошло событие, приведшее к локальному разрушению Гильбертова поля. Зона разрушения и сформировала структуру, носящую название ядро Гильбертова поля. Поскольку внутренность ядра Гильбертова поля представляет зону разрушения, то в ядре существующая геометрическая упорядоченность исчезла. В отсутствие геометрической упорядоченности движение виртуальной сплошной среды в ядре Гильбертова поля стало резко отличаться от ее движений по Гильбертову полю. Виртуальная сплошная среда приобрела новые черты — она стала диссипативной средой.

Напомню, что движение виртуальной сплошной среды полностью определяется структурой энтропийного многообразия; в характерном случае для инерциальной среды — Гильбертовым по-

лем. В отсутствие Гильбертова поля в зоне разрушения законы движения виртуальной сплошной среды изменились, и стали законами экстремального пограничного слоя. Ясно, что процессы в зоне разрушения связаны с процессами на Гильбертовом поле, что и нашло выражение в предельной некорректности проблемы. В свою очередь следствием предельной некорректности стала локальная симметрия, определившая строгую феноменологическую базу универсума.

Таким образом, факту существования ЭПС и универсума $G = \Gamma \cup \Xi$ можно придать феноменологию, ключевым звеном которой является разрушение Гильбертова поля. Феноменология разрушения Гильбертова поля допускает широкое и разнообразное развитие, важнейшим звеном которого является проблема реализации фазового пространства. В заключение замечу, что на феноменологическом уровне экстремальный пограничный слой можно определить следующим образом.

Экстремальный пограничный слой вещественного фазового пространства — малый компакт, состоящий из зоны разрушения Гильбертова поля и ее малой окрестности.

§ 6. Диффеоморфизм энтропийных многообразий

I. Обратимся к вещественному энтропийному многообразию

$$\Xi = \{q, p \mid \Xi \subset \Omega, H_f\}.$$

Как известно, энтропийное многообразие имеет структуру прямого произведения

$$\Xi = \Xi_q \times \Xi_p; \Xi_q \subset \Omega_q; \Xi_p \subset \Omega_p; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p;$$

на многообразиях определены локальные координаты

$$q \in \Xi_q; p \in \Xi_p.$$

Пусть существует гладкое отображение многообразия Ξ_q на Ξ_p

$$f: \Xi_q \rightarrow \Xi_p, q \rightarrow p.$$

В этом случае отображение f будет определять диффеоморфизм Ξ_q и Ξ_p и тогда многообразия $\{\Xi_q, \Xi_p\}$ диффеоморфны.

Диффеоморфизм вещественных энтропийных многообразий является фундаментальным свойством виртуальной сплошной среды, именно это свойство будет отличительным признаком

инерциальной сплошной среды. В итоге инерциальную среду можно определить как среду, в которой многообразия $\{\mathcal{E}_q, \mathcal{E}_p\}$ диффеоморфны. С другой стороны, в диссипативной среде многообразия $\{\mathcal{E}_q, \mathcal{E}_p\}$ диффеоморфны не всегда.

II. Отображение f определяет на многообразии $\mathcal{E}_q \in \Omega_q$ ковекторное поле – поле сопряженного импульса \mathbf{p} , – и характерной чертой инерциальной среды является существование в конфигурационном пространстве ковекторного поля сопряженного импульса. В этом случае каждой точке конфигурационного пространства, расположенной на многообразии \mathcal{E}_q , соответствует сопряженный импульс

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{q}, t); \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q.$$

Но это означает, что в случае диффеоморфизма сопряженный импульс будет присоединенным импульсом.

III. Диффеоморфизм дает концептуальную основу введения двух представлений следующим утверждением.

Утверждение II.1 *При описании объекта, находящегося в вещественной виртуальной сплошной среде, существует два представления:*

1. *Внутреннее представление – описание объекта в фазовом пространстве $\Omega \subset \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}_n$.*

2. *Внешнее представление – описание объекта в конфигурационном пространстве $\Omega_q \subset \mathbb{R}^n$ либо расширенном конфигурационном пространстве $\hat{\Omega}_q \subset \mathbb{R}_{n,1}^{n+1}$.*

§ 7. Энтропия — мера упорядоченности виртуальной сплошной среды

I. Энтропия обладает богатой феноменологией, в связи с чем существует ряд ее определений, опирающихся на те или иные ее свойства. Для нас сейчас главным будет то, что энтропия является первичным геометрическим объектом, определяющим упорядоченность виртуальной сплошной среды.

Другими словами, энтропия — мера совершенства виртуальной сплошной среды. Как математическая структура энтропийного многообразия, энтропия обладает высоким конструктивизмом в том смысле, что она может быть основой математической техники самых разнообразных теоретических проблем и теорий естествознания. На верхнем уровне общности задание энтропии полностью определяет конкретную теорию. Для понимания значимости и глубины теории необходимо знание конкретизации энтропии. Здесь существует полная аналогия с вариационными

принципами механики и гамильтоновой механикой. Гамильтонова механика полностью определяется заданием функции Гамильтона в фазовом пространстве с кососимметрической метрикой.

Обобщая этот хорошо известный фундаментальный факт на энтропийную теорию, мы приходим к следующему утверждению.

Утверждение II.2 *Энтропийная теория естествознания полностью определяется заданием энтропии в фазовом пространстве.*

Исходное положение дел в определении энтропии выглядит следующим образом. В B_0 часто энтропия виртуальной сплошной среды определяется формулой Больцмана, но этим вопрос представления энтропии не исчерпывается. С помощью ориентированного объема я ввел следующее определение энтропии

$$H_1 : \quad H_f \triangleq - \int_{\Omega} \rho \ln \rho d\Omega.$$

На основе тех знаний, которые изложены в монографии "Энтропия", можно утверждать, что формула H_1 достаточна для описания инерциальной среды, но нужны ее обобщения либо переход к новому представлению. Точнее, для диссипативной среды в дополнение к формуле H_1 необходимо вводить новое общее представление энтропии.

II. Я начну обсуждение исходной идеи общего представления с гидродинамической интерпретации. В гидродинамике для описания движения сплошной среды используются две сущности:

- 1) траектория; 2) линии тока.

Одной из отличительных особенностей большинства теорий механики и физики является то, что они основаны на траекторной методологии. Здесь достаточно привести только один яркий пример: гамильтонова механика — траекторная механика. Принципиальным отличием энтропийной методологии является то, что, по сути, она методология линий тока. Именно уход от траекторной методологии и переход к методологии линий (либо поверхностей) тока привел к значительным обобщениям, достаточным для описания диссипативной среды.

В этом случае в гидродинамической интерпретации энтропия будет функцией тока виртуальной сплошной среды. Семантическая интерпретация энтропии как функции тока виртуальной сплошной среды и определяет идею построения общего представления энтропии.

В гидродинамической интерпретации энтропийное многообразие — это поверхность тока, и проблема задания энтропии станет проблемой задания математической структуры, принимающей постоянное значение на поверхности тока — функции тока.

В этом случае энтропия — функция тока — и будет определять нашу хорошо известную глобальную симметрию — закон сохранения энтропии.

Гидродинамическая интерпретация глобальной симметрии однозначно определяет способ представления энтропии; *энтропию следует задать в виде функции, принимающей постоянное значение на энтропийном многообразии*

$$H_2 : \quad H_f = \{H_f(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \mid H_f \in C^1(\mathcal{E})\}.$$

При необходимости структура H_2 может быть обобщена на распределения.

III. В гидродинамике судьба функции тока оказалась не такой безоблачной и завидной, как судьба потенциала скоростей. Две базовые, в определенном смысле ортогональные, структуры — потенциал скоростей и функция тока — в теоретической гидродинамике давно хорошо известны, но степень их значимости, развития и применения в многочисленных задачах оказалась различной.

В силу присущим им внутренним свойствам в теории идеальной жидкости более эффективным оказался потенциал скоростей; именно методы потенциала скоростей получили развитие и широчайшее применение. Главная причина подобного положения дел та же, что и в мотиве возникновения второй базовой структуры нашей теории — потенциала ускорений.

В гидродинамике существует большой класс задач, в котором базовой структурой является потенциал скоростей; этот класс задач в основном и объединяет то, что называется термином "идеальная жидкость".

В нашей теории также существуют две ортогональные структуры:

1) потенциал скоростей — потенциал ускорений Θ ;

2) функция тока — энтропия H_f ,

и сфера их предпочтительного применения в качестве базовой структуры конкретной теории оказывается различной.

IV. Если брать за основу наше обобщение формулы Больцмана, то мы в конечном итоге приходим к потенциалу ускорений. Эта теория и математическая техника подробно описаны и изучены в монографии "Энтропия".

Для связанности изложения я напомним некоторые фрагменты, справедливые для вещественного фазового пространства. Если определить на энтропийном многообразии

$$\mathcal{E} = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathcal{E} \subset \Omega; H_f\}$$

энтропию формулой H_1 , то мы сформулируем соленоидальное многообразие

$$M = \{q, p \mid M \subset \mathcal{E}; \sigma = \operatorname{div} A\}.$$

Здесь $A = \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t}$ — векторное поле скоростей в фазовом пространстве Ω .

Вводя на соленоидальном многообразии потенциал ускорений

$$H_3: \quad \frac{\partial p}{\partial t} \triangleq \operatorname{grad} \Theta; \quad q \in \mathcal{E}_q;$$

и кососимметрическую метрику $\xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, мы приходим к многообразию потенциала ускорений

$$H_4: \quad \Pi = \left\{ q, p \mid \Pi \subset M; \Theta; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Но на многообразии потенциала ускорений многообразия $\{\mathcal{E}_q, \mathcal{E}_p\}$ диффеоморфны, что и приводит к следующему утверждению.

Утверждение II.3 *Потенциал ускорений является структурой внешнего представления виртуальной сплошной среды.*

В случае диссипативной среды одного внешнего представления недостаточно, необходимо внутреннее представление и необходим переход от потенциала ускорений к функции тока — энтропии. Вместе с тем это пока не означает переход от Больцмановской энтропии к энтропии H_2 .

V. Потенциал ускорений возник в результате сужения соленоидального многообразия, однако существуют большие возможности и в работе на соленоидальном многообразии. Причем здесь базовым уравнением будет дивергентное уравнение

$$H_5: \quad H_f \in M: \quad \operatorname{div} \tilde{A} = 0; \quad q \in \mathcal{E}_q; \quad p \in \mathcal{E}_p;$$

$$\tilde{A} = \dot{q} + \dot{p}; \quad \dot{q} = \frac{dq}{ds}; \quad \dot{p} = \frac{dp}{ds}.$$

В более частном варианте в случае существования дивергентного инварианта из модели H_5 следует модель:

$$H_6: \quad H_f \in M: \quad \begin{aligned} \operatorname{div} \dot{q} &= \sigma_1; & q &\in \mathcal{E}_q, \\ \operatorname{div} \dot{p} &= -\sigma_1; & p &\in \mathcal{E}_p. \end{aligned}$$

VI. Мотивы отхода от Больцмановского представления энтропии подробно описаны в "Прологе"; отход от Больцмановского представления энтропии к представлению H_2 означает работу исследователя на уровне энтропийного многообразия. Итогом приведенного выше анализа являются три уровня исследования виртуальной сплошной среды:

- I – уровень энтропийного многообразия,
- II – уровень соленоидального многообразия,
- III – уровень многообразия потенциала ускорений.

В заключение я предостерегу читателя от попыток отождествления энтропии с функцией тока. Энтропия больше, чем функция тока; представление энтропии в виде функции тока всего лишь одна проекция разнообразной семантической интерпретации энтропии. Проблема интерпретации энтропии имеет глубинное концептуальное и методологическое значение, и ее следует изучить во всем разнообразии феноменологии энтропии.

VII. Энтропийные многообразия определяют естественное расслоение фазового пространства, в результате фазовое пространство представляет сложную структуру, заполненную поверхностями тока.

Таким образом, фазовое пространство имеет структуру расслоенного многообразия, каждый слой которого обладает симметрией – сохраняет общую энтропию.

§ 8. Энтропия — мера

I. Определим энтропию известной формулой книги "Энтропия"

$$G_0: \quad H_f \triangleq \text{sign } V \ln V; \{q, p\} \in \mathcal{E}.$$

Теперь на множестве $\Omega \subset \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}_n$ определим меру следующим образом

$$M = |V|.$$

Для дальнейшего необходимо определиться со знаком фазового объема. По принципу максимума энтропии

$$H_f = \sup H_f^*.$$

Принимая верхнюю грань положительной, получаем

$$\text{sign } H_f = 1;$$

и тогда

$$G_1: \quad H_f = |\ln M|.$$

По симметрии $H_f = \text{const}$ на энтропийном многообразии

$$V = V_0; \{q, p\} \in \mathcal{E},$$

и, следовательно,

$$V = V_0; \quad \rightarrow \quad M = M_0.$$

Теперь я введу новую энтропию

$$G_2: \quad \tilde{H}_f \triangleq \sqrt[n]{M_0} |\ln M|; \{q, p\} \in \mathcal{E}.$$

Ясно, что

$$\tilde{H}_f = \sqrt[n]{M_0} H_f.$$

Смысл введения энтропии \tilde{H}_f носит формальный характер и обязан тому, что в некоторых случаях оперировать с энтропией \tilde{H}_f оказывается удобнее. Формулы G_1, G_2 определяют \tilde{H}_f как меру, определенную на энтропийном многообразии.

Перейдем к идентификации меры M . Поставим в соответствие мере M вектор \mathfrak{x}

$$M: M \rightarrow \mathfrak{x} \in R_+^n.$$

Теперь мера M будет определена на множестве R_+^n , и мы можем отождествить ее с мерой Лебега

$$G_3: \quad M = \Pi \mathfrak{x}; \quad \mathfrak{x} \in R_+^n.$$

В соответствии с исходным представлением энтропии

$$H_f = \{H_f(q, p) \mid H_f \in C^1(\mathcal{E})\}$$

примем, что вектор \mathfrak{x} есть инвариант

$$G_4: \quad \mathfrak{x} = \mathfrak{x}(q, p); \quad \mathfrak{x} = \mathfrak{x}_0; \{q, p\} \in \mathcal{E}.$$

Тогда

$$M = \Pi \mathfrak{x} \rightarrow M_0 = \Pi \mathfrak{x}_0$$

и получаем окончательный вид новой энтропии

$$G_5: \quad H_f = \sqrt[n]{\Pi \mathfrak{x}_0} |\ln \Pi \mathfrak{x}|; \{q, p\} \in \mathcal{E}.$$

В формуле G_5 я выполнил переобозначение $\tilde{H}_f \rightarrow H_f$.

Введем важный для дальнейшего инвариант

$$G_6: \quad (E | \varkappa) = \gamma \cdot n.$$

Поскольку энтропия формулы G_5 должна удовлетворять принципу максимума энтропии Панченкова, нам необходимо экстремальное значение вектора \varkappa_0 , доставляющее максимальное значение энтропии. Экстремальное значение вектора \varkappa_0 получено в книге "Энтропия"

$$\varkappa_0 = \gamma E$$

На экстремальном значении вектора \varkappa_0 энтропия будет такой

$$G_8: \quad H_f = \gamma \cdot n |\ln \gamma|, \quad \gamma \leq 1.$$

Эта формула допускает сопоставление с формулой Шеннона.

II. Для произвольного вектора $\varkappa \in R_+^n$ можно построить энтропию Шеннона

$$H_{\text{ш}} = |(\varkappa | \ln \varkappa)|; \quad (E | \varkappa) = \gamma h.$$

В теории информации $\gamma = \frac{1}{n}$, тогда в соответствии с принципом максимума энтропии дискретной системы для $\varkappa = \frac{1}{n}$ максимальное значение энтропии Шеннона

$$H_{\text{ш}} = \ln n.$$

Этот же результат получается и из формулы G_8 .

Из приведенного анализа вытекает, что в частной сопоставимой ситуации мой принцип максимума энтропии согласуется с известным принципом максимума энтропии дискретной системы. Но отсюда не следует, что эти два принципа адекватны. У этих экстремальных принципов разные объекты, мой принцип максимума энтропии относится к виртуальной сплошной среде, а классический принцип — к дискретной системе. Существует только одна ситуация, когда два различных принципа дают формально одинаковые результаты, и эта ситуация описана выше. Я бы мог сказать, что классический принцип максимума энтропии дискретной системы является частным случаем моего экстремального принципа. Но в этом нет необходимости да и, строго говоря, это неверно. Виртуальная сплошная среда и дискретная система имеют различное концептуальное оформление, и эти принципы не подлежат прямому сопоставлению. Просто в дискретной системе существует всего одна точка, когда ее целостность адекватна целостности виртуальной сплошной среды, и эта точка является точкой контакта двух принципов.

§ 9. Мера экстремального пограничного слоя

Присвоим индекс " — " энтропии и ее компонентам при подходе по оси времени слева (из прошлого) и индекс "+" — при подходе справа (из будущего). При пересечении экстремального пограничного слоя возникают скачки

$$[H_f] = H_f^+ - H_f^-, [H_q] = H_q^+ - H_q^-, [H_p] = H_p^+ - H_p^-.$$

Из симметрии $H_f = \text{const}$ следует $[H_f] = 0$ и тогда двойственность представления приводит к уравнению

$$S_1: [H_f] = 0: H_f = H_q + H_p \rightarrow [H_q] = -[H_p].$$

В свою очередь результат S_1 приводит к фундаментальному факту, содержащемуся в следующем утверждении.

Утверждение II.4 *Мерой экстремального пограничного слоя является скачок структурной энтропии $[H_q]$.*

В большом числе задач без ограничения общности можно принять $H_q^- = 0$, и в этом случае имеем

$$S_2: [H_q] = H_q^+.$$

Принятое соглашение о точке исчисления структурной энтропии и результат S_2 оказываются конструктивными и важными, особенно в проблемах феноменологии и семантики энтропии. Кроме того, надо иметь в виду и то, что введенное соглашение не носит формальный характер, а имеет глубинный смысл.

Одна из интерпретаций здесь следующая: экстремальный пограничный слой возникает в момент разрушения прошлой структуры, а точка смерти структуры характеризуется условием $H_q = 0$. Подробно этот вопрос исследован в главе "Теория мониторинга" книги "Энтропия".

§ 10. Заключение

1. *Наиболее общим свойством концепции хаотической механики является то, что она основана на теории и методологии предельной корректности.*
2. *Двухмодельное представление виртуальной сплошной среды в теории предельной корректности имеет строгое обоснование.*

3. В энтропийной концептуальной модели Природы и Действительности, а также в хаотической механике речь не идет об асимптотических решениях предельно-некорректных (сингулярных) задач, а также в ней не обсуждается, по сути, не играющая никакой роли, широко известная проблема возмущений. Дело не в возмущениях. Здесь развивается другая идея — постулирование факта двойственности существования сплошной среды и реализация двойственности описания.
4. Дедуктивная логика хаотической механики — теории экстремального пограничного слоя в значительной мере противоположна логике классической физики.
5. Хаос — предельно-некорректная проблема.
6. Факту существования ЭПС можно придать феноменологию, ключевым звеном которой является разрушение энтропийного многообразия и, в частности, Гильбертова поля.
7. В гидродинамической интерпретации энтропийное многообразие — это поверхность тока.
8. Фазовое пространство имеет структуру расслоенного многообразия, каждый слой которого обладает симметрией — сохраняет общую энтропию.
9. В частной сопоставимой ситуации принцип максимума энтропии Панченкова согласуется с известным принципом максимума энтропии дискретной системы.
10. В вещественном фазовом пространстве расположенная в ЭПС виртуальная сплошная среда — диссипативная среда. Именно этот факт лежит в основе нормального представления потока на конгруэнции энтропийного многообразия комплексного конфигурационного пространства.

Раздел II

Слабый экстремальный пограничный слой

- Глава III.* Начала теории слабого экстремального пограничного слоя
- Глава IV.* Развитие теории слабого экстремального пограничного слоя
- Глава V.* Завершение теории слабого экстремального пограничного слоя

Глава III

Начала теории слабого экстремального пограничного слоя

Содержание

§1. Исходные сведения	69
§2. Структура слабого экстремального пограничного слоя	71
§3. Постулаты и аксиомы слабого экстремального пограничного слоя	72
§4. Уравнение структурной энтропии	74
§5. Уравнение ядра Гильбертова поля	75
§6. Уравнение ядра экстремального пограничного слоя	76
§7. Гельмгольцево представление матрицы плотности импульса	77
§8. Распределения	78
§9. Теорема матрицы плотности импульса	82
§10. Заключение	85

§ 1. Исходные сведения

I. В теории экстремального пограничного слоя передние позиции занимает проблема классификации экстремальных пограничных слоев. При этом предполагается выделение самостоятельных типов ЭПС и их независимое изучение.

Слабый экстремальный пограничный слой и является первым выделенным типом ЭПС: характерной чертой слабого ЭПС является то, что он является объектом вещественного фазового пространства. Очевидным следствием этого стала реализация его теории в терминах вещественного переменного. В рамках настоящей монографии здесь возник исключительный случай вещественности описания, в отличие от остального последующего материала, основанного на комплексном переменном. В этом существует глубокий смысл.

Во-первых, исторически слабый ЭПС вырос из одной из интересных прикладных теорий книги "Энтропия" — теории мониторинга.

Во-вторых, слабый ЭПС имеет черты самостоятельного вида в вещественном фазовом пространстве.

И третье, в перспективе, в прикладном аспекте теория слабого ЭПС ориентирована на достаточно общую проблему мониторинга,

математическая технология которой больше соответствует ближайшим прикладным задачам именно в вещественных пространствах.

Хотя я не исключаю полезность и эффективность теории мониторинга в комплексных пространствах, но в этой теории места слабому ЭПС уже не будет. Тогда как центральную проблему мониторинга — проблему восстановления структуры системы мониторинга, теория слабого ЭПС описывает прекрасно.

Именно ради проблемы восстановления в энтропийной теории мониторинга я предпринял развитие теории слабого ЭПС. В итоге, теоретической основой проблемы мониторинга стала теория слабого ЭПС.

II. В проблеме мониторинга одной из важных задач является задача восстановления структуры системы мониторинга, ресурс которой близок к критическому значению, предшествующему разрушению системы. В монографии "Энтропия" установлено, что континуальную теорию надежности можно рассматривать как предшественницу энтропийной теории мониторинга. В этом контексте в технических проблемах континуальная теория надежности и энтропийная теория мониторинга является значительным обобщением проблемы надежности. Одно из направлений обобщения имеет следующее описание.

Основной задачей теории надежности является прогнозирование снижения ресурса технического объекта. Поскольку снижение ресурса объекта адекватно ухудшению его структуры, то в настоящее время теория надежности является теорией ухудшения структуры системы. Но в современный период развития инженерного дела этого недостаточно; необходима новая теория, описывающая как процессы ухудшения, так и процессы улучшения (восстановления) структуры. Именно этим свойством — свойством описания, наряду с процессами разрушения, процессов восстановления обладает энтропийная теория мониторинга.

В естественных и сложных технических системах мониторинга существуют два цикла: цикл развития и цикл старения. Движение в системе мониторинга и представляет собой последовательное чередование этих двух циклов; при этом реализация цикла старения в конкретной системе мониторинга не содержит принципиальных затруднений. Это связано с тем, что цикл старения глубоко и обстоятельно изучен в континуальной теории надежности, а с другой стороны, уже известные результаты энтропийной теории мониторинга содержат сведения по ряду основных вопросов процессов ухудшения структуры системы мониторинга.

Здесь следует обратить внимание на следующий важный факт: в естественной системе мониторинга описание ее регулярной эволюции, состоящей из двух циклов — развития и старения,

не содержит принципиальных затруднений. В этом случае регулярная эволюция рассматривается как движение на Гильбертовом поле и описывается основными уравнениями энтропийной теории мониторинга. Другая ситуация возникает, когда система входит в область критических значений ресурсов и близка к разрушению. В момент времени, предшествующий разрушению, в системе мониторинга по определенной причине начинают действовать быстротекущие процессы восстановления. Результатом действия процессов восстановления будет нерегулярное изменение эволюции; в последующее время система выходит из цикла разрушения и начинает функционировать в цикле развития.

В случае достижения цели, результат действия процессов восстановления следует рассматривать как событие; а описание события в теории энтропии происходит не на Гильбертовом поле, а в экстремальном пограничном слое.

То, что процессы восстановления формируют события и определяет основные принципиальные и инструментальные сложности в энтропийной теории мониторинга. Здесь достаточно указать на тесную связь процессов восстановления с хаосом; по сути дела, процессы восстановления происходят в детерминированном хаосе. С другой стороны, достаточно очевидна и ключевая роль процессов восстановления в реальных системах мониторинга (включая технические объекты).

§ 2. Структура слабого экстремального пограничного слоя

• I. Обратимся к материалам главы II. Двойственное представление энтропии имеет вид

$$H_f = H_q + H_p,$$

где H_q — структурная энтропия, H_p — энтропия импульса.

При пересечении экстремального пограничного слоя возникает скачки

$$[H_f] = H_f^+ - H_f^-; [H_q] = H_q^+ - H_q^-; [H_p] = H_p^+ - H_p^-.$$

Здесь индекс "—" присвоен энтропии и ее компонентам при подходе к ЭПС по оси времени слева (из прошлого), а индекс "+" — при подходе справа (из будущего).

Из глобальной симметрии $H_f = \text{const}$ следует $[H_f] = 0$, и тогда $[H_q] = -[H_p]$.

Мера ЭПС вводится утверждением.

Мерой экстремального пограничного слоя является скачок структурной энтропии $[H_q]$.

II. Фундаментальным свойством вещественного ЭПС является то, что он имеет малую протяженность по шкале времени. Если на отрезке оси времени, на котором определено состояние виртуальной сплошной среды, выделить малый отрезок σJ и принять $J_0 = J/\sigma J$, то получим:

$t \in J_0$ — движение на Гильбертовом поле.

$t \in \sigma J$ — событие в ЭПС.

Таким образом, по шкале времени ЭПС занимает малый компакт σJ . Структура ЭПС определяется следующей формулой

$$\text{ЭПС} = \text{ядро ЭПС} + \text{оболочка ЭПС}$$

В свою очередь в ядре слабого ЭПС можно аксиоматически выделить сингулярное ядро, что приводит к формуле

$$\text{ядро слабого ЭПС} = \text{регулярное ядро слабого ЭПС} + \text{сингулярное ядро слабого ЭПС}$$

Кроме этого нам необходимо для дальнейшего выделить главный слабый ЭПС формулой

$$\text{главный слабый ЭПС} = \text{регулярное ядро слабого ЭПС} + \text{оболочка ЭПС}$$

Структурным компонентам ЭПС соответствуют длительности:

Длительность ЭПС — σJ ,

Длительность ядра ЭПС — $\sigma^+ J$,

Длительность сингулярного ядра слабого ЭПС — $\sigma^2 J$,

Длительность главного слабого ЭПС — $\sigma J^+ = \sigma J/\sigma^2 J$.

В основу классификации вещественных ЭПС можно положить их меру. В зависимости от значения меры существует два типа:

Сильный ЭПС — $[H_q] \neq 0$,

Слабый ЭПС — $[H_q] = 0$.

§ 3. Постулаты и аксиомы слабого экстремального пограничного слоя

I. Приведем несколько сведений по распределениям, участвующим в аксиоматизации слабого ЭПС.

Введем пространство распределений широко известным способом [378]

$$D'(S) = \{f \mid \langle f \mid \varphi \rangle, \varphi \in D(S)\}.$$

Здесь $D(S) \subset C_0^\infty(S)$ — пространство пробных функций, а $S \subset R$.

В свою очередь для пространств пробных функций примем представление

$$\begin{aligned} D(S) &\triangleq D_+(S) + D_-(S); \quad S \subset R, \\ D_+(S) &= \{\varphi_+ \mid \varphi_+(t) = \varphi_+(-t); \quad t \in S\}, \\ D_-(S) &= \{\varphi_- \mid \varphi_-(t) = -\varphi_-(t); \quad t \in S\}. \end{aligned}$$

Этому представлению будет соответствовать представление пространства распределений

$$D'(S) = D'_+(S) + D'_-(S).$$

$D'_+(S)$ — симметричное пространство распределений,

$D'_-(S)$ — антисимметричное пространство распределений.

$$D'_+(S) = \{ \langle f \mid \varphi_+ \rangle \mid \langle f \mid \varphi_- \rangle = 0; \quad \varphi_+ \in D_+(S); \quad \varphi_- \in D_-(S) \}$$

$$D'_-(S) = \{ \langle f \mid \varphi_- \rangle \mid \langle f \mid \varphi_+ \rangle = 0; \quad \varphi_- \in D_-(S); \quad \varphi_+ \in D_+(S) \}.$$

III. Перейдем к аксиоматизации объекта исследования — слабого ЭПС.

Определение III.1. Слабым экстремальным пограничным слоем называется объект вещественного энтропийного многообразия \mathcal{E}_- входящего в состав универсума $G = \Gamma \cup \mathcal{E}_-$ — экстремального пограничного слоя, удовлетворяющий аксиомам:

1. Мера слабого экстремального пограничного слоя равна нулю
 $[H_q] = 0$.
2. В слабом экстремальном пограничном слое существует дивергентный инвариант
 $\text{div} \dot{\mathbf{q}} = \sigma_1; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_-; \quad \sigma_1 \in D'_-(S); \quad S = \sigma J; \quad t \in \sigma J$.
3. По шкале времени Гильбертова поля слабый экстремальный пограничный слой имеет малую длительность $\sigma J = [-t_0, t_0]$.
4. В слабом экстремальном пограничном слое существует малый хаотический параметр ε .
5. В слабом экстремальном пограничном слое существует быстрое внешнее время $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$.
6. В вещественном фазовом пространстве внутреннее время слабого пограничного слоя — вещественный положительный параметр $s \geq 0$.
7. На универсуме $G = \Gamma \cup \mathcal{E}_-$ при согласованных состояниях слабого экстремального пограничного слоя и Гильбертова поля внутреннее время является четной функцией быстрого внешнего времени \bar{t} .

8. В слабом экстремальном пограничном слое нормированный дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1 \sqrt{\varepsilon}}{n}$ многообразия \mathfrak{D}_- детерминированное распределение

$$\hat{\sigma}_1 \in D'_-(\bar{S}) ; \bar{S} = \sigma \bar{J} ; \sigma \bar{J} = \frac{\sigma J}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

9. При представлении импульса в виде един-формы

$$\mathbf{p} \triangleq \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q^- ; \mathbf{p} \in \mathfrak{D}_p^- ; \mathfrak{D}_- = \mathfrak{D}_q^- \times \mathfrak{D}_p^-.$$

нормированный импульс имеет вид

$$\bar{\mathbf{p}} = \bar{\Lambda} \mathbf{q} ; \bar{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{\varepsilon}} ; \bar{\Lambda} = \frac{\Lambda}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

10. Нормированная матрица плотности импульса имеет структуру

$$\bar{\Lambda} \triangleq \hat{\sigma}_1 E + \bar{\Lambda}^+ ; \bar{\Lambda}^+ \in D'_+(\bar{S}).$$

§ 4. Уравнение структурной энтропии

Уравнение структурной энтропии является одним из основных уравнений теории слабого экстремального пограничного слоя. Структурная энтропия нашей монографии "Энтропия" имеет вид

$$\frac{dH_q}{dt} = \text{sign} V_p < \text{div} \dot{\mathbf{q}} \mid \eta > .$$

В соответствии с третьей аксиомой в слабом ЭПС существует дивергентный инвариант $\text{div} \dot{\mathbf{q}} = \sigma_1$ и в этом случае при условии $\text{sign} V = 1$ следует уравнение структурной энтропии

$$G_1 : \quad \frac{dH_q}{dt} = \sigma_1.$$

Окончательный вид уравнение G_1 принимает при переходе с помощью аксиом 5, 8 от комплекта $\{t, \sigma_1\}$ к комплекту $\{\bar{t}, \hat{\sigma}_1\}$

$$G_2 : \quad \frac{dH_q}{dt} = n \hat{\sigma}_1 ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q^- ; \bar{t} \in \sigma \bar{J}.$$

Уравнение G_2 и есть уравнение структурной энтропии слабого ЭПС.

§ 5. Уравнение ядра Гильбертова поля

I. Один из способов описания слабого ЭПС основывается на известных уравнениях ядра Гильбертова поля.

В случае существования в виртуальной сплошной среде ротора в дополнение к обобщенному импульсу вводится полный импульс

$$\hat{\mathbf{p}} \triangleq \mathbf{p} + \mathbf{F}.$$

Здесь $\hat{\mathbf{p}}$ — полный импульс,

\mathbf{p} — обобщенный импульс,

\mathbf{F} — импульс ротора.

Следуя установившейся традиции для импульса ротора я принял поперечную калибровку

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = 0.$$

Потенциал ускорений задачи имеет стандартный вид

$$\Theta = -\frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{p}}\|^2 - \Pi.$$

Здесь $\|\hat{\mathbf{p}}\|^2 = \|\hat{\mathbf{p}}\|_{R^n}^2$.

На многообразии потенциала ускорений из канонических уравнений потенциала ускорений получены уравнения характеристики и импульса

$H_1 :$

$$\dot{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{p}}$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \|\hat{\mathbf{p}}\|^2 - \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t}; \quad \mathbf{q} \in \Pi_{\mathbf{q}}; \quad t \in J.$$

Стандартным путем из уравнения импульса получается уравнение ядра Гильбертова поля

$$H_2 : \quad \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial t} = -(\hat{\mathbf{p}} \mid \operatorname{grad}) \hat{\mathbf{p}} - [\hat{\mathbf{p}} \times \operatorname{rot} \mathbf{F}]; \quad t \in \sigma J^+.$$

Соответственно уравнение ядра ЭПС будет

$$H_3 : \quad \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial t} = -(\hat{\mathbf{p}} \mid \operatorname{grad}) \hat{\mathbf{p}}; \quad t \in \sigma J^+.$$

В случае поперечной калибровки

$$\operatorname{div} \mathbf{p} = \operatorname{div} \hat{\mathbf{p}}$$

и из уравнения характеристики следует двойственность

$$\sigma_1 = \begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{p} \\ \operatorname{div} \hat{\mathbf{p}} \end{cases}.$$

§ 6. Уравнение ядра экстремального пограничного слоя

Для представления импульсов в виде один-формы

$$\hat{p} \triangleq \Lambda q; \{ \hat{p}, q \} \in \Pi; p \triangleq \Lambda^+ q; \{ p, q \} \in \Pi,$$

$$Sp\Lambda = Sp\Lambda^+$$

и дивергентный инвариант будет

$$\hat{\sigma}_1 = \begin{cases} Sp\Lambda \\ Sp\Lambda^+ \end{cases}.$$

Здесь Π — многообразие потенциала ускорений.

В свою очередь для представления полного импульса \hat{p} в виде один-формы известное матричное уравнение Риккати — уравнение ядра ЭПС следует из уравнения H_3

$$A_0: \quad \dot{\Lambda} = -\Lambda^2; t \in \sigma J^+.$$

В теории слабого ЭПС фундаментальное значение имеет вопрос о классах решений матричного уравнения Риккати A_0 .

В рамках теории слабого ЭПС известны два класса решений:

I класс — решения сильного ЭПС,

II класс — решения слабого ЭПС.

Первое исследование решений сильного ЭПС, связанные с теоремой локальной инвариантности, содержатся в монографии "Энтропия". Важное и обстоятельное развитие этих первых результатов выполнено мною совместно с С.М. Подковыриным в работах [431][432].

В этих работах решения I класса удовлетворяют уравнению

$$t\dot{\Lambda} = -\Lambda; t \in \sigma J^+$$

Далее, переходя от матрицы Λ к матрице $\bar{\Lambda}$

$$\bar{\Lambda} \triangleq t\Lambda,$$

я из уравнения A_0 получаю уравнение идемпотентной матрицы

$$\bar{\Lambda} = \bar{\Lambda}^2.$$

Этот результат приводит к общему выводу. Решения матричного уравнения Риккати сильного ЭПС описываются идемпотентной матрицей. Соответственно в регулярном ядре сильного ЭПС дивергентный инвариант определяется формулой

$$\sigma_1 = \frac{Sp\bar{\Lambda}}{t}; t \in \sigma J \setminus \sigma^2 J.$$

§ 7. Гельмгольцево представление матрицы плотности импульса

В теории ЭПС в случае трехмерной либо двумерной систем оказывается конструктивным переход к новой структуре матрицы плотности импульса, основанной на известной теореме Гельмгольца. Гельмгольцево представление матрицы плотности импульса введено А.Н. Панченковым и С.М. Поковыриным в работе [431].

Следуя этой работе для формирования новой структуры введем три вектора $\{\chi, \mu, \omega\} \in R^3$:

1. χ — вектор расширения,
2. μ — вектор сдвига,
3. ω — вектор ротора.

Три вектора формируют три матрицы:

$$P_1: \quad X = \begin{Bmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{Bmatrix}, \quad M = \begin{Bmatrix} 0 & \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_1 & 0 & \mu_3 \\ \mu_2 & \mu_3 & 0 \end{Bmatrix}, \quad \Omega = \begin{Bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{Bmatrix}.$$

Здесь X — матрица расширения, M — матрица сдвига, Ω — матрицы ротора.

С помощью введенных матриц примем для матрицы плотности импульса представление

$$P_2: \quad \Lambda \triangleq X + M + \frac{1}{2}\Omega.$$

Элементы матрицы Λ связаны с элементами матриц $\{X, M, \Omega\}$ уравнениями связи

$$P_3: \quad \begin{array}{l} \mu_1 = \frac{1}{2}(\lambda_{12} + \lambda_{21}), \omega_1 = \lambda_{32} - \lambda_{23} \\ \mu_2 = \frac{1}{2}(\lambda_{13} + \lambda_{31}), \omega_2 = \lambda_{13} - \lambda_{31} \\ \mu_3 = \frac{1}{2}(\lambda_{23} + \lambda_{32}), \omega_3 = \lambda_{21} - \lambda_{12} \\ \chi_1 = \lambda_{11}, \chi_2 = \lambda_{22}, \chi_3 = \lambda_{33} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \lambda_{12} = \mu_1 - \frac{1}{2}\omega_3, \lambda_{21} = \mu_1 + \frac{1}{2}\omega_3 \\ \lambda_{31} = \mu_2 - \frac{1}{2}\omega_2, \lambda_{13} = \mu_2 + \frac{1}{2}\omega_2 \\ \lambda_{23} = \mu_3 - \frac{1}{2}\omega_1, \lambda_{32} = \mu_3 + \frac{1}{2}\omega_1 \end{array} \right. \\ \sigma_1 = (E | X)$$

В терминах элементов матриц $\{X, M, \Omega\}$ матричное уравнение Риккати будет иметь вид системы девяти нелинейных дифференциальных уравнений.

$$P_4: \quad \dot{\chi}_1 = -(\chi_1^2 + \mu_1^2 + \mu_2^2) + \frac{1}{4}(\omega_2^2 + \omega_3^2),$$

$$\dot{\chi}_2 = -(\chi_2^2 + \mu_1^2 + \mu_3^2) + \frac{1}{4}(\omega_1^2 + \omega_3^2),$$

$$\dot{\chi}_3 = -(\chi_3^2 + \mu_2^2 + \mu_1^2) + \frac{1}{4}(\omega_1^2 + \omega_2^2),$$

$$\dot{\mu}_1 = -[(\sigma_1 - \chi_3)\mu_1 + \mu_2\mu_3 + \frac{1}{4}\omega_1\omega_2],$$

$$\dot{\mu}_2 = -[(\sigma_1 - \chi_2)\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \frac{1}{4}\omega_1\omega_3],$$

$$\dot{\mu}_3 = -[(\sigma_1 - \chi_1)\mu_3 + \mu_1\mu_2 + \frac{1}{4}\omega_2\omega_3],$$

$$\dot{\omega}_1 = -(\sigma_1 - \chi_1)\omega_1 + \mu_1\omega_2 + \mu_2\omega_3,$$

$$\dot{\omega}_2 = -(\sigma_1 - \chi_2)\omega_2 + \mu_1\omega_1 + \mu_3\omega_3,$$

$$\dot{\omega}_3 = -(\sigma_1 - \chi_3)\omega_3 + \mu_3\omega_1 + \mu_2\omega_2.$$

§ 8. Распределения

В пределе при $\varepsilon \downarrow 0$ состояние ядра слабого ЭПС будет описываться распределениями, в связи с чем исследование слабого ЭПС в пространстве распределений является обязательным звеном теории.

Приведем первые результаты этого исследования, следуя работе А.Н. Панченкова и С.М. Подковырина. [431]

Рассмотрим дифференциальную систему P_4 в пространстве распределений. По стандартной технике монографии "Энтропия" введем два пространства:

1. $D'(S)$ — пространство распределений

$$D'(S) = \{ \langle f | \varphi \rangle \mid \varphi \in D(S), D(S) \subset C_0^\infty(S) \}.$$

2. $P'(S)$ — пространство ортогональных распределений.

$$P'(S) = \{ \langle \psi | \varphi \rangle \mid \langle \psi | \varphi \rangle = 0, \varphi \in D(S), D(S) \subset C_0^\infty(S) \}.$$

Здесь $D(S)$ — пространство пробных функций, $S = \sigma J$.

Выделим из множества решений дифференциальной системы P_4 решения удовлетворяющие следующим постулатам порядка:

1. $\{ \|\chi\|_{R^3}, \|\mu\|_{R^3}, \|\omega\|_{R^3} \} \sim \frac{1}{O(\varepsilon)}$, 2. $|\sigma_1| \ll \|\chi\|_{R^3}$. Введем также, основываясь на аксиомах слабого ЭПС, постулаты симметрии:

1. $\{\mu, \omega\} \in D'_+(S)$, 2. $\sigma_1 \in D'_-(S)$,
 3. $\chi = \chi^+ + \sigma_1 a$; $\chi^+ \in D'_+(S)$; $(E | a) = 1$.

Теперь опираясь на постулат порядка 1. перейдем от векторов $\{\chi, \chi^+, \mu, \omega\} \in R^3$ к векторам $\{\bar{\chi}, \bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}\} \in R^3$ по правилу

$$\bar{\chi} \triangleq \varepsilon \chi, \bar{\chi}^+ \triangleq \varepsilon \chi^+, \bar{\mu} \triangleq \varepsilon \mu, \bar{\omega} \triangleq \varepsilon \omega.$$

Аналогичному преобразованию подвергнем и матрицу плотности импульса

$$\bar{\Lambda} \triangleq \varepsilon \Lambda.$$

Примем теперь опираясь на исходные постулаты следующие определяющие гипотезы:

N_1 :

1. $\sigma_1 \in P'(S)$; 2. $\{\dot{\bar{\chi}}, \dot{\bar{\mu}}, \dot{\bar{\omega}}\} \in P'(S)$; 3. $\bar{\Lambda}^2 \in P'(S)$;
4. $\{\bar{\chi}_i^2, \bar{\mu}_i \bar{\mu}_j, \bar{\omega}_i \bar{\omega}_j\} \in D'(S)$; $i, j = 1, 2, 3$; 5. $\{\sigma_1 \bar{\mu}, \sigma_1 \bar{\omega}\} \in P'(S)$.

Введем два распределения:

Ψ^+ — симметричное распределение,

Ψ^- — антисимметрическое распределение.

С помощью этих распределений представим векторы $\{\bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}\}$ в виде

$$N_2: \bar{\chi}^+ = \alpha \Psi^+, \alpha \in R^3, \bar{\mu} = \beta \Psi^+, \beta \in R^3, \bar{\omega} = \gamma \Psi^+, \gamma \in R^3.$$

В свою очередь дивергентный инвариант определим так:

$$N_3: \sigma_1 = d\Psi^-.$$

Из усиленного условия восстановления следует

$$[H_{qi}] = 0, \{\Psi^+, \Psi^-\} \in P'(S).$$

Напомним, что по лемме ортогональных распределений (А.Н. Панченков), распределения $\{\Psi^+, \Psi^-\}$ — сингулярные распределения, а следовательно, распределения $\{\Psi^{+2}, \Psi^+ \Psi^-, \Psi^{-2}\}$ будут также сингулярными распределениями. Следуя работе [432], введем следующую упорядоченность распределений $\{\Psi^+, \Psi^-\}$

1. $\{\Psi^+ \Psi^-, \Psi^{-2}\} \in P'(S)$
2. $\Psi^{+2} \in D'(S)$

Перейдем к изучению дифференциальной системы P_4 . Из второй и третьей определяющей гипотезы получаем систему дифференциальных уравнений в ортогональных распределениях.

$$N_4 : \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon \dot{\chi}_1 + (\chi_1^2 + \mu_1^2 + \mu_2^2) - \frac{1}{4}(\omega_2^2 + \omega_3^2) \\ \varepsilon \dot{\chi}_2 + (\chi_2^2 + \mu_1^2 + \mu_3^2) - \frac{1}{4}(\omega_1^2 + \omega_3^2) \\ \varepsilon \dot{\chi}_3 + (\chi_3^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2) - \frac{1}{4}(\omega_1^2 + \omega_2^2) \\ \varepsilon \dot{\mu}_1 + [(\varepsilon \sigma_1 - \chi_3)\mu_1 + \mu_2\mu_3 + \frac{1}{4}\omega_1\omega_2] \\ \varepsilon \dot{\mu}_2 + [(\varepsilon \sigma_1 - \chi_2)\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \frac{1}{4}\omega_1\omega_3] \\ \varepsilon \dot{\mu}_3 + [(\varepsilon \sigma_1 - \chi_1)\mu_3 + \mu_1\mu_2 + \frac{1}{4}\omega_2\omega_3] \\ \varepsilon \dot{\omega}_1 + (\varepsilon \sigma_1 - \chi_1)\omega_1 - \mu_1\omega_2 - \mu_2\omega_3 \\ \varepsilon \dot{\omega}_2 + (\varepsilon \sigma_1 - \chi_2)\omega_2 - \mu_1\omega_1 - \mu_3\omega_3 \\ \varepsilon \dot{\omega}_3 + (\varepsilon \sigma_1 - \chi_3)\omega_3 - \mu_2\omega_1 - \mu_3\omega_2 \end{array} \right\} \in P'(S).$$

Принимая в соответствии со вторым постулатом симметрии вектор $\bar{\chi} = \bar{\chi}^+ + \sigma_1 \bar{a}$, $(E|\bar{a}) = \varepsilon$, а векторы $\{\bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}\}$ по формулам N_2 из системы N_4 получаем систему алгебраических уравнений.

$$\begin{aligned} N_5 : \quad & \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \beta_2^2 - \frac{1}{4}(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) = 0, \\ & \alpha_2^2 + \beta_1^2 + \beta_3^2 - \frac{1}{4}(\gamma_1^2 + \gamma_3^2) = 0, \\ & \alpha_3^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 - \frac{1}{4}(\gamma_1^2 + \gamma_2^2) = 0, \\ & \alpha_3\beta_1 - \beta_2\beta_3 - \frac{1}{4}\gamma_1\gamma_2 = 0, \\ & \alpha_2\beta_2 - \beta_1\beta_3 - \frac{1}{4}\gamma_1\gamma_3 = 0, \\ & \alpha_1\beta_3 - \beta_1\beta_2 - \frac{1}{4}\gamma_2\gamma_3 = 0, \\ & \alpha_1\gamma_1 + \beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_3 = 0, \\ & \alpha_2\gamma_2 + \beta_1\gamma_1 + \beta_3\gamma_3 = 0, \\ & \alpha_3\gamma_3 + \beta_2\gamma_1 + \beta_3\gamma_2 = 0, \\ & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{aligned}$$

Здесь последнее уравнение соответствует уравнению следа

$$(E \mid \bar{\chi}^+) = 0.$$

Если с помощью векторов $\{\alpha, \beta, \gamma\} \in R^3$ построить матрицы

$$U_\alpha = \begin{vmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{vmatrix}; U_\beta = \begin{vmatrix} 0 & \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_1 & 0 & \beta_3 \\ \beta_2 & \beta_3 & 0 \end{vmatrix}; U_\gamma = \begin{vmatrix} 0 & -\gamma_3 & \gamma_2 \\ \gamma_3 & 0 & -\gamma_1 \\ -\gamma_2 & \gamma_1 & 0 \end{vmatrix},$$

и, в свою очередь, из матриц $\{U_\alpha, U_\beta, U_\gamma\}$ составить матрицу

$$N_6: \quad U = U_\alpha + U_\beta + U_\gamma,$$

то система уравнений N_5 примет вид

$$N_7: \quad U^2 = 0, \quad (E \mid \alpha) = 0.$$

Из системы N_7 следует уникальный результат.

Утверждение III.1 Матрица U является нильпотентной матрицей второй степени.

Содержащиеся в утверждении результат имеет ключевое значение в теории слабого ЭПС.

Полезно напомнить, что регуляризации сингулярных распределений $\{\tilde{\Psi}^+, \tilde{\Psi}^-\}$ обладают свойствами четности и нечетности

$$\tilde{\Psi}^+(t) = \tilde{\Psi}^+(-t), \quad \tilde{\Psi}^-(t) = -\tilde{\Psi}^-(-t).$$

Далее, поскольку $\Psi^{+2} \in D'(S)$ — сингулярное распределение, то его, следуя работе А.Н. Панченкова и С.М. Подковырина [432], можно отождествить с δ -функцией Дирака:

$$\Psi^{+2} = \delta(t).$$

В этом случае

$$\Psi^+ = \sqrt{\delta(t)}.$$

В свою очередь распределение Ψ^- будет

$$\Psi^- = \sqrt[4]{\delta(t + \varepsilon_1)} - \sqrt[4]{\delta(t - \varepsilon_1)}.$$

§ 9. Теорема матрицы плотности импульса

Фундаментальным результатом теории слабого ЭПС является установление определяющей роли ротора в проблеме существования слабого ЭПС. Установлено, что *необходимым условием существования слабого ЭПС является наличие ротора в виртуальной сплошной среде*.

Опираясь на этот ключевой факт, задачу управления слабым ЭПС можно рассматривать как задачу коразмерности I с одним управляющим параметром — параметром завихренности.

Как следует из материалов §8 в работе А.Н. Панченкова и С.М. Подковырина [432] установлено, что при критическом значении параметра завихренности существует точное решение матричного уравнения Риккати и это точное решение описывается распределениями. Здесь же обнаружена новая структура, определяющая порядок в хаосе — нильпотентная матрица. Но теперь, возникла другая важная задача — аналитическое исследование решений в закритической области в окрестности критического значения параметра завихренности. В этой задаче необходимо исследовать гладкие решения класса $C^n(\sigma J)$ (либо $C^n(\sigma J^+)$) в пределе при $\varepsilon \downarrow 0$ дающие решения в распределениях.

Гладкие решения можно рассматривать как естественную регуляризацию решений — ортогональных распределений. В развиваемой теории важность естественной регуляризации чрезвычайно высока, поскольку она дает классические аналитические решения уравнений ЭПС, справедливые при малых значениях параметра ε . Эти решения содержат дополнительную информацию, не содержащуюся в распределениях. Здесь, в первую очередь, речь идет о нильпотентной матрице и о симметричном динамическом хаосе. Результаты исследования аналитических решений сформулированы в теореме [432].

Теорема матрицы плотности импульса (А.Н. Панченков, С.М. Подковырин) Пусть в виртуальной сплошной среде, расположенной на многообразии потенциала ускорений Π фазового пространства Ω

$$\Pi = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Pi \subset \Omega, \Theta, H_f\},$$

$$\Omega = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Omega = \Omega_q \times \Omega_p, \Omega_q \subset R^3, \Omega_p \subset R_3\}.$$

1. Полный импульс имеет вид *один-формы*

$$\hat{\mathbf{p}} = \Lambda \mathbf{q}.$$

2. Три вектора:

- вектор растяжения $\chi \in R^3$,
- вектор сдвига $\mu \in R^3$,

– вектор ротора $\omega \in R^3$

формируют матрицу плотности импульса

$$\Lambda = X + M + \frac{1}{2}\Omega,$$

$$X = \begin{vmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{vmatrix}, \quad M = \begin{vmatrix} 0 & \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_1 & 0 & \mu_3 \\ \mu_2 & \mu_3 & 0 \end{vmatrix}, \quad \Omega = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{vmatrix},$$

где X — матрица расширения, M — матрица сдвига, Ω — матрица ротора.

3. Дивергентный инвариант равен следу матрицы расширения

$$\sigma_1 = \text{Sp}X, \quad \text{Sp}X = (E | \chi).$$

4. В экстремальном пограничном слое (ЭПС) движение матрицы плотности импульса описывает матричное уравнение Риккати

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2, \quad t \in \sigma J.$$

Если:

1. Выполняются определяющие условия

$$1a. \|\chi\|_{R^3} \sim \|\mu\|_{R^3} \sim \|\omega\|_{R^3}.$$

$$1б. |\sigma_1| \ll \{\|\chi\|_{R^3}, \|\mu\|_{R^3}, \|\omega\|_{R^3}\}$$

1в. Существует малый хаотический параметр ε и справедливы представления

$$\chi \triangleq \frac{\bar{\chi}}{\varepsilon}, \quad \mu \triangleq \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon}, \quad \omega \triangleq \frac{\bar{\omega}}{\varepsilon}, \quad \sigma_1 \triangleq \frac{3\bar{\sigma}_1}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \bar{\chi} \triangleq \bar{\chi}^+ + \sqrt{\varepsilon}\bar{\sigma}_1 E,$$

$$(E | \bar{\chi}^+) = 0, \quad \{\bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}, \bar{\sigma}\} \sim O(1).$$

1г. Существует симметрия

$$\bar{\mu}(t) = \bar{\mu}(-t), \quad \bar{\omega}(t) = \bar{\omega}(-t), \quad \bar{\chi}^+(t) = \bar{\chi}^+(-t) \text{ — четные вектор-функции,}$$

$$\bar{\sigma}_1(t) = -\bar{\sigma}_1(-t) \text{ — нечетная функция.}$$

То в ЭПС:

1. Существует внутреннее время

$$\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

2. Существует решение матричного уравнения Риккати, описывающего движение матрицы плотности импульса, в котором

2а.

$$H_1: \quad \bar{\chi}^+ = \bar{\chi}_0 e^{-2\tau}, \quad \bar{\mu}^+ = \bar{\mu}_0 e^{-2\tau}, \quad \bar{\omega}^+ = \bar{\omega}_0 e^{-2\tau},$$

$$\tau = \int_0^{\bar{t}} \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1, \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}, \quad \sigma \bar{J}^+ = (0^+, \bar{t}_0), \quad \bar{t}_0 = \frac{t_0}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

2б. Дивергентный инвариант описывается уравнением

$$\hat{\sigma}'_1 + \hat{\sigma}_1^2 = F_\sigma,$$

$$H_2: \quad F_\sigma = F_\sigma^0 e^{-4\tau}, \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+, \quad \hat{\sigma}'_1 = \frac{d\hat{\sigma}_1}{d\bar{t}},$$

$$F_\sigma^0 = \frac{1}{3\varepsilon} \left(\frac{1}{2} \|\bar{\omega}_0\|_{R^3}^2 - \|\bar{\chi}_0\|_{R^3}^2 - 2\|\bar{\mu}_0\|_{R^3}^2 \right).$$

2в. Хаотические векторы

$$\bar{\chi}_0 = \begin{Bmatrix} \bar{\chi}_{01} \\ \bar{\chi}_{02} \\ \bar{\chi}_{03} \end{Bmatrix}; \quad \bar{\mu}_0 = \begin{Bmatrix} \bar{\mu}_{01} \\ \bar{\mu}_{02} \\ \bar{\mu}_{03} \end{Bmatrix}; \quad \bar{\omega}_0 = \begin{Bmatrix} \bar{\omega}_{01} \\ \bar{\omega}_{02} \\ \bar{\omega}_{03} \end{Bmatrix}$$

удовлетворяют системе уравнений стационарности

$$\frac{1}{4}(\bar{\omega}_{01}^2 - \bar{\omega}_{02}^2) + (\bar{\chi}_{01}^2 - \bar{\chi}_{02}^2) + (\bar{\mu}_{02}^2 - \bar{\mu}_{03}^2) = 0,$$

$$\frac{1}{4}(\bar{\omega}_{01}^2 - \bar{\omega}_{03}^2) + (\bar{\chi}_{01}^2 - \bar{\chi}_{03}^2) + (\bar{\mu}_{01}^2 - \bar{\mu}_{03}^2) = 0,$$

$$\bar{\chi}_{01}\bar{\omega}_{01} + \bar{\mu}_{01}\bar{\omega}_{02} + \bar{\mu}_{02}\bar{\omega}_{03} = 0,$$

$$H_3: \quad \bar{\chi}_{02}\bar{\omega}_{02} + \bar{\mu}_{01}\bar{\omega}_{01} + \bar{\mu}_{03}\bar{\omega}_{03} = 0,$$

$$\bar{\chi}_{03}\bar{\omega}_{03} + \bar{\mu}_{02}\bar{\omega}_{01} + \bar{\mu}_{03}\bar{\omega}_{02} = 0,$$

$$\bar{\mu}_{02}\bar{\mu}_{03} - \bar{\chi}_{03}\bar{\mu}_{01} + \frac{1}{4}\bar{\omega}_{01}\bar{\omega}_{02} = 0,$$

$$\bar{\mu}_{01}\bar{\mu}_{03} - \bar{\chi}_{02}\bar{\mu}_{02} + \frac{1}{4}\bar{\omega}_{01}\bar{\omega}_{03} = 0,$$

$$\bar{\mu}_{01}\bar{\mu}_{02} - \bar{\chi}_{02}\bar{\mu}_{03} + \frac{1}{4}\bar{\omega}_{02}\bar{\omega}_{03} = 0,$$

и

$$(E \mid \bar{\chi}_0) = 0.$$

§ 10. Заключение

1. Слабый экстремальный пограничный слой — самостоятельный тип вещественного ЭПС.
2. Истоки возникновения теории слабого ЭПС обязаны проблеме мониторинга сложных систем; именно в этой проблеме реализуется событие в слабом ЭПС.
3. Вне всякого сомнения, в мониторинге центральное место занимает проблема восстановления структуры системы мониторинга. Описание механизма восстановления структуры и происходит средствами теории слабого ЭПС.
4. Теория слабого ЭПС имеет важнейшее значение и применение в различных естественных и прикладных проблемах; ее значимость, прежде всего, определяется тем, что она содержит инструментальные средства описания процессов восстановления.
5. В теории слабого ЭПС в явном виде не используется аксиома энтропийного времени. Здесь аксиома энтропийного времени оставлена в стороне, а вместо нее введен аналог — аксиома внутреннего времени. Это сделано чисто по техническим причинам — с целью упрощения символьного вывода. В частности, в этом случае более наглядно устанавливается связь внутреннего времени с быстрым внешним временем.
6. В символьном выводе слабого ЭПС ключевая роль принадлежит распределениям; развитие теории в терминах распределений является характерной чертой вещественного ЭПС.
7. Как мы увидим в дальнейшем, необходимость обращения к распределениям исчезает при переходе к комплексным ЭПС. Этот факт формирует один аргумент в пользу комплексных пространств.
8. Именно распределениям обязана структура ядра ЭПС, включающая сингулярную и регулярную компоненту. В комплексном ЭПС в подобной структуре необходимость отпадает; в нормальном ЭПС ядро не делимо и входит в теорию в виде единой сущности.
9. Фундаментальным результатом теории слабого ЭПС является установление определяющей роли ротора в проблеме существования слабого ЭПС: необходимым условием существования слабого ЭПС является наличие ротора в виртуальной сплошной среде.
10. Теорема матрицы плотности импульса занимает важное место в теории слабого ЭПС: прежде всего она содержит точное решение уравнений ядра Гильбертова поля.
11. Именно в теореме матрицы плотности импульса содержится доказательство существования нового вида динамического хаоса — симметричного хаоса.

Глава IV

Развитие теории слабого экстремального пограничного слоя

Содержание

§1. Двумерная задача	86
§2. Теорема хаотического инварианта	88
§3. Обобщенная координата	90
§4. Внутреннее время	92
§5. Диффузионное описание	98
§6. Диффузионное поле	101
§7. Потенциалы импульса	102
§8. Сферический поток	105
§9. Поток сдвига	107
§10. Заключение	110

§ 1. Двумерная задача

Исходное представление вектора $\bar{\chi} \in R^3$

$$\bar{\chi} \triangleq \bar{\chi}^+ + \sqrt{\varepsilon} \hat{\sigma}_1 E, \quad \sigma_1 \triangleq \frac{3\hat{\sigma}_1}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \bar{\chi}^+(t) = \bar{\chi}^+(-t), \quad \hat{\sigma}_1(t) = -\hat{\sigma}_1(-t).$$

в трехмерной задаче оказывается непригодным в двумерной задаче в связи с чем все результаты теоремы матрицы плотности импульса не допускают распространения в виде частного случая на двумерную задачу. Здесь необходимо выполнить независимое исследование, опирающееся на другую формулу для вектора $\bar{\chi}$.

Поскольку двумерная задача имеет самостоятельный интерес в статье А.Н. Панченкова и С.М. Подковырина выполнено ее независимое исследование. В этой задаче авторы приняли вектор $\bar{\chi} \in R^2$ в виде

$$H_1: \quad \bar{\chi} \triangleq \bar{\chi}^+ + \sqrt{\varepsilon} \hat{\sigma}_1 E, \quad \sigma_1 \triangleq \frac{2\hat{\sigma}_1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Для перехода к двумерной задаче в дифференциальной системе P_4 (глава III, §7) следует принять:

$$\chi_3 = 0, \quad \mu_2 = \mu_3 = 0, \quad \mu_1 = \mu, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = \omega.$$

В свою очередь, вводя новые величины $\{\bar{\chi}, \bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}, \bar{\sigma}_1, \bar{t}\}$ формулами

$$\chi \triangleq \frac{\bar{\chi}}{\varepsilon}, \quad \mu \triangleq \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon}, \quad \omega_1 \triangleq \frac{\bar{\omega}}{\varepsilon}, \quad \sigma_1 \triangleq \frac{2\hat{\sigma}_1}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \bar{t} \triangleq \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \chi^+ \triangleq \frac{\bar{\chi}^+}{\varepsilon}$$

из системы P_4 получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} H_2: \quad \bar{\mu}' &= -2\hat{\sigma}_1 \bar{\mu}, \quad \bar{\omega}' = -2\hat{\sigma}_1 \bar{\omega}, \quad t \in \sigma J \\ \sqrt{\varepsilon} \bar{\chi}'_1 &= -\bar{\chi}_1^2 - \bar{\mu}^2 + \frac{1}{4} \bar{\omega}^2, \quad \bar{\chi}_2^+ = -\bar{\chi}_1^+ \end{aligned}$$

Решения первых двух уравнений совпадают с решением теоремы матрицы плотности импульса (глава III).

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \bar{\mu}_0 e^{-2\tau}, \quad \bar{\omega} = \bar{\omega}_0 e^{-2\tau}, \quad \tau = \int_0^{\bar{t}} \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1, \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+, \quad \sigma \bar{J}^+ = (0^+, \bar{t}_0). \end{aligned}$$

В свою очередь, поток вектора $\bar{\chi}^+$ описывается уравнением

$$\bar{\chi}'_1^+ = -2\hat{\sigma}_1 \bar{\chi}_1^+.$$

Для решения этого уравнения вида $\bar{\chi}^+ = \bar{\chi}_{01} e^{-2\tau}$ получено уравнение дивергентного инварианта

$$H_3: \quad \hat{\sigma}'_1 + \hat{\sigma}_1^2 = F_\sigma,$$

$$F_\sigma = F_\sigma^0 e^{-4\tau}, \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+, \quad F_\sigma^0 = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{4} \bar{\omega}_0^2 - \bar{\mu}_0^2 - \bar{\chi}_{01}^2 \right).$$

Уравнение H_3 и является основным результатом исследования двумерной системы.

Здесь следует отметить, что в моей совместной с С.М. Подковыриным работе [431] сформировано утверждение, положенное мною в основу 8 аксиомы.

Утверждение IV.1 В динамическом хаосе слабого ЭПС нормированный дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_1$ является детерминированной функцией внутреннего времени $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$.

Это утверждение открывает возможность преобразования уравнений H_2 к новому детерминированному уравнению [431].

В случае двумерной системы, результаты исследования этого вопроса сформулированы в виде леммы.

Лемма IV.1 (А.Н. Панченков, С.М. Подковырин) Если в слабом ЭПС двумерной системы след матрицы плотности импульса $Sp\Lambda = \sigma_1$ обладает хаотической дивергентной инвариантностью — не зависит от параметров симметрического хаоса $\{\bar{\chi}_0, \bar{\mu}_0, \bar{\omega}_0\} \in R^2$ и:

1. малый хаотический параметр

$$\varepsilon \triangleq \frac{4\hat{\sigma}_1^2}{\sigma_1^2}.$$

2. нормированный дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_1$ является детерминированной гладкой функцией внутреннего времени $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$

$$\hat{\sigma}_1 \triangleq \hat{\sigma}_1(\bar{t}), \quad \hat{\sigma}_1 \in C^n(\sigma\bar{J}^+), \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}^+.$$

3. хаотическая переменная $\tilde{u} \triangleq e^\tau$, $\tau = \int \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1$, $\bar{t} \in \sigma\bar{J}^+$ имеет структуру $\tilde{u} \triangleq \alpha u$, $\tilde{u}' \triangleq \alpha u'$, где детерминированная переменная $u \in C^n(\sigma\bar{J}^+)$ и α — хаотический параметр.

4. нормированный дивергентный инвариант

$$\hat{\sigma}_1 \triangleq \frac{u'}{u}; \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}^+,$$

то уравнение дивергентного инварианта

$$\hat{\sigma}_1' + \hat{\sigma}_1^2 = F_\sigma; \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}^+; \quad \hat{\sigma}_1 \in C^n(\sigma\bar{J}^+),$$

$$F_\sigma = F_\sigma^0 e^{-4\tau}; \quad \tau = \int_0^{\bar{t}} \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1$$

переходит в дифференциальное уравнение

$$u^3 u'' = k,$$

в котором $k = \frac{F_\sigma^0}{\alpha^4}$ — детерминированный параметр.

§ 2. Теорема хаотического инварианта

График дивергентного инварианта $\hat{\sigma}_1(t)$ имеет на оси быстрого внешнего времени $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$ максимум $\hat{\sigma}_1^*$ в точке $\bar{t} = t^*$ и

равный по модулю, но противоположный по знаку минимум в точке $t_- = -t^*$. Точки экстремума $\{-t^*, t^*\}$ определяют отрезок $[-t^*, t^*]$, внутри которого даже в случае естественной регуляризации состояние ЭПС может не быть регулярным и требование гладкости решений в малом компакте, размещенном на оси времени внутри отрезка $[-t^*, t^*]$ будет излишним. *Малый компакт, расположенный внутри отрезка $[-t^*, t^*]$ можно назвать сингулярным ядром ЭПС.*

По шкале времени длительность сингулярного ядра ЭПС значительно меньше длительности ядра ЭПС и сингулярное ядро ЭПС находится внутри ядра ЭПС. Новая структура — сингулярное ядро ЭПС, оказывается эффективной в ряде задач и, в частности, в задачах, содержащих скачки различных переменных и количеств при пересечении сингулярного ядра ЭПС. Ниже подробно изучается одна из таких задач — задача о скачке импульса.

Символом скачка мы будем обозначать разность величин при подходе к сингулярному ядру справа (из будущего) и слева (из прошлого). Например, в соответствии с принятым соглашением для скачка импульса имеем

$$[p] = p(t^*) - p(-t^*).$$

Здесь важное место занимает доказанная в работе [432] теорема.

Теорема IV.1 (А.Н. Панченков, С.М. Подковырин) *Если в слабом экстремальном пограничном слое:*

1. *существует малый хаотический параметр ε и справедливы представления хаотических векторов*

$$\chi \triangleq \frac{\bar{\chi}}{\varepsilon}; \quad \mu \triangleq \frac{\bar{\mu}}{\varepsilon}; \quad \omega \triangleq \frac{\bar{\omega}}{\varepsilon}; \quad \sigma_1 \triangleq \frac{3\hat{\sigma}_1}{\sqrt{\varepsilon}}; \quad \bar{\chi} \triangleq \bar{\chi}^+ + \sqrt{\varepsilon}\hat{\sigma}_1 E, \\ \{\bar{\chi}, \bar{\mu}, \bar{\omega}, \hat{\sigma}_1\} \sim O(1);$$

2. *векторы $\{\bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}\} \in R^3$ — четные вектор-функции*

$$\bar{\chi}^+(t) = \bar{\chi}^+(-t); \quad \bar{\mu}(t) = \bar{\mu}(-t), \quad \bar{\omega}(t) = \bar{\omega}(-t);$$

3. *нормированный дивергентный инвариант — нечетная функция*

$$\hat{\sigma}_1(t) = -\hat{\sigma}_1(-t);$$

4. *векторы $\{\bar{\chi}^+, \bar{\mu}, \bar{\omega}\} \in R^3$ формируют матрицу*

$$\bar{\Lambda} \triangleq \bar{X}_\sigma + \bar{\Lambda}^+,$$

$$\bar{\Lambda}^+ = \bar{X}^+ + \bar{M} + \frac{1}{2}\bar{\Omega},$$

$$\bar{X}_\sigma = \sqrt{\varepsilon}\hat{\sigma}_1 E,$$

$$\bar{X}^+ = \begin{vmatrix} \bar{X}_1^+ & 0 & 0 \\ 0 & \bar{X}_2^+ & 0 \\ 0 & 0 & \bar{X}_3^+ \end{vmatrix}; \bar{M} = \begin{vmatrix} 0 & \bar{\mu}_1 & \bar{\mu}_2 \\ \bar{\mu}_1 & 0 & \bar{\mu}_3 \\ \bar{\mu}_2 & \bar{\mu}_3 & 0 \end{vmatrix}; \bar{\Omega} = \begin{vmatrix} 0 & -\bar{\omega}_3 & \bar{\omega}_2 \\ \bar{\omega}_3 & 0 & -\bar{\omega}_1 \\ -\bar{\omega}_2 & \bar{\omega}_1 & 0 \end{vmatrix},$$

где \bar{X}_σ — скалярная матрица следа,

\bar{X}^+ — матрица симметричного растяжения,

\bar{M} — матрица сдвига,

$\bar{\Omega}$ — матрица ротора,

E — единичная матрица;

5. Импульс $\bar{p} \in R_3$, $\bar{p} \triangleq \frac{\hat{p}}{\varepsilon}$ определяется один-формой $\bar{p} = \bar{\Lambda}q$; $q \in R^3$; $t \in \sigma J$; то в экстремальном пограничном слое существует хаотический инвариант — скачек импульса при пересечении сингулярного ядра ЭПС

$$[\bar{p}] = 2\sqrt{\varepsilon}\hat{\sigma}_1^* q_0, \quad \hat{\sigma}_1^* = \hat{\sigma}_1(t^*); \quad q_0 = q(t^*),$$

t^* — точка максимума нормированного дивергентного инварианта.

§ 3. Обобщенная координата

I. В феноменологии обобщенной координаты существует две интерпретации; в первой интерпретации обобщенная координата является точкой векторного пространства, тогда как во второй интерпретации она — вектор-функция времени. При конкретизации векторного пространства в виде n -мерного евклидова пространства эти интерпретации формируют двойственное представление (см. книгу "Энтропия").

$$q = \begin{cases} q \in \Omega_q; \Omega_q \subset R^n \\ q(t); t \in J \end{cases}.$$

Примем для энтропийного многообразия известное представление

$$\Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \quad \mathfrak{A} = \mathfrak{A}_q \times \mathfrak{A}_p; \quad \mathfrak{A}_q \subset \Omega_q; \quad \mathfrak{A}_p \subset \Omega_p.$$

В случае изоморфизма между обобщенной координатой и временем будут существовать два отображения:

$$P_1: \begin{aligned} 1. \quad q &: J \rightarrow \mathcal{Q}_q; \mathcal{Q}_q \subset \Omega_q \\ 2. \quad t &: \Omega_q \rightarrow J; J \subset R \end{aligned}$$

В первом отображении обобщенная координата будет функцией времени ($q \triangleq q(t)$), тогда как во втором отображении

$$P_2: \quad t \triangleq t(q); q \in \mathcal{Q}_q.$$

Первое отображение, лежащее в основе классического представления о траектории движения хорошо известно, тогда как со вторым отображением положение дел другое.

Фундаментальная значимость формулы P_2 четко показана в моей монографии "Энтропия". Семантическое содержание формулы P_2 следующее: при движении виртуальной сплошной среды (либо структуры, находящейся в виртуальной сплошной среде) по энтропийному многообразию протяженность (время) является функцией длительности (обобщенной координаты).

Теперь для структурной энтропии можно принять три представления:

$$P_3: \begin{aligned} 1. \quad H_q &= H_q(q); q \in \mathcal{Q}_q; t \in J, \\ 2. \quad H_q &= H_q(t); q \in \mathcal{Q}_q; t \in J, \\ 3. \quad H_q &= H_q(q, t); q \in \mathcal{Q}_q; t \in J. \end{aligned}$$

Эти три представления могут быть основой ряда самостоятельных теорий и математических технологий исследования конкретных проблем.

Здесь следует обратить внимание на важную деталь: два первых представления предполагают существование изоморфизма. Третье, общее представление, допускает расширение на конфигурационное пространство.

$$H_q = H_q(q, t); q \in \Omega_q; t \in J.$$

Если существует дивергентный инвариант

$$\text{div} \dot{q} = \sigma_1; q \in \mathcal{Q}_q; t \in J,$$

то уравнение структурной энтропии допускает решения

$$H_q = H_q(q); H_q = H_q(t).$$

Задача

$$P_4: \quad \frac{dH_q}{dt} = \sigma_1; \quad H_q = H_q(t); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q; \quad t \in J$$

выделена мною в самостоятельную теоретическую проблему — проблему мониторинга. Начиная с моей работы [427] ведется интенсивная разработка этой современной проблемы естествознания. Здесь важным является то, что в проблеме мониторинга слабый ЭПС занимает центральное место.

II. Обратимся теперь к двойственному представлению структурной энтропии.

$$P_5: \quad H_q = \begin{cases} \beta \ln \eta \\ -\beta \ln V_q \end{cases}$$

Здесь V_q — объем конфигурационного пространства.

Принимая для определенности $\beta = -1$, имеем нужную для дальнейшего формулу

$$P_6: \quad H_q \triangleq \ln V_q.$$

Двум представлениям структурной энтропии P_5 будут соответствовать два способа постулирования структуры объема конфигурационного пространства.

$$P_7: \quad \begin{aligned} 1. \quad & V_q = V_q(\mathbf{q}); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q; \quad t \in J \\ 2. \quad & V_q = V_q(t); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q; \quad t \in J \end{aligned}$$

Первой формуле P_7 соответствует известная формула структурной энтропии

$$P_8: \quad H_q = (E \mid \ln \mathbf{q}).$$

Вторая формула P_7 соответствует теореме Лиувилля. В частности, для этой формулы из уравнения сохранения структурной энтропии следует известное уравнение Лиувилля.

$$P_9: \quad \frac{dV_q}{dt} = \sigma_1 V_q; \quad \sigma_1 = \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q; \quad t \in J.$$

§ 4. Внутреннее время

I. В общей проблеме внутреннего времени четко выделяются две задачи:

1. Выбор внутреннего времени.

2. Согласование внутреннего времени с внешним временем (временем Гильбертова поля.)

Исследование этих задач опирается на 5, 6 и 7 аксиомы слабого ЭПС.

В соответствии с 5 аксиомой в слабом ЭПС существует быстрое внешнее время $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$, а по аксиоме 7 на универсуме $G = \Gamma \cup \Xi_-$ внутреннее время является четной функцией быстрого внешнего времени.

Внося условие гладкости, можно принять

$$K_1: \quad s \in C^n(\sigma \bar{J}^+),$$

поскольку отображение $|\bar{t}|$ имеет вид $\sigma \bar{J} \rightarrow \sigma \bar{J}^+$.

Вводя в соответствии с аксиомой 8 нормированный дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1}{n\sqrt{\varepsilon}}$ перейдем от комплекта $\{t, H_q, \sigma_1\}$ к новому комплекту

$$K_2: \quad \{t, H_q, \sigma_1\} \rightarrow \{\bar{t}, H_q, \hat{\sigma}_1\}.$$

В переменных нового комплекта уравнение структурной энтропии будет

$$K_3: \quad \frac{dH_q}{d\bar{t}} = n\hat{\sigma}_1; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

В свою очередь уравнение Лиувилля P_9 в новых переменных будет

$$K_4: \quad \frac{dV_q}{d\bar{t}} = n\hat{\sigma}_1 V_q; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

Введем гипотезу внутреннего времени следующим утверждением.

Утверждение IV.2 *На универсуме $G = \Gamma \cup \Xi_-$ структурная энтропия является временным инвариантом — она сохраняет свое значение при преобразовании времени.*

В соответствии с этим утверждением

$$K_5: \quad H_q(\bar{t}) = H_q(s(\bar{t})); \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

Для внутреннего времени уравнение структурной энтропии будет

$$K_6: \quad \frac{dH_q}{ds} = n\hat{\sigma}_{1s}; \quad s \in \sigma J_s.$$

По свойству K_5

$$\frac{dH_q}{d\bar{t}} = \frac{dH_q}{ds} \frac{ds}{d\bar{t}}$$

и из двух уравнений K_3 и K_6 следует уравнение связи времен

$$K_7: \quad \frac{ds}{d\bar{t}} = \frac{\hat{\sigma}_1}{\hat{\sigma}_{1s}}; \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}^+.$$

Уравнения K_3, K_4, K_6, K_7 и определяют инструментальные средства выбора внутреннего времени.

Ниже будут описаны три способа задания внутреннего времени s .

II. Первый, достаточно очевидный способ — отождествление внутреннего времени с модулем быстрого внешнего времени.

$$K_8: \quad s = |\bar{t}|; \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}.$$

Здесь следует сделать важное замечание.

При описании ЭПС на основе уравнений ядра Гильбертова поля и использовании ортогональных распределений можно изъять аксиому 6 из аксиоматического определения слабого ЭПС и принять

$$s = \bar{t}; \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}.$$

Такой вариант определения внутреннего времени может быть полезным и эффективным в ряде проблем и, в частности, в проблеме мониторинга.

III. Из уравнения Лиувилля K_4 объем конфигурационного пространства определяется следующим образом

$$K_9: \quad V_q = V_q^0 e^{+n\tau}; \quad \tau = \int_{0+}^{\bar{t}} \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1; \quad \bar{t} \in \sigma\bar{J}^+.$$

В свою очередь, из уравнения K_3 имеем

$$K_{10}: \quad \tau = \frac{1}{n} [H_q]; \quad [H_q] = H_q - H_q^0.$$

Формулы K_9, K_{10} определяют подробно исследованный в нашей монографии "Энтропия" способ определения внутреннего времени

$$K_{11}: \quad s = [H_q].$$

Если принять $H_q^0 = 0$, то мы и приходим к известному уникальному результату.

Утверждение IV.3 Структурная энтропия является внутренним временем виртуальной сплошной среды.

$$K_{12} : \quad s = H_q.$$

Именно этот результат определяет одну из проекций глубинного смысла первичной сущности и всеобщей значимости энтропии.

Утверждение IV.4 Структурная энтропия определяет способ исчисления внутреннего времени.

Здесь же мы устанавливаем смысл логарифмической структуры формул энтропии.

$$K_{13} : \quad s = (E \mid \ln q).$$

Семантика формулы K_{13} определяется следующим утверждением.

Утверждение IV.5 Логарифм дает формульную связь длительности с протяженностью.

Это свойство играет фундаментальную роль в парадигме естествознания XXI века и развитии энтропийного мышления. Формулы K_{11} , K_{12} дают второй способ определения внутреннего времени.

В этом случае объем конфигурационного пространства будет иметь вид

$$V_q = V_q^0 e^s$$

и, соответственно, описание ЭПС, основанное на этом выборе внутреннего времени будет диссипативным описанием.

При принятом выборе внутреннего времени дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_{1s} = \frac{1}{n}$ и уравнение K_7 будет

$$\frac{ds}{dt} = n\hat{\sigma}_1 ; \bar{t} \in \sigma\bar{J}^+.$$

$$\text{Для } V_q = \Pi q \text{ и } \bar{V}_q = \frac{V_q}{V_q^0} = \Pi \bar{q} ; \bar{q} = \frac{q}{q_0} \text{ имеем}$$

$$\Pi \bar{q} = e^s.$$

В случае изотропного вектора $\bar{q} \in R^n$ из последней формулы следует

$$K_{14} : \quad \bar{q} = e^{\frac{s}{n}} E.$$

Этому решению соответствует уравнение характеристики

$$\frac{dq}{ds} = \frac{q}{n}.$$

Принятой структуре конфигурационного пространства соответствует структурная энтропия P_6 и по уравнению глобальной симметрии

$$H_f = \text{const}, \quad H_f = H_q + H_p$$

получаем известное значение энтропии импульса и уравнение импульса

$$H_p = (E \mid \ln p), \quad \frac{dp}{ds} = -\frac{p}{n}.$$

Ясно, что здесь уравнение характеристики и импульса описывают диссипативную сплошную среду.

IV. Фундаментальное свойство диссипативной сплошной среды сформулировано в следующем утверждении.

Утверждение IV.6 *В зависимости от вида связи внутреннего времени $s = [H_q]$ и внешнего быстрого времени $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$ одному и тому же состоянию диссипативной сплошной среды по шкале внутреннего времени соответствует несколько состояний виртуальной сплошной среды ЭПС по шкале внешнего быстрого времени.*

Опираясь на это утверждение можно согласовать решение диссипативной сплошной среды с решениями уравнений ядра Гильбертова поля.

Рассмотрим эту задачу для опорных изотропных сред.

В случае изотропной среды в ядре Гильбертова поля вектор \bar{q} примем в виде $\bar{q} = (1 + \bar{t})E$; присоединяя к нему решение K_{14} получим двойственность

$$\bar{q} = \begin{cases} (1 + \bar{t})E, & \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+ \\ e^{\frac{s}{n}} E, & s \in \sigma J_s \end{cases}.$$

Элементы двойственности будут описывать одно и тоже решение, если

$$e^{\frac{s}{n}} = \bar{t} + 1.$$

Отсюда получаем уравнение связи времен

$$K_{15}: \quad s = n \ln(\bar{t} + 1).$$

Этот же результат следует и из формулы K_{13} .

Таким образом, если задать связь времен формулой K_{15} , то состоянию опорной диссипативной среды будет соответствовать регулярное состояние ядра Гильбертова поля. Полученные выше результаты можно существенно обобщить. Из формул K_9, K_{10}, K_{11} следует общая формула

$$K_{16}: \quad s = n \int_{0+}^{\bar{t}} \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1.$$

Эта формула определяет связь времен K_{15} при $\hat{\sigma}_1 = \frac{1}{1+\bar{t}}$.

В опорной сплошной среде уравнение характеристик имеет известный вид.

$$\frac{d\mathbf{q}}{d\bar{t}} = \hat{\sigma}_1 \mathbf{q}; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

Если принять $\hat{\sigma}_1 = \frac{1}{\bar{t}}$, то уравнение будет

$$\bar{t} \frac{d\mathbf{q}}{d\bar{t}} = \mathbf{q}$$

и из K_{16} получаем

$$K_{17}: \quad s = n[\ln \bar{t} - \ln O^+].$$

В этом случае возникают определенные сложности, обязанные $\ln O^+$.

V. Перейдем к описанию третьего способа задания внутреннего времени.

В случае однородной диффузионной среды дивергентный инвариант и уравнение характеристики имеют вид

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{1}{2\bar{t}}; \quad 2\bar{t} \frac{d\mathbf{q}}{d\bar{t}} = \mathbf{q}; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

Напомним, что в этом случае обобщенная координата $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \sqrt{\bar{t}}$

Будем полагать, что дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_{1s}$ равен дивергентному инварианту однородной диффузионной среды.

$$K_{18}: \quad \hat{\sigma}_{1s} = \frac{1}{2s}; \quad s \in \sigma J_s$$

Для принятого дивергентного инварианта из уравнения K_7 получаем уравнение

$$K_{19}: \quad \frac{ds}{d\bar{t}} = 2\hat{\sigma}_{1s}; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

Решение этого уравнения примем в виде

$$K_{20}: \quad s = e^{2 \int \hat{\sigma}_1 d\bar{t}_1}.$$

Уравнение K_{19} и формула K_{20} определяет связь времен в диффузионном описании.

Здесь будет справедливо следующее утверждение.

Утверждение IV.7 *Одному и тому же состоянию диффузионной сплошной среды по шкале внутреннего времени соответствует несколько состояний виртуальной сплошной среды ЭПС по шкале внешнего быстрого времени, определяемых способом задания дивергентного инварианта $\hat{\sigma}_1$.*

Нас, прежде всего, интересует согласование состояний диффузионной среды и ядра Гильбертова поля. Для характерного случая

$$q = q_0 \bar{t}; \quad \hat{\sigma}_1 = \frac{1}{\bar{t}} \quad \text{из уравнения } K_{20} \text{ следует важный результат.}$$

$$K_{21}: \quad s = \bar{t}^2; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

Результат, определяемый формулой K_{21} , имеет фундаментальное значение: он создает основу для описания процессов в ЭПС диффузионными процессами.

VI. Таким образом, существует три способа задания связи внутреннего и внешнего быстрого времени. В свою очередь, эти три способа определяют три способа описания слабого ЭПС:

1. Внешнее описание.
2. Диссипативное описание.
3. Диффузионное описание.

§ 5. Диффузионное описание

I. С формальной стороны диффузионное описание ЭПС основывается на специальном выборе внутреннего времени, по шкале которого состояние виртуальной сплошной среды будет состоянием диффузионной среды. С другой стороны, можно внести предположение о том, что в зоне разрушения Гильбертова поля виртуальная сплошная среда является диффузионной средой. В этом случае необходимо многообразие \mathcal{E}_q^- отождествить с особым многообразием Гильбертова поля — диффузионным полем.

Ключевое значение здесь имеет факт предельной некорректности диффузионного поля. Диффузионное поле следует рассматривать как некорректный предел Гильбертова поля при стремлении некоторого малого параметра ϵ к нулю. Этот вывод приводит к типичной для предельно некорректных задач ситуации;

вопрос о продолжении решения из ЭПС в Гильбертовом поле будет иметь ряд специфических обстоятельств. В рамках идеи регулярного продолжения по параметру ε его не решить.

Для иллюстрации заключения о предельной некорректности диффузионного поля приведу простой характерный пример монографии "Энтропия".

В одномерной задаче в отсутствии внешнего поля дивергентный инвариант инерциальной и диффузных сред имеет различное значение

$$\sigma_1 = \begin{cases} \frac{1}{t} & \text{— инерциальная среда,} \\ \frac{1}{2t} & \text{— диффузионная среда.} \end{cases}$$

Этим значениям соответствуют различные уравнения характеристик

$$\begin{aligned} t\dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{q} & \text{— инерциальная среда,} \\ 2t\dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{q} & \text{— диффузионная среда.} \end{aligned}$$

Соответственно будут различаться и обобщенные координаты.

$$\mathbf{q} = \begin{cases} \mathbf{q}_0 t & \text{— инерциальная среда,} \\ \mathbf{q}_0 \sqrt{t} & \text{— диффузионная среда.} \end{cases}$$

Здесь следует напомнить и второй фундаментальный факт: состояние ЭПС не удовлетворяет принципу Гамильтона и экстремальным принципом ЭПС является принцип максимума энтропии Панченкова.

II. Перейдем к изучению опорной сплошной среды ЭПС. Примем для опорной сплошной среды формулы Панченкова для структурной энтропии и энтропии импульса

$$H_q = (E \mid \ln \mathbf{q}), \quad H_p = (E \mid \ln \mathbf{p}).$$

По уравнению глобальной симметрии получаем M_1 :

$$\begin{aligned} H_f &= \text{const}; \quad \Pi v = V; \quad V = \text{const}; \quad v = \mathbf{p}\mathbf{q} \\ V &= V_q \cdot V_p; \quad V_q = \Pi \mathbf{q}; \quad V_p = \Pi \mathbf{p} \end{aligned} \quad v = \left\| \begin{array}{c} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ \dots \\ p_n q_n \end{array} \right\|, \quad \begin{array}{l} \mathbf{q} \in \mathcal{Q}^-; \\ \mathbf{p} \in \mathcal{P}^- \end{array}$$

Далее, примем стандартные уравнения характеристики и импульса

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \sigma_1 \mathbf{q}; \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{p}; \quad t \in \sigma J^+,$$

Из уравнения $V = \text{const}$ получаем уравнение дивергентного инварианта

$$M_2: \quad \sigma_1 e^{2\tau} = \frac{k}{2}; \quad \tau = \int_{0+}^t \sigma_1 dt_1; \quad t \in \sigma J^+; \quad K > 0.$$

Теперь введем переменную $u \triangleq e^\tau$.

В этом случае $\sigma_1 = \frac{u'}{u}$ и уравнение M_2 будет

$$\frac{du^2}{dt} = k.$$

Его решение $u = \sqrt{k}\sqrt{t}$ дает известный инвариант однородной диффузионной среды

$$\sigma_1 = \frac{1}{2t}.$$

Полученный результат я сформулировал в виде леммы.

Лемма IV.2 Если в экстремальном пограничном слое:

1. Энтропия и ее компоненты опорной сплошной среды определяются формулами

$$H_f = (E \mid \ln v); \quad v \in R^n; \quad v = \left\| \begin{array}{c} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ \dots \\ p_n q_n \end{array} \right\|,$$

$$H_q = (E \mid \ln q); \quad q \in R^n, \quad H_p = (E \mid \ln p); \quad p \in R_n;$$

2. уравнение характеристики имеет вид

$$\dot{q} = \sigma_1 q; \quad t \in \sigma J^+;$$

3. импульс определяется формулой $\dot{q} \triangleq p; \quad t \in \sigma J^+$,

то решением уравнения глобальной симметрии $H_f = \text{const}$ будет дивергентный инвариант $\sigma_1 = \frac{1}{2t}; \quad t \in \sigma J$ однородной диффузионной среды.

III. Обратимся теперь к основным уравнениям виртуальной сплошной среды: уравнению структурной энтропии и уравнению дивергентного инварианта

$$M_3: \quad \frac{dH_q}{dt} = n\hat{\sigma}_1; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+,$$

$$\operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} \triangleq n \hat{\sigma}_1 ; \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{d\bar{t}} ; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}^+.$$

В энтропийной методологии ЭПС ключевое значение имеет проблема определения дивергентного инварианта. Если нам удалось найти дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_1$, то задача эволюции структуры легко решается на основе уравнения структурной энтропии.

Возможные способы и методы определения дивергентного инварианта опираются на две базовые конструкции:

1. Уравнение глобальной симметрии

$$H_f = \text{const}, \quad H_f = H_q + H_p.$$

2. Диффузионное поле.

Примером использования уравнения глобальной симметрии является приведенная выше лемма.

Применение диффузионного поля в теории слабого ЭПС должно опираться на материалы нашей монографии "Энтропия".

§ 6. Диффузионное поле

Обратимся теперь к введенному в моей книге "Энтропия" подмногообразию Гильбертова поля

$$R_1 : \quad L_s = \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid L_s \subset \Gamma ; \Theta = -(\dot{\mathbf{q}} \mid \mathbf{p}) - \Pi \}.$$

Это многообразие обладает замечательным свойством: на многообразии L_s первое уравнение канонической системы — уравнение характеристики обращается в тождество.

$$\dot{\mathbf{q}} \equiv \dot{\mathbf{q}}.$$

Вторым важным свойством многообразия L_s является то, что расположенная на нем инерциальная сплошная среда потеряла свойство инерциальности. Этот факт является следствием предельной некорректности особого многообразия L_s . На Гильбертовом поле существует предельно некорректное подмногообразие; этим особым объектом и является многообразие L_s . На особом Гильбертовом поле уравнению потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Psi}{\partial s} = \Theta$$

можно придать вид

$$R_2: \quad \frac{d\Psi}{ds} = -\Pi; \quad \mathbf{q} \in L_s.$$

Теперь включим в теорию слабого ЭПС еще два известных по монографии "Энтропия" фундаментальных результата

$$R_3: \quad 1. \Psi \triangleq H_q, \quad 2. H_q \triangleq -\ln \eta.$$

В дополнение к уравнениям R_3 введем уравнение неразрывности

$$R_4: \quad \frac{d \ln \eta}{ds} = -\operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in L_s; \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds}.$$

Если в соответствии с нашей теорией энтропии принять

$$R_5: \quad \Pi = -\operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in L_s,$$

то мы приходим к основному свойству — эквивалентности уравнения потенциала ускорений и уравнения неразрывности при определении потенциала импульса формулами R_3 .

Как известно, сужение многообразия L_s носит название диффузионного поля.

$$R_6: \quad D_s = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid D_s \subset L_s; \Psi = H_q; H_q = -\ln \eta\}.$$

Приведем также важное, сформулированное в книге "Энтропия", утверждение.

Утверждение IV.8 На диффузионном поле уравнение потенциала ускорений и уравнение неразрывности эквивалентны.

§ 7. Потенциалы импульса

I. Введем следующее представление структурной энтропии

$$S_1: \quad H_q \triangleq H_q^0 + \tilde{H}_q, \quad \tilde{H}_q = \{\tilde{H}_q(t) \mid \tilde{H}_q(t) \in C^n(\sigma J_s)\}.$$

Если подчинить выбор энтропии \tilde{H}_q уравнению

$$S_2: \quad \frac{d\tilde{H}_q}{ds} = n\hat{\sigma}_s; \quad \mathbf{q} \in D_s; \quad s \in \sigma J_s,$$

то из уравнения структурной энтропии получаем

$$S_3 : \quad \frac{dH_q^0}{ds} = 0.$$

Из уравнения S_3 следует, что энтропия H_q^0 есть энтропия калибровочной структуры (калибровочная энтропия).

Зададим на диффузионном поле D_s векторное поле $\xi(\xi = \dot{\mathbf{q}})$ и определим на этом поле произвольную Ли.

$$S_4 : \quad \angle_{\xi} H_q^0 = (\xi \mid \text{grad} H_q^0) ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Теперь уравнение калибровочной структуры будет

$$S_5 : \quad \frac{\partial H_q^0}{\partial s} = -\angle_{\xi} H_q^0 ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s.$$

Поскольку на диффузионном поле структурная энтропия равна потенциалу импульса, представлению S_1 поставим в соответствие представление потенциала импульса

$$\Psi \triangleq \Psi_0 + \Psi_1, \Psi_0 \triangleq \tilde{H}_q, \Psi_1 \triangleq H_q^0.$$

Здесь Ψ_1 — калибровочный потенциал.

Соответственно, вводя производную Ли

$$\angle_{\xi} \Psi_1 = (\xi \mid \text{grad} \Psi_1) ; \mathbf{q} \in D_s,$$

уравнение калибровочной структуры в терминах калибровочного потенциала будет

$$S_6 : \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = -\angle_{\xi} \Psi_1 ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s.$$

Уравнение дивергентного инварианта

$$S_7 : \quad \text{div} \dot{\mathbf{q}} \triangleq n \hat{\sigma}_s ; \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds} ; s \in \sigma J_s$$

вместе с формулой R_5 приводит к значению функции Π

$$\Pi = -n \hat{\sigma}_s.$$

В этом случае потенциал ускорений будет

$$\Theta = -(\dot{\mathbf{q}} \mid \mathbf{p}) + n\hat{\sigma}_s ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Принимая

$$\mathbf{p} = \text{grad}\Psi_1 ; \dot{\mathbf{q}} = \xi ; \mathbf{q} \in D_s,$$

имеем

$$S_8 : \quad \Theta = -\angle_{\xi}\Psi_1 + n\hat{\sigma}_s ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Если принять

$$S_9 : \quad \Theta \triangleq \Theta_0 + \Theta_1, \quad \Theta_0 = n\hat{\sigma}_s, \quad \Theta_1 = -\angle_{\xi}\Psi_1,$$

то из уравнения потенциала ускорений получаем

$$S_{10} : \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial s} = \Theta_0, \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = \Theta_1 ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s.$$

Теперь привлечем стандартное определение векторного поля ξ .

$$S_{11} : \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{a}{2}\mathbf{p} + F ; \text{div}F = 0.$$

Здесь a — коэффициент диффузии.

Для удобства в дальнейшем примем для F формулу

$$F = \frac{a}{2}\mathbf{p}_{\omega}.$$

Количество \mathbf{p}_{ω} будем называть импульсом ротора.

Теперь потенциал ускорений будет определяться таким образом

$$S_{12} : \quad \Theta_1 = -\frac{a}{2}||\mathbf{p}||^2 - \frac{a}{2}(\mathbf{p} \mid \mathbf{p}_{\omega}).$$

Объединяя второе уравнение S_{10} с формулой S_{12} получаем уравнение калибровочного потенциала

$$S_{13} : \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = -\frac{a}{2}||\mathbf{p}||^2 - \frac{a}{2}(\mathbf{p} \mid \mathbf{p}_{\omega}) ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s,$$

$$\mathbf{p} = \text{grad}\Psi_1.$$

Здесь $||\mathbf{p}||^2 = ||\mathbf{p}||_{R^n}^2$.

Основной результат я сформулировал в следующей теореме.

Теорема калибровочного потенциала. На диффузионном поле состояние диффузионной среды описывается уравнением калибровочного потенциала

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = \Theta_1 ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s,$$

$$\Theta_1 = -\frac{a}{2} \|\mathbf{p}\|^2 - \frac{a}{2} (\mathbf{p} | \mathbf{p}_\omega) ; \mathbf{p} = \text{grad} \Psi_1 ; \|\mathbf{p}\|^2 = \|\mathbf{p}\|_{R^n}^2$$

и уравнением дивергентного инварианта

$$\text{div} \dot{\mathbf{q}} = n \hat{\sigma}_s,$$

при этом векторный поток имеет вид

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{a}{2} \mathbf{p} + \frac{a}{2} \mathbf{p}_\omega, \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s, \text{div} \mathbf{p}_\omega = 0, \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds}.$$

§ 8. Сферический поток

Начнем исследование уравнения калибровочного потенциала с опорной сплошной среды.

Определим калибровочный потенциал в виде

$$L_1 : \Psi_1 \triangleq \Psi_\sigma + \Psi_\mu.$$

Из уравнения дивергентного инварианта S_7 получаем уравнения компонент представления L_1

$$L_2 : \Delta \Psi_\sigma = \frac{2n}{a} \hat{\sigma}_s ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s,$$

$$\Delta \Psi_\mu = 0.$$

В этом случае опорная сплошная среда определяется условием

$$\Psi_\mu = 0.$$

Калибровочному потенциалу L_1 соответствует импульс

$$L_3 : \mathbf{p} \triangleq \mathbf{p}_\sigma + \mathbf{p}_\mu,$$

$$\mathbf{p}_\sigma = \text{grad} \Psi_\sigma ; \mathbf{p}_\mu = \text{grad} \Psi_\mu.$$

\mathbf{p}_σ — импульс расширения, \mathbf{p}_μ — импульс сдвига.
Для опорной сплошной среды

$$\Psi_\mu = 0 ; \mathbf{p}_\mu = 0 ; \mathbf{p}_\omega = 0 ; \mathbf{p} = \mathbf{p}_\sigma$$

и уравнение калибровочного потенциала будет

$$L_4 : \quad \frac{\partial \Psi_\sigma}{\partial s} = -\frac{a}{2} \|\text{grad} \Psi_\sigma\|^2.$$

Нужное нам решение уравнения Пуассона L_2 имеет вид

$$L_5 : \quad \Psi_\sigma = \frac{1}{a} \hat{\sigma}_s \|\mathbf{q}\|^2 ; \mathbf{q} \in D_s, \|\mathbf{q}\|^2 = \|\mathbf{q}\|_{R^n}^2.$$

Потенциал Ψ_σ определяет сферический поток и называется потенциалом сферического потока.

В свою очередь потенциал ускорений сферического потока будет

$$L_6 : \quad \Theta_\sigma = -\frac{2}{a} \hat{\sigma}_s^2 \|\mathbf{q}\|^2 ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Ясно, что в опорной среде уравнение L_4 имеет вид уравнения потенциала ускорений

$$L_7 : \quad \frac{\partial \Psi_\sigma}{\partial s} = \Theta_\sigma.$$

С учетом формул L_5, L_6 из уравнения L_7 получаем уравнение дивергентного инварианта

$$L_8 : \quad \dot{\hat{\sigma}}_s = -2\hat{\sigma}_s^2.$$

Известное решение уравнения L_8 имеет вид

$$\hat{\sigma}_s = \frac{1}{2s}.$$

Полученные выше результаты я сформулировал в виде леммы.

Лемма сферического потока. *На диффузионном поле сферический поток описывается потенциалом сферического потока и потенциалом ускорений сферического потока*

$$\Psi_\sigma = \frac{1}{a} \hat{\sigma}_s \|\mathbf{q}\|^2 ; \mathbf{q} \in D_s, \Theta_\sigma = -\frac{2}{a} \hat{\sigma}_s^2 \|\mathbf{q}\|^2 ; \mathbf{q} \in D_s.$$

При этом:

1. векторное поле имеет вид

$$\dot{\mathbf{q}} = \hat{\sigma}_s \mathbf{q} ; \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds} ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s,$$

2. уравнение потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Psi_\sigma}{\partial s} = \Theta_\sigma ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s$$

определяет уравнение дивергентного инварианта

$$\dot{\hat{\sigma}}_s = -2\hat{\sigma}_s^2$$

3. дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{2s}$ определяет векторное поле

$$2s\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q} ; s \in \sigma J_s ; \mathbf{q} \in D_s.$$

§ 9. Поток сдвига

В отсутствие ротора кроме сферического потока на энтропийном многообразии будет существовать потенциальный поток сдвига.

В этом случае потенциал $\tilde{\Psi}$ будет равен потенциалу сдвига

$$\tilde{\Psi} = \Psi_\mu.$$

Ψ_μ — потенциал потока сдвига. При этом по определению импульс сдвига будет

$$\mathbf{p}_\mu \triangleq \text{grad} \Psi_\mu.$$

Соответственно, потенциал ускорений будет

$$B_1 : \quad \Theta_1 = \Theta_\sigma + \Theta_\mu - \frac{a}{2} \|\mathbf{p}_\mu\|^2, \quad \Theta_\mu = -a(\mathbf{p}_\sigma \mid \mathbf{p}_\mu).$$

Ключевое значение в исследовании потока сдвига имеет следующая теорема.

Теорема потока сдвига. Если в слабом экстремальном пограничном слое, расположенном на диффузионном поле потенциал сдвига обладает свойствами

1. $\Psi_\mu \in C^n(\sigma J_s),$

2. Ψ_μ — однородная функция второй степени,

3. По шкале внешнего быстрого времени Ψ_μ — четная функция,

то потенциал ускорений Θ_μ имеет вид

$$B_2 : \quad \Theta_\mu = -4\hat{\sigma}_s \Psi_\mu,$$

а потенциал сдвига удовлетворяет уравнению

$$B_3 : \quad \frac{\partial \Psi_\mu}{\partial s} = -4\hat{\sigma}_s \Psi_\mu ; \mathbf{q} \in D_s ; s \in \sigma J_s.$$

Доказательство.

По лемме сферического потока потенциал сферического потока имеет вид

$$\Psi_\sigma = \frac{1}{a} \hat{\sigma}_s ||\mathbf{q}||^2,$$

импульс расширения \mathbf{p}_σ , определяемый потенциалом Ψ_σ

$$\mathbf{p}_\sigma = \frac{2}{a} \hat{\sigma}_s \mathbf{q}$$

определяет потенциал ускорений в виде

$$\Theta_\mu = -2\hat{\sigma}_s (\mathbf{q} | \text{grad} \Psi_\mu).$$

Для однородной функции второй степени по теореме Эйлера будет справедливо равенство

$$(\mathbf{q} | \text{grad} \Psi_\mu) = 2\Psi_\mu.$$

Это равенство приводит к первому утверждению теоремы

$$\Theta_\mu = -4\hat{\sigma}_s \Psi_\mu.$$

Обратимся теперь к теореме калибровочного потенциала. В отсутствие ротора уравнение калибровочного потенциала будет

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = \Theta_\sigma + \Theta_\mu - \frac{a}{2} ||\mathbf{p}_\mu||^2.$$

Поскольку при $\mathbf{p}_\omega = 0$

$$\tilde{\Psi} = \Psi_\mu, \quad \Psi_1 = \Psi_\sigma + \Psi_\mu,$$

то, внося в это уравнение полученное значение потенциала ускорений Θ_μ , имеем

$$B_4 : \quad \frac{\partial \Psi_\mu}{\partial s} + \frac{\partial \Psi_\sigma}{\partial s} = -4\hat{\sigma}_s \Psi_\mu + \Theta_\sigma - \frac{a}{2} ||\mathbf{p}_\mu||^2 ; s \in \sigma J_s.$$

Перейдем теперь к доказательству второго утверждения теоремы.

Поскольку калибровочный потенциал Ψ_1 равен калибровочной энтропии, которая, в свою очередь, является временным инвариантом, то уравнению B_4 , опираясь на S_3 можно придать вид

$$B_5 : \quad \frac{d\Psi_1}{ds} = 0 ; \quad \mathbf{q} \in D_s ; \quad s \in \sigma J_s.$$

По свойству инвариантности по шкале внешнего быстрого времени уравнение B_5 будет

$$B_6 : \quad \frac{d\Psi_1}{d\bar{t}} = 0 ; \quad \mathbf{q} \in D_s ; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}.$$

Определяя производную Ли $\angle_{\xi} \Psi_1$; $(\xi = \frac{d\mathbf{q}}{d\bar{t}})$ из уравнения B_6 получаем аналог уравнения B_4

$$B_7 : \quad \frac{\partial \Psi_{\mu}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \hat{\Psi}_{\sigma}}{\partial \bar{t}} = -4\hat{\sigma}_1 \Psi_{\mu} + \hat{\Theta}_{\sigma} - \frac{a}{2} \|\mathbf{p}_{\mu}\|^2 ; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}.$$

В этом уравнении

$$\Psi_1 = \hat{\Psi}_{\sigma} + \Psi_{\mu}, \quad \hat{\Psi}_{\sigma} = \frac{1}{a} \hat{\sigma}_1 \|\mathbf{q}\|^2, \quad \hat{\Theta}_{\sigma} = -\frac{2}{a} \hat{\sigma}_1^2 \|\mathbf{q}\|^2.$$

Теперь, опираясь на аксиомы слабого ЭПС, выполним анализ симметрии уравнения B_7 .

Если $\sigma_1 \in D'_{-}(S)$ ($S = \sigma \bar{J}$), то $\hat{\Psi}_{\sigma} \in D'_{-}(S)$; $\hat{\Theta}_{\sigma} \in D'_{+}(S)$ и $\frac{\partial \hat{\Psi}_{\sigma}}{\partial \bar{t}} \in D'_{+}(S)$.

С другой стороны, по третьему условию теоремы $\Psi_{\mu} \in D'_{+}(S)$, $\frac{\partial \Psi_{\mu}}{\partial \bar{t}} \in D'_{-}(S)$, $\hat{\sigma}_1 \Psi_{\mu} \in D'_{-}(S)$ и $\|\mathbf{p}_{\mu}\|^2 \in D'_{+}(S)$.

На основе этих свойств симметрии, выделяя в уравнении B_7 симметричную и антисимметричную часть, получаем два уравнения

$$B_8 : \quad \frac{\partial \Psi_{\mu}}{\partial \bar{t}} = -4\hat{\sigma}_1 \Psi_{\mu} ; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J},$$

$$B_9 : \quad \frac{\partial \hat{\Psi}_{\sigma}}{\partial \bar{t}} = \hat{\Theta}_{\sigma} - \frac{a}{2} \|\mathbf{p}_{\mu}\|^2 ; \quad \bar{t} \in \sigma \bar{J}.$$

По шкале внутреннего быстрого времени уравнения B_8, B_9 будут

$$B_{10}: \quad \frac{\partial \Psi_\mu}{\partial s} = -4\hat{\sigma}_s \Psi_\mu; \quad \mathbf{q} \in D_s; \quad s \in \sigma J_s,$$

$$B_{11}: \quad \frac{\partial \Psi_\sigma}{\partial s} = \Theta_\sigma - \frac{a}{2} \|\mathbf{p}_\mu\|^2; \quad \mathbf{q} \in D_s; \quad s \in \sigma J_s.$$

Уравнение B_{10} и есть уравнение B_3 теоремы.

Теорема доказана. ■

§ 10. Заключение

1. Отличительной чертой слабого ЭПС является существование симметричного хаоса.
2. В симметричном хаосе и происходит разрушение и возникновение структуры; таким образом, слабый ЭПС является объектом, в котором происходит самоорганизация.
3. Ключевую роль в теории слабого ЭПС играет Гельмгольцево представление матрицы плотности импульса. Посредством Гельмгольцевой матрицы общее движение разлагается на три составляющие:
 - расширение,
 - сдвиг,
 - вращение.
4. Структурная энтропия дает способ исчисления внутреннего времени.
5. В зависимости от способа задания связи внутреннего и внешнего быстрого времени существует три способа описания слабого ЭПС:
 - 1) Внешнее описание.
 - 2) Диссипативное описание.
 - 3) Диффузионное описание.
6. В теории слабого ЭПС важную роль при диффузионном описании играет основной геометрический объект теории диффузии — диффузионное поле.
7. Именно на диффузионном поле теория слабого ЭПС принимает эффективный, изящный, замкнутый вид.
8. На диффузионном поле трем составляющим движения соответствуют три потока:
 - сферический поток,
 - поток сдвига,
 - поток ротора,
 допускающие независимые описания.

Глава V

Завершение теории слабого экстремального пограничного слоя

Содержание

§1. Дивергентный инвариант потока сдвига	111
§2. Поток ротора	113
§3. Калибровочный поток	115
§4. Анализ уравнения дивергентного инварианта	118
§5. Модельный пример	119
§6. Семантика слабого экстремального пограничного слоя ...	120
§7. Уравнение диффузии	123
§8. Калибровочные поля	125
§9. Двумерная задача	129
§10. Заключение	131

§ 1. Дивергентный инвариант потока сдвига

Обратимся снова к уравнениям B_{10}, B_{11} .

Потенциал сдвига, удовлетворяющий уравнению B_{10} имеет вид

$$D_1: \quad \Psi_\mu = \Psi_\mu^0 e^{-4\tau}; \quad s \in \sigma J_s,$$

$$\tau = \int_{0+}^s \hat{\sigma}_s ds_1; \quad \Psi_\mu^0 = \Psi_\mu^0(\mathbf{q}).$$

Этому потенциалу соответствует импульс сдвига

$$\mathbf{p}_\mu = e^{-4\tau} \mathbf{p}_\mu^0; \quad \mathbf{p}_\mu^0 = \text{grad} \Psi_\mu^0.$$

Для этого значения импульса сдвига и известных потенциалов $\Psi_\sigma, \Theta_\sigma$ из уравнения B_{11} следует уравнение калибровочного потенциала

$$D_2: \quad [\dot{\hat{\sigma}}_s + 2\dot{\hat{\sigma}}_s^2] \cdot \|\mathbf{q}\|^2 = -\frac{a^2}{4} \|\mathbf{p}_\mu^0\|^2 e^{-8\tau}; \quad s \in \sigma J.$$

На основе уравнения D_2 я сформулировал следующую лемму.

Лемма дивергентного инварианта потока сдвига. Если на диффузионном поле в уравнении калибровочного потенциала сферического потока со сдвигом

$$[\dot{\hat{\sigma}}_s + 2\hat{\sigma}_s^2] \cdot \|q\|^2 = -\frac{a^2}{4} \|p_\mu^0\|^2 e^{-8\tau} ; s \in \sigma J$$

норма импульса $p_\mu^0 = \text{grad} \Psi_\mu^0$ удовлетворяет условию

$$\|p_\mu^0\|^2 = \alpha^2 \|q\|^2,$$

то дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_s$:

1. описывается уравнениями

$$D_3 : \quad u^3 \ddot{u} = -k^2 ; \quad \hat{\sigma}_s = \frac{\dot{u}}{2u} ; \quad s \in \sigma J,$$

k — вещественная величина;

2. имеет значение

$$D_4 : \quad \hat{\sigma}_s = \frac{1}{4s} ; \quad s \in \sigma J.$$

Доказательство.

Для импульса p_μ^0 удовлетворяющему условию леммы

$$\|p_\mu^0\|^2 = \alpha^2 \|q\|^2,$$

из уравнения D_2 следует уравнение дивергентного инварианта

$$D_5 : \quad \dot{\hat{\sigma}}_s + 2\hat{\sigma}_s^2 = -\frac{k^2}{2} e^{-4\tau} ; \quad s \in \sigma J_s.$$

Вводя новую переменную u уравнениями

$$\ln u \triangleq 2\tau ; \quad \hat{\sigma}_s = \frac{\dot{u}}{2u},$$

из уравнения D_5 получаем два уравнения D_3 .

Для вещественных значений k решение уравнения $u^3 \ddot{u} = -k^2$ имеет вид

$$u^2 = 2|k|s.$$

Это решение и приводит к знанию дивергентного инварианта

$$\hat{\sigma}_s = \frac{1}{4s}.$$

Лемма доказана. ■

Обсуждение.

1. Первый основной вывод: дивергентный инвариант потока сдвига в два раза меньше дивергентного инварианта сферического потока.
2. Второй основной вывод: дивергентный инвариант потока сдвига не зависит от константы α (либо $|k|$).
3. Поток сдвига не существует без сферического потока; возникновение потока сдвига сопровождается одновременным возникновением сферического потока.
4. Сферический поток может существовать и без потока сдвига.
5. Дивергентный инвариант сферического потока без сдвига $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{2s}$ неустойчив; бесконечно малый сдвиг дает другое значение, определяемое леммой дивергентного инварианта потока сдвига. Этот результат следует из второго основного вывода обсуждения. Любая малая константа $|k|$, соответствующая малому потоку сдвига приводит к другой реализации $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{4s}$. Здесь важен факт существования сдвига, а не его конкретные значения; если на диффузионном поле существует сдвиг, то реализуется дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{4s}$.

§ 2. Поток ротора

Перейдем к изучению еще одного характерного случая энтропийного потока, состоящего из сферического потока и потока ротора.

В этом случае $\Psi_\mu = 0$, $\mathbf{p}_\mu = 0$, потенциал ускорений Θ_1 и векторное поле будут

$$M_1 : \quad \Theta_1 = \Theta_\sigma - \frac{a}{2}(\mathbf{p}_\sigma \mid \mathbf{p}_\omega),$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{a}{2}\mathbf{p}_\sigma + \frac{a}{2}\mathbf{p}_\omega.$$

Поскольку $\mathbf{p}_\sigma = \frac{2}{a} \hat{\sigma}_s \mathbf{q}$, то второй член потенциала Θ_1 будет

$$\frac{a}{2}(\mathbf{p}_\sigma | \mathbf{p}_\omega) = \hat{\sigma}_s(\mathbf{p}_\omega | \mathbf{q}).$$

Обратимся теперь к Гельмгольцеву представлению матрицы плотности импульса.

Если, пользуясь стандартным приемом, ввести на диффузионном поле полный импульс

$$\hat{\mathbf{p}} \triangleq \mathbf{p} + \mathbf{p}_\omega$$

и принять также стандартное представление полного импульса в виде один-формы (см. книгу "Энтропия").

$$M_2: \quad \hat{\mathbf{p}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in D_s,$$

то в трехмерном евклидовом пространстве Гельмгольцева матрица плотности импульса определяется формулами P_1, P_2 главы III.

В случае двумерного евклидова пространства матрицы M и Ω имеют известный вид

$$M = \mu \left\| \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \right\|; \quad \Omega = \omega \left\| \begin{array}{cc} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{array} \right\|.$$

При этом в двумерном евклидовом пространстве проблема слабого ЭПС имеет независимое описание, имеющее свою специфику, отличающее ее от теории пространства R^3 .

Следует напомнить читателю, что Гельмгольцево представление матрицы плотности импульса пока разработано для пространств R^2 и R^3 , в связи с чем в теории настоящего и последующих разделов принята эта конкретизация пространства R^n ($n = 2, n = 3$).

Если в один-форме M_2 для $\mathbf{q} \in R^n$ ($n = 2, n = 3$) матрица плотности импульса — Гельмгольцева матрица, то импульс ротора определится так

$$M_3: \quad \mathbf{p}_\omega = \frac{1}{2} \Omega \mathbf{q}; \quad \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \{R^2, R^3\},$$

Ω — матрица ротора (кососимметрическая матрица 3×3 , либо 2×2).

Здесь справедливо следующая лемма.

Лемма V.1 Если импульс ротора имеет представление в виде *один-формы*

$$\mathbf{p}_\omega = \frac{1}{2}\Omega\mathbf{q},$$

где Ω — матрица ротора (кососимметрическая матрица 3×3 , либо 2×2), то квадратичная форма

$$(\mathbf{p}_\omega \mid \mathbf{q}) = 0.$$

Результат леммы четко устанавливается непосредственными вычислениями скалярных произведений $(\Omega\mathbf{q} \mid \mathbf{q})_{R^3}$, $(\Omega\mathbf{q} \mid \mathbf{q})_{R^2}$.

Сформулированная лемма лежит в основе важной теоремы.

Теорема потока ротора. Если на диффузионном поле импульс ротора определяется *один-формой*

$$\mathbf{p}_\omega = \frac{1}{2}\Omega\mathbf{q},$$

где Ω — матрица ротора (кососимметрическая матрица 3×3 , либо 2×2), то поток ротора не влияет на поток, описываемый калибровочным потенциалом и уравнениями сферического потока

$$\Psi_1 = \Psi_\sigma; \quad \Psi_\sigma = \frac{1}{a}\hat{\sigma}_s||\mathbf{q}||^2,$$

$$\frac{\partial \Psi_\sigma}{\partial s} = \Theta_\sigma; \quad \Theta_\sigma = -\frac{2}{a}\hat{\sigma}_s^2||\mathbf{q}||^2,$$

$$\dot{\hat{\sigma}}_s = -2\hat{\sigma}_s^2; \quad s \in \sigma J_s.$$

Обсуждение.

Семантика теоремы потока ротора имеет вид:

В отсутствие потока сдвига ротор влияет только на векторное поле $\xi(\xi = \dot{\mathbf{q}})$ и не влияет на калибровочный потенциал и дивергентный инвариант.

§ 3. Калибровочный поток

Калибровочный поток состоит из трех компонент: сферического потока, потока сдвига и потока ротора. При этом на энтропийном многообразии сферический поток и поток сдвига формируют потенциальную составляющую, тогда как поток ротора потенциалом не обладает. Здесь надо иметь в виду то, что принцип суперпозиции потоков справедлив только на векторном поле $\xi(\xi = \dot{\mathbf{q}})$;

полный импульс $\hat{\mathbf{p}}$ равен сумме импульсов расширения, сдвига и ротора. Но потенциал ускорений содержит члены, определяющие нелинейное взаимодействие, что и приводит к нелинейной зависимости дивергентного инварианта от потоков сдвига и ротора.

Если калибровочный поток содержит все три компоненты (расширение, сдвиг, ротор), то потенциал ускорений будет

$$E_1: \quad \Theta_1 \triangleq \Theta_\sigma + \Theta_\mu + \Theta_\mu^0 + \Theta_\omega; \quad \mathbf{q} \in D_s,$$

$$\Theta_\sigma = -\frac{2}{a}\hat{\sigma}_s^2||\mathbf{q}||^2, \quad \Theta_\mu = -4\hat{\sigma}_s\Psi_\mu,$$

$$\Theta_\mu^0 = -\frac{a}{2}||\mathbf{p}_\mu||^2, \quad \Theta_\omega = -\frac{a}{2}(\mathbf{p}_\mu | \mathbf{p}_\omega).$$

В свою очередь, определяя импульсы известными формулами

$$\mathbf{p}_\mu = e^{-4\tau} \text{grad} \Psi_\mu^0; \quad \mathbf{p}_\omega = \frac{1}{2}\Omega\mathbf{q},$$

потенциал Θ_ω определяется следующей формулой

$$E_2: \quad \Theta_\omega = -\frac{a}{4}e^{-4\tau}(\text{grad} \Psi_\mu^0 | \Omega\mathbf{q}); \quad \mathbf{q} \in D_s.$$

Формул E_1, E_2 достаточно для формулировки основного результата.

Теорема дивергентного инварианта калибровочного потока. Если на диффузионном поле, расположенном в евклидовом пространстве $R^n (n = 2, n = 3)$, калибровочный поток содержит сферический поток, поток сдвига, поток ротора и:

1. потенциал ускорений имеет вид

$$\Theta_1 \triangleq \Theta_\sigma + \Theta_\mu + \Theta_\mu^0 + \Theta_\omega; \quad \mathbf{q} \in D_s,$$

$$\Theta_\sigma = -\frac{2}{a}\hat{\sigma}_s^2||\mathbf{q}||^2, \quad \Theta_\mu = -4\hat{\sigma}_s\Psi_\mu,$$

$$\Theta_\mu^0 = -\frac{a}{2}||\mathbf{p}_\mu||^2, \quad \Theta_\omega = -\frac{a}{2}(\mathbf{p}_\mu | \mathbf{p}_\omega);$$

2. потенциал сдвига

$$\Psi_\mu = e^{-4\tau} \Psi_\mu^0; \quad \tau = \int_{0+}^s \hat{\sigma}_s ds_1; \quad \Psi_\mu^0 = \Psi_\mu^0(\mathbf{q}); \quad \mathbf{q} \in D_s;$$

3. импульс ротора

$$\mathbf{p}_\omega = \frac{1}{2}\Omega\mathbf{q},$$

Ω — матрица ротора (кососимметрическая матрица 3×3 , либо 2×2),

то уравнение калибровочного потенциала будет

$$[\dot{\sigma}_s + 2\dot{\sigma}_s^2] \|\mathbf{q}^2\| = -\frac{a^2}{2} \|\text{grad}\Psi_\mu^0\|^2 e^{-8\tau} - \frac{a^2}{4} (\text{grad}\Psi_\mu^0 | \Omega\mathbf{q}) e^{-4\tau}; \mathbf{q} \in D_s.$$

В случае выполнения условий:

$$1) \|\text{grad}\Psi_\mu^0\|^2 = \alpha^2 \|\mathbf{q}\|^2, \quad 2) \Omega = e^{-4\tau} \Omega_0,$$

$$3) (\text{grad}\Psi_\mu^0 | \Omega_0\mathbf{q}) = \beta \|\mathbf{q}\|^2,$$

уравнение дивергентного инварианта будут иметь вид

$$E_4: \quad u^3 \ddot{u} = k; \quad \dot{\sigma}_s = \frac{\dot{u}}{2u}; \quad k = -\frac{a^2}{2} \left(\frac{\beta}{2} + \alpha^2 \right); \quad s \in \sigma J_s.$$

Доказательство.

Результаты теоремы получаются прямыми вычислениями.

Уравнение теоремы E_3 следует из уравнения калибровочного потенциала

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = \Theta_1; \quad \mathbf{q} \in D_s,$$

при этом калибровочный потенциал определяется известными формулами

$$\Psi_1 = \Psi_\sigma + \Psi_\mu, \quad \Psi_\sigma = \frac{1}{a} \dot{\sigma}_s \|\mathbf{q}\|^2,$$

а для потенциала Ψ_μ , в соответствие с теоремой потока сдвига, справедливо уравнение

$$\frac{\partial \Psi_\mu}{\partial s} = \Theta_\mu.$$

Уравнение дивергентного инварианта получается из уравнения калибровочного потенциала при внесении в него формул условий 1, 2, 3 второй части теоремы.

Теорема доказана. ■

§ 4. Анализ уравнения дивергентного инварианта

Теорема дивергентного инварианта калибровочного потока является завершающим звеном в цепочке строгих утверждений настоящего раздела (теорем, лемм), посвященных описанию и свойствам калибровочного потока на диффузионном поле. Одной из составляющей ее значимости является обыкновенное дифференциальное уравнение дивергентного инварианта — наиболее простое уравнение, на основе которого можно дать описание семантики и феноменологии слабого ЭПС.

В соответствии с теоремой §3 это уравнение имеет вид

$$R_1: \quad u^3 \ddot{u} = k; \quad s \in \sigma J_s.$$

Утверждение V.1 *Замечательным свойством уравнения R_1 по сравнению с уравнением леммы дивергентного инварианта потока сдвига является то, что в нем вещественная константа k может принимать как положительные, так и отрицательные значения.*

Напомним, что в лемме дивергентного инварианта потока сдвига константа принимает только отрицательные значения и равна нулю в отсутствие потока сдвига.

Уравнение R_1 имеет три различных решения в зависимости от знака k , в связи с чем для дальнейшего анализа более удобно эти уравнения записать в виде

$$u^3 \ddot{u} = \text{sign} k |k|; \quad s \in \sigma J_s.$$

Три решения этого уравнения имеют вид:

$$1. \quad k = 0, \quad u = cs,$$

$$2. \quad \text{sign} k = -1; \quad u = \sqrt{2|k|\sqrt{s}},$$

$$3. \quad \text{sign} k = 1; \quad u^2 = c_1 \tilde{s}^2 + c_0; \quad \text{sign} c_1 = \text{sign} c_0 = 1; \quad \tilde{s} = s + s_0.$$

Этим решениям соответствуют дивергентные инварианты

$$R_3: \quad \hat{\sigma}_s = \begin{cases} \frac{1}{4s}; & \text{sign} k = -1 \\ \frac{1}{2s}; & \text{sign} k = 0 \\ \frac{\tilde{s}}{2(\tilde{s}^2 + \gamma^2)}; & \text{sign} k = 1 \end{cases}.$$

Следует отметить, что уравнение R_1 совпадает с уравнением нашей работы [432]. Различие состоит в способе определения дивергентного инварианта.

В работе А.Н. Панченкова и С.М. Подковырина [432] дивергентный инвариант определяется формулой $\hat{\sigma} = \frac{\dot{u}}{u} (\dot{u} = \frac{du}{dt})$, тогда как в настоящей работе $\hat{\sigma}_s = \frac{\dot{u}}{2u} (\dot{u} = \frac{du}{ds})$. Причина различия состоит в том, что формула $\hat{\sigma} = \frac{\dot{u}}{u}$ является формулой внешнего описания на основе уравнений ядра Гильбертова поля, тогда как формула $\hat{\sigma}_s = \frac{\dot{u}}{2u}$ является формулой диффузионного описания.

Ясно, что формула дает адекватные результаты, но при совпадении векторных полей $\xi(\xi = \dot{\mathbf{q}})$ и при определенном согласовании внутреннего времени и внешнего быстрого времени $\bar{t} = \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}$.

§ 5. Модельный пример

Смысл события, происходящего в слабом ЭПС поясним на простом модельном примере.

Рассмотрим одномерную задачу с гамильтонианом и потенциалом ускорений

$$H = \frac{1}{2}p^2; \quad \Theta = -\frac{1}{2}p^2.$$

В этом случае уравнение Лагранжа и характеристики Гильбертова поля будут

$$1. \quad \ddot{\mathbf{q}} = 0 \text{ — уравнение Лагранжа } \left(\ddot{\mathbf{q}} = \frac{d^2\mathbf{q}}{dt^2} \right)$$

$$2. \quad \bar{t}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q} \text{ — уравнение характеристики } \left(\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{d\bar{t}} \right)$$

Здесь уравнение Лагранжа имеет единственное регулярное решение $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0\bar{t}$, удовлетворяющее условию $\mathbf{q}(0) = 0$, тогда как в уравнении характеристики существует два решения

$$\mathbf{q} = \begin{cases} \mathbf{q}_0\bar{t} \\ \mathbf{q}_0|\bar{t}| \end{cases}.$$

Если эти два решения принадлежат ЭПС, то первое решение $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \bar{t}$ будет решением сильного ЭПС, а второе $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 |\bar{t}|$ — слабого ЭПС.

Характерная черта решения $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 |\bar{t}|$ четко видна — в точке $\bar{t} = 0$ экстремаль (обобщенная координата) претерпевает излом.

Именно излом экстремали и определяет основную черту и большую практическую значимость слабого ЭПС в проблеме восстановления структуры; в слабом ЭПС происходит событие — в точке бифуркации решение, ведущее к разрушению системы, заменяется решением, обеспечивающим восстановление структуры.

Вторая важная деталь устанавливается при переходе к диффузионному описанию.

В диффузионном описании уравнение характеристики $2\bar{t}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}$ имеет также два решения

$$\mathbf{q} = \begin{cases} \mathbf{q}_0 \sqrt{\bar{t}} \\ \mathbf{q}_0 \sqrt{|\bar{t}|} \end{cases}.$$

Но здесь регулярное решение обладает новым свойством: при $\bar{t} < 0$ оно перестает быть вещественным и становится мнимым количеством. Интерпретация этого свойства очевидна: структура, описываемая регулярным решением $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \sqrt{\bar{t}}$ при $\bar{t} = 0$ перестает существовать (она разрушается) и существует только структура, описываемая решением $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \sqrt{|\bar{t}|}$.

§ 6. Семантика слабого экстремального пограничного слоя

Слабый экстремальный пограничный слой является объектом, в котором происходят восстановительные процессы; именно это и определяет его большую научную и практическую значимость.

Схема восстановления имеет следующий вид. В определенное время сложная система входит в область критических значений ресурсов и близка к разрушению; в момент времени, предшествующий разрушению, в сложной системе по определенной причине, обязанной свойствам слабого ЭПС начинают действовать быстротекущие процессы восстановления.

Результатом действия процессов восстановления будет нерегулярное изменение эволюции; в последующее время система выходит из цикла разрушения и начинает функционировать в цикле развития. В короткий отрезок времени существования слабого ЭПС произошло событие; в сложной системе прекратилось разрушение ее структуры и началось ее восстановление.

Процессы в слабом ЭПС следует классифицировать как процессы самоорганизации. Самоорганизация здесь реализуется в акте прекращения разрушения и начале восстановления. Детерминированной структурой самоорганизации является регулярный дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_s \in C^n(\sigma J_s)$ удовлетворяющий уравнениям

$$u^3 \ddot{u} = \text{sign} k |k| ; \quad \dot{\hat{\sigma}}_s = \frac{\dot{u}}{2u} ; \quad s \in \sigma J_s.$$

Основные факты, определяющие семантику и процессы самоорганизации слабого ЭПС следующие:

1. Восстановительные процессы реализуются при существовании на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q сферического потока, потока сдвига и потока ротора.
2. Сферический поток в отсутствие потоков сдвига и ротора определяет активную опорную среду, в которой и происходят события — процессы самоорганизации.
3. Состояние активной опорной среды, характеризующееся значением параметра $k = 0$ и имеющее дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{2s}$ неустойчиво; достаточно бесконечно малое воздействие потока сдвига, чтобы неустойчивое решение перешло в другое, устойчивое состояние с дивергентным инвариантом $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{4s}$.
4. В диффузионном описании виртуальная сплошная среда, содержащая сферический поток и поток сдвига, имеет дивергентный инвариант $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{4s}$. Этому случаю соответствует $\text{sign} k = -1$.
5. Отдельно поток сдвига существовать не может; возникновение сдвига сопровождается возникновением расширения.
6. Самоорганизация и восстановительные процессы реализуются потоком ротора.
7. Необходимым условием реализации ротором процессов восстановления является наличие в энтропийном потоке потока сдвига.
8. Процессы самоорганизации существуют тогда, когда поток ротора обладает большей "энергией", чем поток сдвига. В этом случае $\text{sign} k = 1$, дивергентный инвариант становится регулярным дивергентным инвариантом $\hat{\sigma}_s = \frac{\hat{s}}{2(\hat{s}^2 + \gamma^2)}$; $\hat{s} = s + s_0$.

9. Механизмы восстановления, самоорганизации, феноменологию слабого ЭПС определяет коллективное взаимодействие в энтропийном потоке компонент:

1. сферического потока (активная опорная среда);
2. сильного потока ротора;
3. слабого потока сдвига.

10. В слабом ЭПС существует динамический симметричный хаос. Именно в симметричном хаосе возникает несимметричная структура — дивергентный инвариант.

11. Мелкомасштабный симметричный хаос при выходе из слабого ЭПС порождает крупномасштабный хаос — ансамбль хаотических траекторий (либо линий тока) движения сложной системы на Гильбертовом поле.

В заключение обсуждения семантики слабого ЭПС следует добавить, что привлекательность и важность (особенно в прикладных проблемах) слабого ЭПС определяется следующим.

В проблеме прогнозирования развития сложной системы, либо остаточного ресурса мы часто попадаем в окрестность критических значений управляющих параметров, характеризующих неустойчивое состояние объекта прогнозирования типа "разрушение – восстановление". В этом случае прогноз становится ненадежным, поскольку при малых изменениях управляющих параметров резко изменяется время жизни (либо время разрушения) объекта наблюдения.

По сути, в области критических значений управляющих параметров задача прогнозирования не имеет смысла. Это одна важная проблема, но существует и вторая не менее важная позитивная проблема. Если мы установили, что конкретный объект мониторинга, либо прогнозирования, может оказаться в области критических значений управляющих параметров, мы можем поставить задачу управления динамическим хаосом с целью значительного повышения сроков функционирования (жизни) сложной системы и нахождения ее в работоспособном состоянии. Здесь мы за счет небольших затрат (поскольку в области слабого ЭПС малые изменения управляющих параметров приводят к большим изменениям состояния объекта) можем достичь значительного эффекта. Это один из перспективных механизмов повышения остаточного ресурса и работоспособности сложной системы — объект мониторинга.

Далее, вывод управляющих параметров из окрестности критических значений (области слабого ЭПС) снова делает предметной проблему прогноза.

Напомним, что симметричный хаос и процессы восстановления исследованы в работах А.Н. Панченкова и С.М. Подковырина [431,432] и С.М. Подковырина [455,456].

§ 7. Уравнение диффузии

Адекватность уравнения потенциала ускорений и уравнения неразрывности (Фоккера-Планка) на диффузионном поле установлена и подробно исследована в главе XXII "Диффузия. Теория мониторинга-II" нашей монографии "Энтропия". Но этими материалами проблема адекватности не исчерпана; в частности, представляет интерес определение уравнения диффузии, адекватного уравнению калибровочного потенциала S_{13} главы IV. Настоящий раздел посвящен выводу этого уравнения.

Исходные уравнения диффузионного поля возьмем в виде

$$\begin{aligned} O_0 : \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial s} &= -\angle_{\xi} \Psi_1 ; \mathbf{q} \in D_s, \\ \dot{\mathbf{q}} &= \frac{a}{2} \mathbf{p} + F ; \operatorname{div} F = 0 ; \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds}, \\ \mathbf{p} &= \operatorname{grad} \Psi_1, \\ \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} &= n \hat{\sigma}_s. \end{aligned}$$

Введем следующим образом новый потенциал φ

$$O_1 : \quad \Psi_1 \triangleq -\ln \varphi.$$

Отметим, что существует простая связь потенциала φ с плотностью виртуальной сплошной среды

$$O_2 : \quad \eta \triangleq \eta_0 \varphi.$$

Поскольку

$$\Psi = \begin{cases} -\ln \eta \\ \Psi_0 + \Psi_1 \end{cases},$$

то $\eta_0 = e^{-\Psi_0}$ и для $\Psi_0 = c_0 + n\tau$; $\tau = \int_{0+}^s \hat{\sigma}_s d\bar{t}_s$; $\eta_0 = D_0 e^{-n\tau}$.

Вводя множитель Лагранжа ρ , сконструируем уравнение

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = \angle_{\xi} \Psi_1 + \rho \left(\frac{a}{2} \operatorname{div} \mathbf{p} - n \hat{\sigma}_s \right).$$

Поскольку $\angle_{\xi} \Psi_1 = \frac{a}{2} \|\mathbf{p}\|^2 + (F | \mathbf{p})$, то принимая множитель Лагранжа $\rho = 1$ имеем

$$O_3 : \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial s} = -\frac{a}{2} (\|\mathbf{p}\|^2 - \operatorname{div} \mathbf{p}) - (\mathbf{p} | F) - n \hat{\sigma}_s.$$

Принимая импульс в виде $\mathbf{p} = -\frac{1}{\varphi} \text{grad} \varphi$, получим

$$\|\mathbf{p}\|^2 - \text{div} \mathbf{p} = \frac{1}{\varphi} \Delta \varphi.$$

Далее, переходя в уравнении O_3 от потенциала импульса Ψ_1 к новому потенциалу φ мы и получаем нужное уравнение диффузии

$$O_4: \quad \frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{a}{2} \Delta \varphi - (\text{grad} \varphi | F) + n \hat{\sigma}_s \varphi.$$

В частном случае $(\text{grad} \varphi | F) = 0$ уравнение O_4 имеет известное групповое (автономное) решение.

Введем аргумент $\chi = \frac{R^2}{s}$; ($R^2 = \|\mathbf{q}\|^2$) и будем искать решение уравнение O_4 при $(\text{grad} \varphi | F) = 0$ в виде

$$O_5: \quad \varphi = \varphi(\chi).$$

Для решения вида O_5 из уравнения O_4 следует уравнение

$$\frac{R^2}{s^2} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \chi} + 2a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi^2} \right] = -n \hat{\sigma}_s \left[\varphi + \frac{a}{s \hat{\sigma}_s} \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} \right].$$

В свою очередь это уравнение делится на систему двух уравнений

$$O_6: \quad \varphi + \frac{a}{s \hat{\sigma}_s} \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \chi} + 2a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi^2} = 0,$$

имеющее решение $\varphi = \varphi(\chi)$ при

$$\sigma_s = \frac{1}{2s}.$$

Но это хорошо известный результат — дивергентный инвариант сферического потока.

Для дивергентного инварианта сферического потока первое уравнение O_6 будет

$$\varphi + 2a \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} = 0.$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $\varphi(0) = 1$, имеет вид

$$\varphi = e^{-\frac{\chi}{2a}} ; \chi = \frac{R^2}{s}.$$

В случае $\hat{\sigma}_s = \frac{1}{2s}$; $\tau = \frac{1}{2}(\ln s - \ln O^+)(O^+ \sim O(\varepsilon))$ и плотность диффузионной среды будет определяться формулой

$$O_7 : \quad \eta = \frac{D_0}{s^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{R^2}{2as}}.$$

Если принять связь времен в виде $s = |\bar{t}|$, то для положительных значений $\bar{t} \in \sigma \bar{J}^+$ при определенном выборе константы D_0 формула O_7 будет определять фундаментальное решение уравнения теплопроводности.

Таким образом, сферический поток на диффузионном поле при $\bar{t} \in \sigma \bar{J}^+$ соответствует фундаментальному решению уравнения теплопроводности, описывающему распространения тепла от источника.

§ 8. Калибровочные поля

I. Одной из фундаментальных симметрий является калибровочная симметрия, сохраняющая структурную энтропию. При этом калибровочными структурами называются структуры, поддерживающие симметрию — закон сохранения структурной энтропии.

Калибровочные структуры энтропийного многообразия \mathfrak{A}_q^- (поток сдвига и поток ротора) подробно исследованы выше, а настоящий раздел посвящен исследованию калибровочных полей.

Если ξ — калибровочное векторное поле, то на энтропийном многообразии оно удовлетворяет уравнению

$$G_1 : \quad \text{div} \xi = 0 ; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{A}_q^-.$$

К этому уравнению следует присоединить одну из реализаций глобальной симметрии $H_f = \text{const}$. На Гильбертовом поле уравнением глобальной симметрии $H_f = \text{const}$ является уравнение потенциала ускорений

$$G_2 : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{t}} = \Theta ; \quad \mathbf{q} \in \Gamma.$$

Для введения калибровочных полей необходимо ввести расширение

$$G_3 : \quad \operatorname{div} \xi = 0 ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q^- \rightarrow \operatorname{div} \xi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

В соответствие с теорией калибровочных структур нашей монографии "Энтропия" введем также расширение уравнения G_2

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Theta ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Введем в конфигурационном пространстве многообразие $\Omega^+ = \Omega \setminus \mathcal{E}_q$ и будем предполагать, что в этом многообразии существует только калибровочные поля, обладающие потенциалом $\hat{\Psi}$.

Из уравнений G_2, G_3 следуют уравнения калибровочного поля:

$$\begin{aligned} G_4 : \quad & \Delta \hat{\Psi} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+, \\ & \Delta \hat{\Theta} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+, \\ & \hat{\mathbf{p}} \triangleq \operatorname{grad} \hat{\Psi}, \\ & \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_\sigma + \mathbf{p}_\mu + \mathbf{p}_\omega. \end{aligned}$$

II. С другой стороны на энтропийном многообразии полный импульс определяется один-формой, содержащей матрицу плотности импульса

$$G_5 : \quad \hat{\mathbf{p}} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q.$$

Рассматривая значение полного импульса на многообразии \mathcal{E}_q^- как граничное условие для калибровочного поля из уравнений G_4, G_5 получаем краевую задачу

$$\begin{aligned} G_6 : \quad & \Delta \hat{\Psi} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+ ; \Omega_q^+ = \Omega \setminus \mathcal{E}_q, \\ & \operatorname{grad} \hat{\Psi} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q^-. \end{aligned}$$

Краевая задача G_6 и является основной краевой задачей калибровочного поля.

Отметим, что ориентированная на ЭПС задача G_6 имеет более общий смысл и применима для калибровочных полей универсума $G = \Gamma \cup \mathcal{E}^-$. Калибровочное поле, возникшее в ЭПС, действует и в конфигурационном пространстве, содержащим Гильбертово поле.

По сути, ЭПС — это объект, в котором возникает калибровочное поле.

В изучаемых случаях трехмерного и двумерного евклидова пространств ($\Omega \subset R^n, n = 2, n = 3$) задача G_6 имеет эффективное решение: это решение опирается на двойственное представление

$$\mathbf{q} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q} \in \Omega_q; \Omega_q \in R^n \\ \mathbf{q}(\bar{t}); \bar{t} \in J \end{array} \right.$$

Из этой двойственности следует другая двойственность

$$G_7: \quad \mathbf{q} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q} \in \Omega_q^+ \\ \mathbf{q}(\bar{t}); \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q^- \end{array} \right.$$

В трехмерном евклидовом пространстве

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R} = -\frac{\mathbf{q}}{R^3}; \quad R = |\mathbf{q}|; \quad |\mathbf{q}| = \|\mathbf{q}\|_{R^3}.$$

В этом случае из двойственности G_7 следует

$$G_8: \quad \mathbf{q} = -R^3(\bar{t}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q^-$$

и граничное условие будет

$$G_9: \quad \text{grad} \hat{\Psi} = -R^3(\bar{t}) \Lambda \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q^-.$$

Это условие допускает непрерывное продолжение на многообразие Ω_q^+ . В результате, из G_9 получается уравнение потенциала калибровочного поля.

$$G_{10}: \quad \text{grad} \hat{\Psi} = -R^3(\bar{t}) \Lambda \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R}; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q^+.$$

Задача определения потенциала $\hat{\Psi}$ по его градиенту решается хорошо известным методом. Здесь можно отослать читателя к моим монографиям "Гидродинамика подводного крыла" [383] и "Теория потенциала ускорений" [381], в которых содержатся различные интегральные представления для фундаментального решения уравнения Лапласа $\frac{1}{R}$, пригодные для решения этой задачи.

Поскольку эта задача не содержит каких-либо принципиальных трудностей, мы ею заниматься не будем, а примем соглашение о задании потенциала $\widehat{\Psi}$ его градиентом $grad\widehat{\Psi}$. По этому соглашению потенциал $\widehat{\Psi}$ известен, но задан своим градиентом.

III. Следуя трехчленному представлению полного импульса потенциал $\widehat{\Psi}$ также представим в виде

$$G_{11} : \quad \widehat{\Psi} \triangleq \widehat{\Psi}_\sigma + \widehat{\Psi}_\mu + \widehat{\Psi}_\omega.$$

При этом

$$G_{12} : \quad \mathbf{p}_\sigma \triangleq grad\widehat{\Psi}_\sigma ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+,$$

$$\mathbf{p}_\mu \triangleq grad\widehat{\Psi}_\mu ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+,$$

$$\mathbf{p}_\omega \triangleq grad\widehat{\Psi}_\omega ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+.$$

Теперь необходимо обратиться к Гельмгольцевой матрице.

$$\Lambda = X + M + \frac{1}{2}\Omega.$$

Для Гельмгольцевой матрицы

$$G_{13} : \quad \begin{aligned} \mathbf{p}_\sigma &= X\mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q^-, \\ \mathbf{p}_\mu &= M\mathbf{q}, \mathbf{p}_\omega = \frac{1}{2}\Omega\mathbf{q}. \end{aligned}$$

В этом случае из уравнения G_{10} получается три независимых уравнения

$$G_{14} : \quad grad\widehat{\Psi}_\sigma = -R^3(\bar{t})X \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R} ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+,$$

$$G_{15} : \quad grad\widehat{\Psi}_\mu = -R^3(\bar{t})M \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R} ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+,$$

$$G_{16} : \quad grad\widehat{\Psi}_\omega = -\frac{R^3(\bar{t})}{2}\Omega \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{R} ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+.$$

IV. Ряд важных выводов следует из общего анализа уравнений G_{14}, G_{15}, G_{16} .

В случае слабого ЭПС

$$\mathbf{p}_\sigma = \frac{2}{a} \hat{\sigma}_1 \mathbf{q} ; X = \frac{2}{a} \hat{\sigma}_1 E$$

и из уравнения G_{14} получаем потенциал калибровочного поля

$$\hat{\Psi}_\sigma = -\frac{2}{a} \frac{R^3(\bar{t}) \hat{\sigma}_1}{R} ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+.$$

Этот результат имеет ясную гидродинамическую интерпретацию: *сферическому потоку соответствует потенциал единичного источника переменной интенсивности, расположенного в сингулярном ядре слабого ЭПС.*

Таким образом, в гидродинамической интерпретации сферический поток будет проекцией потока источника на многообразие \mathcal{E}_q^- . Но наиболее интересные выводы следуют из анализа уравнения G_{16} .

В противоположность импульсу расширения и импульсу сдвига импульс ротора не имеет на энтропийном многообразии потенциала. Но, с другой стороны, не имея потенциала, импульс \mathbf{p}_ω имеет на многообразии \mathcal{E}_q ротор.

В противоположность этому на многообразии Ω_q^+ потенциальное калибровочное поле не имеет ротора. Это свойство делают уникальным ротор $\text{rot} \hat{\mathbf{p}}_\omega$. Его уникальность определяется следующими свойствами

$$G_{17} : \quad \text{rot} \hat{\mathbf{p}}_\omega = \begin{cases} \neq 0 ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q \\ = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q^+ ; \Omega_q^+ = \Omega_q \setminus \mathcal{E}_q \end{cases}$$

Здесь ключевое значение имеет следующий факт: *на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q калибровочное поле с потенциалом $\hat{\Psi}_\omega$ теряет градиент и приобретает ротор.*

§ 9. Двумерная задача

С целью выделения и пояснения некоторых характерных деталей математической техники задачи G_6 рассмотрим более подробно двумерное евклидовое пространство.

В соответствие с трехчленным представлением потенциала $\hat{\Psi}$, даваемым формулой G_{11} , задача G_6 разделится на три независимые краевые задачи для потенциалов $\hat{\Psi}_\sigma, \hat{\Psi}_\mu, \hat{\Psi}_\omega$.

Двумерная краевая задача для потенциала $\widehat{\Psi}_\omega$ имеет вид

$$T_1: \quad \Delta \widehat{\Psi}_\omega = 0; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q^+; \quad \Omega_q^+ = \Omega_q \setminus \partial_q^-; \quad \Omega_q \subset R^2,$$

$$\text{grad} \widehat{\Psi}_\omega = \frac{1}{2} \Omega \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \partial_q^-, \quad \Omega = \omega \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

В двумерной задаче исходным фундаментальным решением будет $\ln R$, ($R = |\mathbf{q}|$; $\mathbf{q} = \sqrt{q_1^2 + q_2^2}$).

Соответственно

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \ln R = \frac{\mathbf{q}}{R^2}$$

и вместо G_8 получаем другое выражение

$$T_2: \quad \mathbf{q} = R^2(t) \frac{\mathbf{q}}{R^2}; \quad \mathbf{q} \in \partial_q^-.$$

Теперь на основе формулы T_2 из граничного условия задачи T_1 получаем два уравнения

$$T_3: \quad \frac{\partial}{\partial q_1} \widehat{\Psi}_\omega = -\frac{\omega R^2(t) q_2}{2R^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial q_2} \widehat{\Psi}_\omega = +\frac{\omega R^2(t) q_1}{2R^2}.$$

Решение этой системы примем в виде

$$T_4: \quad \widehat{\Psi}_\omega = DG; \quad D = \frac{\omega R^2(t)}{2}, \quad \text{grad} G = \begin{vmatrix} -\frac{q_2}{R^2} \\ \frac{q_1}{R^2} \end{vmatrix}.$$

Здесь G — фундаментальное решение — потенциал единичной особенности, расположенной в точке $\mathbf{q} = (0, 0)$.

Это фундаментальное решение хорошо известно в теории потенциала ускорений и имеет вид [381]

$$T_5: \quad G = \arctg \frac{q_1}{q_2}.$$

В приведенных выше материалах наибольший интерес имеет вопрос о структуре фундаментального решения G .

Фундаментальное решение, определяемое формулами T_5, T_6 , характерно для теории потенциала ускорений, но нетипично для классической теории потенциала. Это ни источник, ни диполь; это самостоятельная единичная особенность, характерная для потенциальных полей, вызванных ротором (вихрем).

В заключение приведем интересный факт о структуре векторного поля ξ , генерируемого потенциалом $\hat{\Psi}_\omega$.

Если в виртуальной сплошной среде существует только ротор, то векторное поле при $a = 2$ будет

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p}_\omega.$$

Теперь, определяя в двумерной задаче импульс ротора граничным условием задачи T_1 и формулами T_4, T_5 получаем

$$\dot{q}_1 = -\frac{\omega}{2} \frac{R^2(t)}{R^2} q_2, \quad \dot{q}_2 = \frac{\omega}{2} \frac{R^2(t)}{R^2} q_1.$$

На энтропийном многообразии $\frac{R(t)}{R} = 1$ и из этой системы уравнений следует

$$T_6: \quad \dot{q}_1 = -\frac{\omega}{2} q_2, \quad \dot{q}_2 = \frac{\omega}{2} q_1.$$

Если обобщенную координату q_2 принять равной импульсу \mathbf{p} некоторой одномерной задачи, а для q_1 ввести новое обозначение $q_1 = \mathbf{q}$; $\mathbf{q} \in R^1$, то система T_6 будет

$$T_7: \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{q}} &= -\frac{\omega}{2} \mathbf{p}, \\ \dot{\mathbf{p}} &= \frac{\omega}{2} \mathbf{q}. \end{aligned}$$

Но система T_7 есть каноническая система уравнений Гамильтона с гамильтонианом

$$H = \frac{\omega}{4} (\mathbf{p}^2 + \mathbf{q}^2).$$

Этот пример интересен при анализе глубинного смысла кососимметрической метрики в Гамильтоновой механике.

§ 10. Заключение

1. Слабый экстремальный пограничный слой — это первый объект экстремального пограничного слоя, имеющий аксиоматическое определение, общую теорию, феноменологию и ясные механизмы самоорганизации.

2. Слабый экстремальный пограничный слой является универсальным объектом, возникающим при попадании сложной системы различной природы (механической, естественной, экологической, социальной, космологической и т.д.) в зону разрушения; здесь при определенных условиях процессы разрушения могут быть приостановлены и вместо них начнут действовать процессы восстановления. Приостановление процессов разрушения и действие процессов восстановления происходит в слабом экстремальном пограничном слое.
3. В создании определенных условий п.2 участвуют потоки расширения, сдвига и ротора, при этом ключевое значение имеет поток ротора. Необходимым условием существования слабого ЭПС и восстановления структуры является наличие ротора.
4. В слабом ЭПС происходят процессы самоорганизации, семантика которых достаточно очевидна; в активной опорной диффузионной среде возникает симметрический динамический хаос, который и порождает детерминированную структуру — регулярный дивергентный инвариант.
5. Еще раз обращаю внимание на ключевое значение ротора; именно ротор лежит в основе настоящего раздела, но его роль и значение не ограничиваются слабым ЭПС.
6. Разработанная в настоящем разделе концепция, методология и теория слабого ЭПС будут иметь разнообразные применения, среди которых следует выделить проблему прогнозирования и проблему мониторинга.
7. В проблеме прогнозирования развития сложной системы либо остаточного ресурса мы часто попадаем в окрестность критических значений управляющих параметров, определяющих неустойчивое состояние типа "разрушение - восстановление".

В этом случае прогноз становится ненадежным, поскольку малые изменения управляющих параметров резко изменяют будущие состояния сложной системы. В области критических значений управляющих параметров задача прогнозирования теряет смысл. Но существует и вторая, не менее важная, позитивная проблема. Если мы установили, что объект прогнозирования либо мониторинга может оказаться в области критических значений управляющих параметров мы можем поставить задачу управления динамическим хаосом с целью значительного повышения сроков функционирования и работоспособности сложной системы.

Раздел III

Нормальный экстремальный пограничный слой

- Глава VI.* Элементы теории нормального пограничного слоя
- Глава VII.* Трехмерные задачи нормального экстремального пограничного слоя
- Глава VIII.* Странный аттрактор Лоренца

Глава VI

Элементы теории нормального пограничного слоя

Содержание

§1. Нормальные координаты	134
§2. Когерентность и нормальность	136
§3. Комплексное фазовое пространство	137
§4. Два способа учета диссипации	140
§5. Самоорганизуемая сплошная среда	143
§6. Калибровочные структуры. Принцип компенсации	147
§7. Поток на энтропийном многообразии	149
§8. Структура решений уравнения плотности импульса	152
§9. Модельное уравнение	155
§10. Заключение	159

§ 1. Нормальные координаты

Существенные продвижения в развитии теории экстремального пограничного слоя и разработке эффективной математической техники исследования хаоса достигаются при переходе к описанию с помощью нормальных локальных координат.

Если в качестве исходной структуры рассматривать представление импульса в виде один-формы

$$L_1 : \quad p \stackrel{\Delta}{=} \Lambda q ; \quad q \in \mathcal{Q}.$$

то возможность перехода от локальной системы координат, определяемой обобщенной координатой q , к нормальной системе координат определяется структурой матрицы плотности импульса Λ . В теории матриц условия перехода хорошо известны. В случае конфигурационного пространства $\Omega_q \subset \mathbb{C}^n$, где \mathbb{C}^n — n -мерное пространство над полем комплексных чисел, и комплексной матрицы плотности импульса $\Lambda \subset \mathbb{C}^{n \times n}$ известна теорема.

Теорема VI.1 *Некоторая матрица $\mathbb{C}^{n \times n}$ унитарно подобна диагональной матрице из своих собственных значений в том и только в том случае, когда она нормальна.*

Таким образом, в комплексном фазовом пространстве при представлении импульса в виде один-формы переход к нормальным координатам возможен, когда матрица плотности импульса

— нормальная матрица. В этом случае в нормальных координатах матрица Λ будет диагональной матрицей.

В нормальных координатах поток на энтропийном многообразии \mathfrak{Q}_q будет иметь вид

$$L_2: \quad \dot{\mathbf{q}} \triangleq \Lambda \mathbf{q}, \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q; \quad t \in J, \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_{11}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{nn}\}.$$

Физические основы перехода к нормальным координатам изучим на примере трехмерного конфигурационного пространства.

В случае трехмерного конфигурационного пространства и вещественной матрицы Λ существует Гельмгольцево представление.

$$L_3: \quad \Lambda \triangleq X + M + \frac{1}{2}\Omega.$$

Здесь X — матрица расширения, M — матрица сдвига, Ω — матрица ротора.

$$X = \begin{vmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{vmatrix}; \quad M = \begin{vmatrix} 0 & \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_1 & 0 & \mu_3 \\ \mu_2 & \mu_3 & 0 \end{vmatrix}; \quad \Omega = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{vmatrix}.$$

В отсутствие ротора ω поток $\dot{\mathbf{q}}$ будет содержать только сферическое расширение и сдвиг; в этом случае переход к нормальным координатам всегда возможен. Сложности возникают при наличии ротора в потоке $\dot{\mathbf{q}}$, но именно ротор определяет глубину и важность нормального экстремального пограничного слоя. Как уже известно из раздела II "Слабый экстремальный пограничный слой" именно ротор лежит в основе ряда механизмов хаоса и самоорганизации. Исключение ротора лишает проблему нормального экстремального пограничного слоя общности, фундаментальности и привлекательности для исследований.

Сложности, обязанные ротору, снимаются при переходе к комплексному фазовому пространству. В этом случае в представлении L_2 ротор будет иметь интерпретацию мнимой диссипации.

Следует заметить, что лежащее в основе теории нормального экстремального пограничного слоя представление L_2 позволяет любым состояниям ЭПС давать интерпретацию в терминах диссипации. Этот факт имеет фундаментальное значение, особенно в проблемах интерпретации; феноменологии и семантики. Важную роль он играет и в развитии теории нормального экстремального пограничного слоя (НЭПС).

Следует отметить, что постулирование существований произвольной матрицы плотности импульса Λ в произвольной локальной системе координат является лишним звеном теории НЭПС.

Нужно в качестве базового представления потока $\dot{\mathbf{q}}$ принять уже введенное представление L_2 . При этом, задавая поток $\dot{\mathbf{q}}$ в виде

$$L_4: \quad \dot{\mathbf{q}} = F(\mathbf{q}, t); \quad \mathbf{q} \in \Omega_q; \quad t \in J,$$

следует ввести постулат.

Постулат нормальности. На энтропийном многообразии $\mathcal{Q}_q \subset \Omega_q$ существуют нормальные координаты, в которых векторный поток $\dot{\mathbf{q}} = F(\mathbf{q}, t)$, $\mathbf{q} \in \Omega_q$, $t \in J$ имеет представление

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q; \quad t \in J; \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_{11}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{nn}\}.$$

Поток, удовлетворяющий постулату нормальности, я буду называть нормальным потоком. Этот поток факт зафиксируем следующим определением.

Определение VI.1 Поток, удовлетворяющий постулату нормальности называется нормальным потоком.

Теперь следует сформулировать необходимое условие нормальности потока.

Утверждение VI.1 Необходимым условием нормальности потока является существование дивергентного инварианта на энтропийном многообразии.

$$\sigma_1 = \text{div} F; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q.$$

§ 2. Когерентность и нормальность

Существование на энтропийном многообразии \mathcal{Q}_q нормальных потоков тесно связано со свойством когерентности.

Как известно, обобщенная координата имеет двойственное представление

$$\mathbf{q} = \begin{cases} \mathbf{q} \in \Omega_q; \quad \Omega_q \subset R^n \vee \mathbb{C}^n \\ \mathbf{q}(t); \quad \mathbf{q}(t) \in \mathcal{Q}_q \end{cases}$$

Первая компонента этой двойственности определяет обобщенную координату как точку конфигурационного пространства — подпространства векторного пространства. Для определенности я принял евклидово пространство R^n либо n -мерное линейное пространство над полем комплексных чисел \mathbb{C}^n .

Вторая компонента определяет обобщенную координату как функцию времени, расположенную на энтропийном многообразии \mathcal{Q}_q . В определенном смысле, второе представление лишает обобщенную координату произвола, существующего в первой компоненте двойственности.

Реализация второго представления и осуществляется за счет хорошо известного свойства — когерентности. Когерентность предполагает согласованное поведение в потоке виртуальной сплошной среды. Сужение

$$\mathbf{q} \in \Omega_q \rightarrow \mathbf{q}(t) \in \mathcal{E}_q$$

и означает переход от произвольного движения к когерентному взаимодействию. В этом смысле поток на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q будет когерентным потоком.

В случае когерентного взаимодействия каждая компонента вектора обобщенной координаты будет

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(t); \mathbf{q}_j = \mathbf{q}_j(\mathbf{q}_k, \mathbf{q}_k^*, t); \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, n \\ k = 1, 2, \dots, n \end{matrix}$$

\mathbf{q}_k^* — компонента комплексно сопряженной обобщенной координаты.

Но этим свойством обладает поток $\dot{\mathbf{q}}$ на энтропийном многообразии. Именно свойство когерентности определило общность представления импульса в виде один-формы

$$\mathbf{p} \stackrel{\Delta}{=} \Lambda \mathbf{q}; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q.$$

С другой стороны когерентность лежит в основе общности нормальных потоков на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q .

По сути, мы пришли к заключению, что потоки на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q — это когерентные потоки. В свою очередь, когерентные потоки допускают описание в нормальных координатах в достаточно общей ситуации.

Согласованное поведение вектора обобщенной координаты, обязанное свойству когерентности, определяет объект, расположенный в потоке виртуальной сплошной среды как единое целое, как некоторую структуру. Но целостность открывает возможность описания поведения объекта в нормальных координатах.

§ 3. Комплексное фазовое пространство

Нормальный экстремальный пограничный слой в вещественном пространстве представляет узкую и частную реализацию общей проблемы; необходимый уровень общности и фундаментальности достигается при введении комплексного фазового пространства. Здесь также следует учитывать и то, что математическая техника комплексного фазового пространства оказывается наиболее эффективной. В частности, может оказаться, что комплексное

фазовое пространство является естественной структурой в задачах, содержащих хаос либо турбулентность. Таким образом, при переходе от вещественного фазового пространства к комплексному фазовому пространству происходит значительное расширение и усиление математической техники, методологии и феноменологии энтропии.

При этом переходе все объекты, величины, количества, включая энтропию и ее компоненты, потенциал ускорений, функцию Гамильтона, потенциал скоростей, приобретают смысл комплексных количеств. Следуя нашей монографии "Энтропия", введение комплексного пространства начнем с замены евклидова пространства R^n . Вместо евклидова пространства R^n введем пространство \mathbb{C}^n — n -мерное пространство над полем комплексных чисел. В этом случае

$$\mathbf{q} \in \mathbb{C}^n ; \mathbf{q} = \mathbf{q}' + i\mathbf{q}''.$$

Соответственно сопряженным пространством будет \mathbb{C}_n

$$\mathbf{p} \in \mathbb{C}_n ; \mathbf{p} = \mathbf{p}' + i\mathbf{p}''.$$

Комплексным фазовым пространством называется многообразие в комплексном пространстве $\mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n$.

M_1 :

$$\Omega = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathbf{q} \in \Omega_q; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega_q \subset \mathbb{C}^n; \Omega_p \subset \mathbb{C}_n; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega \subset \mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n\}.$$

Начиная с этого момента, в дальнейшем с целью упрощения символьной техники я сохраняю за комплексным фазовым пространством прежнее обозначение, справедливое для вещественного пространства $R^n \oplus R_n$.

1. Энтропийное многообразие теперь будет

$$M_2 : \quad \mathfrak{E} = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathfrak{E} \subset \Omega; \mathfrak{E} = \mathfrak{E}_q \times \mathfrak{E}_p; \mathfrak{E}_q \subset \Omega_q; \mathfrak{E}_p \subset \Omega_p; H_f\}.$$

Здесь H_f — комплексная энтропия.

$$H_f = H'_f + iH''_f.$$

Другие многообразия имеют вид.

2. Комплексное соленоидальное многообразие

$$M_3 : \quad M = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid M \subset \mathfrak{E}; \operatorname{div} A; A = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \right\}.$$

3. Многообразие потенциала ускорений

$$M_4 : \quad \Pi = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Pi \subset M; \Theta; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

4. Задавая на многообразии потенциала ускорений комплексный потенциал импульса, мы определим комплексное Гильбертово поле

$$M_5 : \quad \Gamma = \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Gamma \subset \Pi; \Psi \}.$$

По определению

$$\mathbf{p} \triangleq \text{grad} \Psi; \quad \Psi = \Psi' + i\Psi''.$$

Введенным комплексным геометрическим объектам соответствует виртуальная сплошная среда с комплексной плотностью — комплексная виртуальная сплошная среда. Новый объект — комплексная виртуальная сплошная среда удовлетворяет известным аксиомам виртуальной сплошной среды с единственным изменением; в аксиомах необходимо перейти от вещественных количеств к комплексным количествам.

Важным геометрическим объектом комплексного фазового пространства является многообразие с псевдоевклидовой метрикой — многообразие комплексного потенциала скоростей

$$M_6 : \quad D = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid D \subset \Xi; \Phi; \xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Здесь Φ — комплексный потенциал скоростей.

В качестве примера работы с комплексным фазовым пространством рассмотрим задачу о линейном векторном поле.

Линейное векторное поле описывает комплексный потенциал скоростей

$$\Phi = \frac{1}{2} a_{ij} q_i q_j + \frac{1}{2} b_{ij} p^i p^j; \quad \mathbf{q}, \mathbf{p} \in D.$$

Линейное векторное поле имеет вид

$$M_7 : \quad \dot{\mathbf{q}} = A\mathbf{q}; \quad \{A, B\} \in C\mathcal{L}(n, c); \quad S_p A = S_p B,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -B\mathbf{q}; \quad A = \|a_{ij}\|; \quad B = \|b_{ij}\|.$$

Здесь $C\mathcal{L}(n, c)$ — группа комплексных матриц $n \times n$ с не равным нулю определителем, определяющая линейные невырожденные преобразования пространства \mathbb{C}^n .

В фазовом пространстве с кососимметрической метрикой значительно обобщается объект, носящий название консервативной системы.

Рассмотрим этот вопрос подробнее для случая функции Гамильтона

$$H = \frac{\alpha_0}{2} p^{i2} + \frac{1}{2} s_{ij} q_i q_j.$$

Гамильтоново векторное поле, соответствующее принятой функции Гамильтона, имеет

$$\begin{aligned} M_8 : \quad \dot{q} &= \alpha_0 p, \\ \dot{p} &= S q ; S \in C\mathbb{Z}(n, c). \end{aligned}$$

Из системы M_8 следует уравнение

$$M_9 : \quad \ddot{q} = \alpha_0 S q.$$

§ 4. Два способа учета диссипации

Как отмечено в нашей монографии "Энтропия", важнейшим фактом, лежащим в основе идеи введения комплексного фазового пространства, является то, что в комплексном фазовом пространстве диссипация учитывается наиболее естественным образом. Например, для описания диссипации Релея в этом случае отпадает необходимость во введении каких-либо экзотических структур типа нашей диссипативной функции, либо функции Релея. Таким образом, комплексное фазовое дает естественный способ исследования различных факторов и сущностей, включая прежде всего диссипацию.

Рассмотрим этот вопрос более подробно на примере одномерной диссипативной среды на Гильбертовом поле.

В комплексном фазовом пространстве здесь существует два варианта задания потенциала ускорений.

Первый вариант.

$$\Theta = -\frac{1}{2} p^2 - \frac{1}{2} A q^2 - D.$$

Здесь $D = -\nu \int \dot{q}^2 dt_1$ — диссипативная функция.

$$A = \omega_0^2.$$

При этом потенциальная энергия будет

$$\Pi = \frac{1}{2} A q^2.$$

Для принятого потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Theta}{\partial p} = -p + 2\nu q$$

и из канонических уравнений потенциала ускорений

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial \Theta}{\partial p},$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial q}.$$

Получаем

$$\dot{q} = p - 2\nu q,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(p - 2\nu q) \frac{\partial p}{\partial q} - Aq.$$

Стандартным способом, принимая $p = \Lambda q$, получаем уравнение Риккати

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2 + 2\nu\Lambda - \omega_0^2.$$

Стационарное решение уравнения Риккати

$$\dot{\Lambda} = 0; \Lambda = \nu \pm i\omega; \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \nu^2}$$

определяет уравнение характеристики

$$\dot{q} = \pm i\bar{\omega}q; \bar{\omega} = \omega \pm i\nu.$$

Перейдем ко второму способу. Второй вариант потенциала ускорений имеет вид

$$\Theta = -\frac{1}{2}p^2 - \frac{1}{2}Aq^2; A = \bar{\omega}^2.$$

В этом случае уравнения характеристики и импульса будут

$$\dot{q} = p; p = \Lambda q,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -p \frac{\partial p}{\partial q} - Aq.$$

При этом уравнению импульса соответствует следующее уравнение Риккати

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2 - A$$

стационарное решение

$$\dot{\Lambda} = 0 ; \Lambda = \pm i\sqrt{A}$$

для $A = \bar{\omega}^2$ приводит к нужному результату

$$\Lambda = \pm i\bar{\omega}.$$

Этот результат снова дает уравнение характеристики первого варианта.

Первый способ учета диссипации представляет обобщение на комплексное фазовое пространство традиционного способа учета, опирающегося на мою диссипативную функцию D . По сравнению со вторым способом он обладает более сложной и громоздкой математической техникой. Второй важный момент: этот способ не дает четкой интерпретации взаимодействия ротора и диссипации. Второй способ имеет простую математическую технику, не требующую включения диссипативной функции D . Здесь механизм учета диссипации (и ротора) основан на введении комплексной потенциальной энергии

$$\Pi = \frac{1}{2} A q^2 ; A = \bar{\omega}^2.$$

Отсюда следует два вывода:

1. В отсутствие ротора ($\bar{\omega} = i\nu$) ; $A = -\nu^2$ и на Гильбертовом поле диссипативная среда эквивалентна инерциальной среде с отрицательной потенциальной энергией.
2. В отсутствие диссипации потенциальная энергия определяется ротором.

В заключение следует заметить, что описанные способы учета диссипации не исчерпывают методы исследования диссипативных сред. Здесь речь идет об анализе различных подходов к исследованию диссипативных сред на Гильбертовом поле. Но существует другой, общий метод исследования диссипации, разработанный и подробно изученный в нашей монографии "Энтропия". Метод, опирающийся на фазовое пространство с псевдоевклидовой метрикой.

§ 5. Самоорганизуемая сплошная среда

I. В случае комплексного фазового пространства отсутствует необходимость введения нашей диссипативной функции D при исследовании диссипативной среды на многообразии потенциала ускорений, либо Гильбертовом поле. Опираясь на этот факт в достаточно общей ситуации для потенциала ускорений можно принять двухчленное представление

$$S_1: \quad \Theta = -T - \Pi.$$

Здесь T имеет смысл энергии импульса.

В классической физике количество Π интерпретируется как потенциальная энергия. При этом в стандартной математической технике, в частном варианте предполагается, что функция Π учитывает влияние внешней среды. В нашей концептуальной модели естествознания внешняя среда отсутствует; есть единый объект — виртуальная сплошная среда. Поэтому функции Π необходимо придать другой смысл: у меня функция Π учитывает структуру и состояние виртуальной сплошной среды.

При представлении импульса в виде один-формы $\mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q}$ структура и состояние виртуальной сплошной среды определяются матрицей плотности импульса. Отсюда следует естественное предположение: *в общем случае функция Π , кроме зависимости от параметров структуры виртуальной сплошной среды — обобщенной координаты и времени, зависит от матрицы плотности импульса.* Выделяя в явном виде только обобщенную координату, время и матрицу плотности импульса, эту зависимость определим следующим образом

$$S_2: \quad \Pi \triangleq \Pi(\mathbf{q}, \mathbf{q}^*, t, \Lambda, \Lambda^*); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q.$$

Напомню, что в классической физике согласованная с S_2 форма потенциальной энергии имеет вид

$$S_3: \quad \Pi \triangleq \Pi(\mathbf{q}, \mathbf{q}^*, t); \quad \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Здесь следует обратить внимание читателя на важную деталь: в представлении S_2 функция Π задана на энтропийном многообразии \mathfrak{Q}_q , а в S_3 потенциальная энергия определена в конфигурационном пространстве Ω_q . Смысл включения матрицы плотности импульса в состав аргументов функции Π заключается в следующем. Существуют виртуальные сплошные среды, в которых их структура — переменная, зависящая от их текущего состояния. Учет зависимости структуры виртуальной сплошной среды

от текущего состояния и происходит путем включения в число аргументов матрицы плотности импульса. По сути, перестраивая свою структуру в зависимости от реализации матрицы плотности импульса виртуальная сплошная среда самоорганизуется.

II. Если вкладывать в термин "самоорганизация" смысл перестройки структуры объекта в зависимости от его текущего состояния, то мы здесь, принимая представление S_2 , вводим новый тип виртуальных сплошных сред — самоорганизуемых сплошных сред. В противоположность этому, классический вариант, определяемый формулой S_3 , будет определять нейтральную сплошную среду. Приведенные выше результаты дают мне основание для введения двух типов сплошных сред:

1. Самоорганизуемая сплошная среда.
2. Нейтральная сплошная среда.

Эти два типа вводятся следующими определениями.

Определение VI.2 *Самоорганизуемой сплошной средой называется виртуальная сплошная среда, в которой функция Π имеет вид*

$$\Pi \triangleq \Pi(\mathbf{q}, \mathbf{q}^*, t, \Lambda, \Lambda^*) ; \mathbf{q} \in \mathfrak{A}_q.$$

Определение VI.3 *Нейтральной сплошной средой называется виртуальная, сплошная среда в которой функция Π имеет вид*

$$\Pi \triangleq \Pi(\mathbf{q}, \mathbf{q}^*, t) ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

III. Кратко остановимся на самоорганизации.

Проблема самоорганизации является одной из ключевых и фундаментальных проблем современного естествознания. Начиная с работ И.Р. Пригожина, она подверглась активной разработке и в настоящее время в исследованиях самоорганизации занята многочисленная группа ученых из разных стран мира. Но я пришел к выводу: *несмотря на многочисленные исследования, содержащие крупные и фундаментальные результаты, математическая формулировка проблемы самоорганизации в настоящее время отсутствует.*

Здесь возникла ситуация напоминающая, описанную мною в монографии "Энтропия", ситуацию с большими системами. В проблеме самоорганизации мы еще далеки от концептуального кризиса, но концептуальный кризис может стать реальностью, если не будет движения в сторону формализации проблемы самоорганизации. Начиная с некоторого момента, крупных фундаментальных результатов ждать не следует без концептуального оформления и формализованного описания проблемы самоорганизации.

В задаче формализации проблемы самоорганизации, приведенные в п. I, II результаты, и представление S_2 могут иметь важную роль.

Их важность определяется следующими фактами:

1. Формула S_2 содержит механизм самоорганизации, в основе которого лежит матрица плотности импульса.
2. Одна из проекций интерпретации формулы S_2 следующая: процессы самоорганизации описываются не координатами комплексного фазового пространства, а матрицей плотности импульса.
3. Матрица плотности импульса определяет другой, более низкий уровень описания, чем уровень фазового пространства. Следовательно, введенное мною постулирование зависимости функции Π от матрицы плотности импульса исходит из предположения о том, что процессы самоорганизации происходят на иерархическом уровне, расположенном ниже уровня фазового пространства.

Теперь мне необходимо сделать одно замечание. У меня пока нет сведений об уровне общности формулы S_2 . Может быть она не обладает необходимой общностью и выделяет только один класс самоорганизуемых сплошных сред, расположенных на многообразии потенциала ускорений, либо Гильбертовом поле. Но даже в этой частной ситуации мы можем сделать конструктивные шаги в направлении концептуального оформления и формализации проблемы самоорганизации. Теперь следует напомнить читателю, что проблема самоорганизации является одной из основных проблем настоящей монографии.

IV. Перейдем теперь к выводу основных уравнений самоорганизующейся сплошной среды.

В формуле S_1 примем энергию импульса в виде

$$S_4: \quad T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n p_j^2; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

В случае нормальных координат функция Π будет иметь представление

$$S_5: \quad \Pi = \Pi(\mathbf{q}, \Lambda, \Lambda^*, t); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q.$$

Для принятых функций $\{T, \Pi\}$ из канонической системы потенциала ускорений

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}},$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} ; \{ \mathbf{p}, \mathbf{q} \} \in \mathfrak{D}$$

следуют уравнения характеристики и импульса

$$S_6 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p},$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \sum p_j^2 - \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q.$$

Система уравнений S_6 входит в число основных уравнений самоорганизующейся сплошной среды.

Введем диагональную комплексную матрицу

$$A = A(\Lambda, \Lambda^*, t) ; A = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

С помощью матрицы A введем частное представление функции Π

$$S_7 : \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_j q_j^2 ; j = 1, 2, \dots, n.$$

Далее для стандартного вида импульса в виде един-формы имеем

$$\mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q} ; \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_k} \sum_{j=1}^n p_j^2 = \lambda_k^2 q_k$$

и, поскольку $\frac{\partial \Pi}{\partial q_k} = a_k q_k$, из уравнения импульса получаем матричное уравнение Риккати

$$S_8 : \quad \dot{\Lambda} = -\Lambda^2 - A,$$

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}, A = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

Уравнение S_8 и есть уравнение плотности импульса.

V. Дальнейшая технология очевидна: в конкретной проблеме необходимо задать коэффициенты матрицы A в виде явных функций коэффициентов матриц $\{\Lambda, \Lambda^*\}$ и получить окончательный частный вид уравнения плотности импульса.

§ 6. Калибровочные структуры. Принцип компенсации

I. В вещественном фазовом пространстве уравнение структурной энтропии имеет известный вид

$$L_1: \quad \frac{dH_q}{dt} = \text{sign } V \sigma_1.$$

При переходе к комплексному фазовому пространству необходима модификация этого уравнения, поскольку в прямой интерпретации в случае комплексного фазового объема $V \text{ sign } V$ лишен смысла.

Обратимся к роли, которую играет ориентация фазового объема и, соответственно, $\text{sign } V$ в уравнении структурной энтропии.

В различных проблемах в уравнениях L_1 дивергентный инвариант σ_1 имеет различный знак, но знак $\text{sign } \sigma_1$ не определяет движения в сторону развития либо разрушения структуры.

Здесь ясно одно: состояние развития либо разрушения определяет $\text{sign } \frac{dH'_q}{dt}$.

При этом правило знаков имеет вид:

1. $\text{sign } \frac{dH'_q}{dt} = 1$ — цикл развития,
2. $\text{sign } \frac{dH'_q}{dt} = -1$ — цикл старения (разрушения).

Знак $\frac{dH'_q}{dt}$ определяется феноменологией и смысловым содержанием конкретной задачи и он при отсутствии $\text{sign } V$ в уравнении L_1 может быть не согласован с $\text{sign } \sigma_1$. С целью согласования знаков $\frac{dH'_q}{dt}$ и σ_1 я и ввел в теорию энтропии ориентированный фазовый объем.

В случае комплексного фазового пространства следует заменить $\text{sign } V$ на функцию знака $\text{sign } K$; при этом выбор значения $\text{sign } K$ следует подчинить смысловому содержанию конкретной проблемы. В этом способе согласования $\text{sign } \frac{dH'_q}{dt}$ и $\text{sign } \sigma_1$ условие выбора $\text{sign } K$ будет в некотором смысле уравнением состояния.

В результате, вместо уравнения L_1 в комплексном фазовом пространстве будет уравнение

$$L_2: \quad \frac{dH'_q}{dt} = \text{sign } K \sigma'_1.$$

Здесь $H'_q = \text{Re} H_q$; $\sigma'_1 = \text{Re} \sigma_1$.

II. В вещественном фазовом пространстве в нашей монографии "Энтропия" калибровочными структурами называются структуры, поддерживающие симметрию — закон сохранения структурной энтропии.

Это определение допускает обобщение и на комплексное фазовое пространство.

Определение VI.4 В комплексном фазовом пространстве калибровочными структурами называются структуры, поддерживающие симметрию — закон сохранения действительной части структурной энтропии.

В нашем случае известная концептуальная модель калибровочных структур в действительном фазовом пространстве.

$$H_q = \text{const}; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q; t \in J$$

будет иметь вид

$$L_3: \quad \text{Re} H_q = \text{const}; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q; t \in J.$$

III. Концептуальной модели калибровочных структур L_3 соответствует уравнение

$$L_4: \quad \text{Re} \sigma_1 = 0; t \in J.$$

Уравнение L_4 имеет четкий физический смысл: суммарная диссипация калибровочной структуры равна нулю.

Этот важный факт приводит к принципу компенсации, которому подчиняются калибровочные структуры.

Действительную часть дивергентного инварианта можно представить в виде суммы

$$\text{Re} \sigma_1 = \text{Re} \sigma_1^0 + \text{Re} \sigma_1^1.$$

$\text{Re} \sigma_1^0$ — диссипация невозмущенной сплошной среды,

$\text{Re} \sigma_1^1$ — возбужденная диссипация.

Опираясь на эти два понятия, я сформулировал следующий принцип.

Принцип компенсации. В калибровочной структуре диссипация невозмущенной сплошной среды компенсируется возбужденной диссипацией.

Сформулированный принцип компенсации дает ясную интерпретацию механизму возникновения и существования калибровочных структур. В самоорганизуемой сплошной среде возбуждается отрицательная диссипация, которая снижает (либо полностью уничтожает) диссипацию невозмущенной сплошной среды.

Далее, при развитии процесса самоорганизации в потоке, расположенном на энтропийном многообразии, модуль возбуждения отрицательной диссипации становится равным диссипации невозмущенной сплошной среды — наступает компенсация. Компенсация и обеспечивает существование калибровочной структуры на энтропийном многообразии. Вне энтропийного многообразия компенсация отсутствует и, если возбужденная отрицательная диссипация меньше по модулю диссипации невозмущенной среды, то с течением времени возмущения виртуальной среды затухнут в области $\Omega_q \setminus \mathcal{E}_q$. В итоге сохраняется только калибровочная структура на энтропийном многообразии.

IV. Калибровочная структура, возникающая при $t \rightarrow \infty$ будет соответствовать предельному состоянию самоорганизации сплошной среды. В нелинейной физике один тип предельного состояния хорошо известен — это предельный цикл. Таким образом, мы приходим к заключению о том, что предельный цикл является калибровочной структурой.

Второй пример также хорошо известен: в гамильтоновой механике калибровочной структурой является консервативная система.

Следует отметить, что для возникновения калибровочных структур в результате события должны существовать диссипация невозмущенной сплошной среды и возбужденная диссипация.

Отсюда следует вывод: калибровочные структуры возникают и существуют в диссипативной сплошной среде. В свою очередь, принцип компенсации, как один из принципов самоорганизации, справедлив для самоорганизуемой сплошной среды. Это свойство приводит к заключению о том, что самоорганизуемая сплошная среда является диссипативной средой. В теории самоорганизации и синергетике этот факт хорошо известен, начиная с работ И.Р. Пригожина.

§ 7. Поток на энтропийном многообразии

I. Пусть векторный поток, размещенный на энтропийном многообразии описывается уравнением

$$K_1: \quad \dot{\mathbf{q}} = F(\mathbf{q}, t); \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q; \quad t \in J.$$

При достаточно общих предположениях уравнение K_1 можно рассматривать как уравнение характеристики некоторой виртуальной сплошной среды, расположенной на многообразии потенциала ускорений.

Связь потока $F(\mathbf{q}, t)$ с виртуальной сплошной средой устанавливается на основе канонических уравнений потенциала ускорений.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} &= -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q, \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} &= \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}; \quad \mathbf{p} \in \mathfrak{D}_p.\end{aligned}$$

В случае двухчленного представления

$$\Theta = -T - \Pi.$$

Поскольку Π явно не зависит от импульса, то

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\partial T}{\partial \mathbf{p}}.$$

Теперь первое уравнение канонической системы потенциала ускорений будет

$$K_2: \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial T}{\partial \mathbf{p}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q, \quad t \in J.$$

В K_2 учтено $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}$; $\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}$. Если задать энергию импульса градиентом

$$T: \quad \text{grad } T,$$

то из уравнений K_1, K_2 получаем необходимое уравнение связи

$$K_3: \quad F = \text{grad } T; \quad F = F(\mathbf{q}, t); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q.$$

II. Будем предполагать, что векторный поток F удовлетворяет постулату нормальности; в этом случае будет справедливо двойственное представление

$$K_4: \quad \dot{\mathbf{q}} = \left\{ \begin{array}{c} F \\ \Lambda \mathbf{q} \end{array} \right.$$

Из двойственности следует уравнение связи матрицы плотности импульса с вектором F

$$K_5: \quad \Lambda = F_q; \quad F_q = \left| \begin{array}{c} \frac{F_1}{q_1} \\ \frac{F_2}{q_2} \\ \vdots \\ \frac{F_n}{q_n} \end{array} \right|.$$

Теперь введем новую вектор-функцию

$$\varphi \triangleq \ln F.$$

С помощью вектор-функции φ из уравнения K_5 получается уравнение плотности импульса

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2 + K; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_q, \quad t \in J,$$

$$K = \Lambda \dot{\varphi}, \quad K = \text{diag}\{k_1, k_2, \dots, k_n\}.$$

Смысл этого уравнения очевиден: если векторный поток F удовлетворяет постулату нормальности, то векторный поток $\dot{\mathbf{q}}$ отображается в поток $\dot{\Lambda}$.

Соберем теперь полученные результаты вместе

$$K_6: \quad \dot{\mathbf{q}} = F; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_q, \quad t \in J,$$

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2 + K,$$

$$K = \Lambda \dot{\varphi}; \quad \varphi = \ln F; \quad F = F(\mathbf{q}, t),$$

$$K = \text{diag}\{k_1, k_2, \dots, k_n\}.$$

Достаточно очевидно, что уравнения K_6 определяют более ясный смысл описанию в нормальных координатах; локальные координаты " \mathbf{q} ", будут нормальными координатами, если:

1. Для заданного потока F существует дифференциальное уравнение плотности импульса.
2. Существует нетривиальное решение дифференциального уравнения плотности импульса.

III. Потенциал ускорений без труда восстанавливается по уравнению плотности импульса

Энергия импульса будет определяться стандартной формулой

$$K_7: \quad T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n p_j^2.$$

Сравнивая уравнение плотности импульса K_6 с уравнением S_8 устанавливаем связь

$$K = -A.$$

В этом случае функция Π будет определяться формулой S_7 с учетом равенств $a_i = -k_i$.

$$K_8: \quad \Pi = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n k_j q_j^2.$$

Из формул K_7, K_8 следует, что поток F не влияет на структуру энергии импульса, а влияет только на коэффициенты функции Π .

Следует обратить внимание читателей на важную деталь: при этом функция Π имеет стандартное представление в виде квадратичной формы S_7 .

§ 8. Структура решений уравнения плотности импульса

I. Как следует из K_6 , функция Π и конкретизация уравнения плотности импульса полностью определяются потоком F . В этом случае возможны два подхода к дальнейшему исследованию:

1. По известной структуре вектор-функции F определяется диагональная матрица K .
2. Постулируется определенная стандартная структура вектор-функции φ .

Методологии энтропийного анализа больше соответствует второй подход, но опыт развития физики и нелинейной науки ближе первый подход. Поэтому необходимо, в определенном смысле, параллельное развитие обоих направлений. Примерно так поступил я в настоящей монографии: оставшиеся два параграфа (кроме заключения) главы VI базируются на втором подходе, тогда как главы VII, VIII основаны на первом подходе.

При развитии второго метода исследований, на передний план выходит задача определения структуры решений уравнения плотности импульса в ЭПС. В этой задаче ключевую роль играет свойство инвариантности ЭПС; в соответствие с этим фундаментальным свойством всему разнообразию виртуальных сплошных средств соответствует небольшое число реализаций ЭПС. Ограниченное число видов ЭПС и определяет перспективность и эффективность концепции и теории ЭПС. Продолжая обсуждение этого вопроса далее, замечу, что в ядре ЭПС из этого факта следует простое правило классификации вектор-функции φ . Множество функций φ можно разделить на два подмножества:

1. Регулярное подмножество.
2. Ростковое подмножество.

Регулярное подмножество не имеет ростка в ядре ЭПС, тогда как ростковое подмножество содержит в ядре ЭПС росток. Количество видов ростков еще меньше количества самостоятельных видов (не типов!) ЭПС, что значительно сужает разнообразие и продвигает проблему в целом.

II. Выделение регулярного подмножества производится достаточно просто: по определению вектор-функция этого подмножества обладает функциональным свойством

$$M_1 : \quad \varphi \in C^n(J).$$

В противоположность регулярному подмножеству ростковое подмножество этим свойством не обладает

$$M_2 : \quad \varphi \notin C^n(J).$$

Ясно, что ключевую роль в проблеме НЭПС играет ростковое подмножество; именно оно и будет предметом исследований §8 и §9 настоящей главы.

Для функции φ , принадлежащей ростковому подмножеству, примем представление

$$M_3 : \quad \varphi \triangleq \varphi_c + \tilde{\varphi} ; \tilde{\varphi} \in C^n(J) ; \varphi_c \notin C^n(J).$$

Перейдем к анализу и выбору сингулярной компоненты φ_c .

В ядре ЭПС существует одна особая точка — центр ядра ЭПС, совмещенная с точкой $t = 0$.

Определим структурную энтропию внутри ЭПС формулой

$$M_4 : \quad H_q = \text{sign} K \sum_{i=1}^n \ln q_i.$$

Достаточно представительный класс самоорганизующихся сплошных сред выделяются условием

$$M_5 : \quad q \simeq q_0 t^\alpha ; \alpha > 0 ; t \in \sigma^2 J.$$

Для класса M_5 структурная энтропия будет

$$H_q = D \ln t ; t \in \sigma^2 J.$$

С другой стороны для H_q справедлива формула

$$\frac{dH_q}{dt} = \text{sign} K \sigma_1.$$

В результате получаем асимптотическое представление дивергентного инварианта в ядре ЭПС

$$M_6 : \quad \sigma_1 \sim \frac{1}{O(t)}.$$

Асимптотическому представлению M_6 будет соответствовать сингулярная компонента

$$M_7 : \quad \varphi_c = \gamma \ln t ; \quad \gamma = \begin{vmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{vmatrix} ; \quad t \in \sigma J.$$

Смысл M_7 очевиден: самоорганизующиеся сплошные среды с обобщенной координатой степенного вида в ядре ЭПС имеют логарифмический росток.

III. В случае логарифмического роста уравнение плотности импульса будет

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2 + \frac{\gamma\Lambda}{t} + \Lambda\dot{\varphi} ; \quad t \in J.$$

В свою очередь в ядре ЭПС будет справедливо уравнение

$$M_8 : \quad \dot{\Lambda} = -\Lambda^2 + \frac{\gamma\Lambda}{t} ; \quad t \in \sigma^2 J.$$

Одно из его решений (см. раздел II "Слабый экстремальный пограничный слой") имеет вид

$$\Lambda = \frac{\bar{\Lambda}}{t} ; \quad \bar{\Lambda} = 1 + \gamma.$$

В этом случае

$$t\dot{\mathbf{q}} = \bar{\Lambda}\mathbf{q} ; \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^{\bar{\Lambda} \ln t}.$$

Поскольку $\gamma = \gamma' + i\gamma''$, то обобщенная координата будет

$$M_9 : \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^{i\gamma'' \ln t} t^\beta ; \quad \beta = 1 + \gamma'.$$

Интересным свойством решения M_9 является то, что для $\beta > 0$ оно описывает при $t \rightarrow 0$ высокочастотные затухающие колебания. Отличительной чертой этих колебаний является то, что

они носят хаотический характер. Таким образом, формула M_9 описывает детерминированный хаос в ядре ЭПС.

Общий вывод здесь следующий:

В случае логарифмического роста в нормальном экстремальном пограничном слое существует детерминированный хаос.

В заключение кратко выскажусь по следующему вопросу.

Решение M_9 получено без обращения к распределениям; при выделении росткового подмножества я постулировал отсутствие регулярности (гладкости) у элементов этого подмножества и не вводил функционального пространства, которому должны принадлежать эти элементы.

В нашей теории энтропии пространство, содержащее ростковые элементы, хорошо известно — это пространство распределений. Поэтому было бы логичным введение пространства распределений и исследование задачи о структуре решений в этом пространстве. Обычно я так и делаю, но здесь я отошел от этого правила по следующей причине: в частном случае логарифмического роста ряд аналитических результатов (включая M_9) можно получить и в рамках регулярного анализа.

Здесь регулярный анализ хорош тем, что он дает возможность получить решения, имеющие смысл регуляризации сингулярных распределений. Но он не имеет нужной обобщенности и дает положительные выводы только в частных случаях. Один частный случай и выделен мною в формулах M_5, M_7 .

Но здесь необходимо учесть следующий факт: формула M_9 , описывающая детерминированный хаос имеет тесную связь с распределениями. Так в третьей главе настоящего раздела "Странный аттрактор Лоренца", аналог этой формулы получен как распределение с малым носителем.

Попутно отмечу, что формула M_9 интересна для теории тем, что она дает точную аналитическую структуру хаоса. Замечу, что в методологии нашей монографии "Энтропия" и настоящей монографии "Энтропия-2" хаос возникает и существует тогда, когда решения принадлежат пространству распределений. *В случае вещественного времени решения в виде сингулярных распределений являются необходимым условием существования хаоса.* Этот фундаментальный факт необходимо всегда помнить.

Поэтому в общей постановке ростковое подмножество принадлежит пространству распределений.

§ 9. Модельное уравнение

I. Перейдем от матрицы Λ к новой переменной " u " с помощью известного и широко применяемого в настоящей монографии пре-

образования

$$\tau \triangleq \ln u ; \tau \triangleq \int^t \Lambda dt_1.$$

Теперь уравнение плотности импульса K_6 будет

$$N_1 : \quad \ddot{u} = Ku.$$

Характерной чертой уравнения N_1 является то, что на его основе могут быть сконструированы различные нелинейные уравнения второго порядка, обладающие представительным набором различных решений. При этом каждое решение будет моделировать то или иное состояние ЭПС. В результате обладая достаточным (либо минимальным) набором решений, мы можем воспроизводить состояние самоорганизующейся сплошной среды.

Поэтому уравнение N_1 может быть основой различных модельных уравнений.

Для получения модельного уравнения необходимо постулировать структуру диагональной матрицы K .

Одно интересное уравнение, описывающее процессы восстановления в слабом ЭПС получено в разделе II. Если постулировать структуру матрицы K в виде

$$K \triangleq \frac{a}{u^4} ; \frac{a}{u^4} = \text{diag} \left\{ \frac{a_1}{u_1^4}, \frac{a_2}{u_2^4}, \dots, \frac{a_n}{u_n^4} \right\},$$

то из N_1 получим первое модельное уравнение

$$N_2 : \quad u^3 \ddot{u} = a$$

$$u^3 \ddot{u} = \begin{vmatrix} u_1^3 \ddot{u}_1 \\ u_2^3 \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ u_n^3 \ddot{u}_n \end{vmatrix} ; a = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix}.$$

В N_2 количества $\{u, a\}$ — комплексные, при вещественных $\{u, a\}$ оно в частном случае перейдет в уравнение раздела II.

II. Для более ясного понимания сути дела я кратко приведу основные результаты исследования модельного уравнения N_2 в случае вещественной константы a .

Для вещественной константы a уравнение N_2 будет

$$u^3 \ddot{u} = \text{sign} |a|.$$

В зависимости от значения $signa$ существует три решения, определяющие одну из компонент матрицы Λ в известном виде

$$N_3 : \quad signa_j = \begin{cases} 1 & \lambda_j = \frac{t}{t^2 + \beta_j^2} \\ 0 & \lambda_j = \frac{1}{t} \\ -1 & \lambda_j = \frac{1}{2t} \end{cases}.$$

Приведем, следуя разделу II, несколько фактов, установленных при анализе трех решений:

1. При $signa_j = 1$ из первого решения $\tau_j = \frac{t}{t^2 + \beta_j^2}$ следует

$$\lambda_j = \frac{1}{t} \text{ при } |\beta_j| \downarrow 0.$$

2. Второе решение $\lambda_j = \frac{1}{t}$ не является пределом третьего решения $\lambda_j = \frac{1}{2t}$ при $|a_j| \downarrow 0$.

3. При точном значении $a_j = 0$, $\lambda_j = \frac{1}{t}$, но при сколь угодно малых по модулю отрицательных a_j , эта λ_j переходит в $\lambda_j = \frac{1}{2t}$.

4. Таким образом, $\lambda_j = \frac{1}{t}$ неустойчиво при $a_j \leq 0$.

5. Различные значения λ_j описывают различные известные типы сплошных сред (см. монографию "Энтропия"):

а) инерциальную среду ($a_j \geq 0$), б) диффузионную среду ($a_j \leq 0$).

III. В случае комплексных решений уравнение N_2 удобнее преобразовать к другому виду

$$N_4 : \quad \dot{u}_j^2 = -\frac{a_j}{u_j^2} + a_{1j}.$$

Одно интересное решение получается в частном случае $a_{1j} = 0$

$$N_5 : \quad u_j^2 = \pm(2t\sqrt{-a_j} + c_j).$$

Этому решению соответствует компонента матрицы Λ

$$N_6 : \quad \lambda_j = \frac{1}{2t + \frac{c_j}{\sqrt{-a_j}}}.$$

При $c_j = 0$ формула N_5 перейдет в одну из формул N_3 , соответствующую диффузионной среде.

Интересно отметить, что комплексное решение, в противоположность действительному решению, существует и при положительных действительных значениях параметра a_j .

Второй важный результат: решение N_5 , соответствующее диффузионной среде получается как особое решение в частном случае $a_{1j} = 0$. Этот результат соответствует фундаментальному факту: диффузионная среда существует на Гильбертовом поле в виде некорректной предельной точки.

Второе решение, справедливое при $a_{1j} \neq 0$ имеет вид

$$N_7: \quad u_j^2 = \frac{c_j}{4} t^2 + \frac{4a_j}{c_{1j}}; \quad c_{1j} = 4a_{1j}.$$

Ему соответствует формула

$$N_8: \quad \lambda_j = \frac{t}{t^2 + \frac{ka_j}{c_{1j}}}.$$

Здесь представляет интерес то, что при $a_{1j} = 0$ по формуле N_8 $\lambda_j = 0$. Это означает, что решения N_6, N_8 одновременно существовать не могут; когда λ_j становится равным нулю, по второму решению возникает первое решение.

Если обратиться к простейшему уравнению ядра

$$\dot{\lambda}_j = -\lambda_j^2,$$

то мы обнаруживаем интересную деталь: решениям N_6, N_8 соответствуют два его решения

$$\lambda_j = \begin{cases} \frac{1}{t} & \text{— инерциальная среда,} \\ 0 & \text{— диффузионная среда.} \end{cases}$$

В случае инерциальной среды решение $\lambda_j = \frac{1}{t}$ описывает линейное сферическое расширение, тогда как в диффузионной среде линейное сферическое расширение отсутствует.

В заключение напомним читателям следующий важный момент: в естествознании известно большое число объектов, теоретическое описание которых производится на основе концептуальной модели инерциальной сплошной среды, а, с другой стороны, хорошо известны объекты, описание которых основывается на

концепции диффузионной среды. На глубинном уровне существуют веские аргументы и факты различия этих двух способов описания, причем эти различия определяются естественными причинами. Поэтому проблема различия и классификации сплошных сред является одной из важных проблем современного естествознания. Это обстоятельство и определяет значимость модельного уравнения; не исключено, что уравнение N_2 правильно воспроизводит основные характерные черты событий, происходящих в ЭПС инерциальной и диффузионной сплошных сред.

Ключ к решению обсуждений проблемы хорошо известен — это дивергентный инвариант σ_1 .

§ 10. Заключение

1. *Нормальные потоки на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q имеют ряд характерных черт и существенные преимущества при развитии эффективной математической техники.*
2. *В действительном фазовом пространстве основными факторами, определяющими состояние матрицы плотности импульса являются расширение, сдвиг и ротор. В отсутствие ротора возможно введение нормальных координат в достаточно общей ситуации при представимости импульса в виде один-формы. Ротор является основной сущностью, лежащей в основе механизмов самоорганизации в диссипативной сплошной среде, но именно он приносит сложности и препятствия для введения нормальных координат в действительном фазовом пространстве.*
3. *Эти сложности снимаются при переходе к комплексному фазовому пространству. Комплексное фазовое пространство формирует концептуальную основу нормальных потоков и создает им нужный уровень общности.*
4. *Интерпретацию и семантику нормальных потоков можно развить, опираясь на понятие диссипации. В частности, в этой интерпретации ротор рассматривается как мнимая диссипация.*
5. *Другое важное свойство комплексного фазового пространства состоит в том, что в этом варианте задания фазового пространства отпадает необходимость включения диссипативной функции в состав потенциала ускорений. Здесь механизм учета диссипации и ротора основан на введении комплексной функции Π . В классической физике эта функция называется потенциальной энергией. В нашей теории комплексная функция Π имеет другой смысл — она определяет структуру и состояние виртуальной сплошной среды.*

6. В теории нормального экстремального пограничного слоя ключевое значение имеет следующий факт: функция Π , кроме зависимости от параметров структуры виртуальной сплошной среды, обобщенной координаты и времени, зависит от матрицы плотности импульса.
7. Включение в теорию зависимости функции Π от матрицы плотности импульса наделяет виртуальную сплошную среду самоорганизующими свойствами.
8. Матрица плотности импульса определяет другой, более низкий уровень описания, чем уровень фазового пространства. Постулирование зависимости функции Π от матрицы плотности импульса опирается на предположение о том, что процессы самоорганизации существуют на иерархическом уровне, расположенном ниже уровня фазового пространства.
9. Одну из ключевых ролей в теории энтропии и естествознании играют калибровочные структуры.
10. Калибровочной структурой является предельный цикл.
11. Калибровочные структуры возникают и существуют в диссипативной сплошной среде.

Глава VII

Трехмерные задачи нормального экстремального пограничного слоя

Содержание

§1. Уравнение плотности импульса	161
§2. Уравнение структурной энтропии	164
§3. Взаимодействие трех волн в недиссипативной опорной среде	165
§4. Решение уравнения плотности импульса	167
§5. Взрывная неустойчивость. Основные уравнения	169
§6. Частные случаи	169
§7. Уравнения Стенфло-Вильгельмсона	171
§8. Необходимые условия взрывной неустойчивости	172
§9. Семантика взрывной неустойчивости	174
§10. Заключение	175

§ 1. Уравнение плотности импульса

1. Как известно, одной из основных задач теории нелинейных колебаний является взаимодействие трех связанных осцилляторов с квадратичной нелинейностью.

Наиболее полно эта задача исследована в случае слабой нелинейности. В отсутствие нелинейности и диссипации в системе из трех связанных осцилляторов будут происходить движения в виде суперпозиции колебаний на трех нормальных частотах $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Для того, чтобы вклад слабой нелинейности в движение был не мал нормальные частоты системы должны удовлетворять условию резонанса

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3.$$

В настоящей главе в качестве определяющего условия для выделения конкретного вида самоорганизующейся сплошной среды я и возьму условие резонанса.

Условие резонанса приводит к первому свойству: в отсутствие самоорганизации в невозмущенной сплошной среде — объекте исследования настоящей главы, могут существовать колебания на трех нормальных частотах, удовлетворяющие условию резонанса.

Кроме этого, я буду предполагать существование в сплошной среде диссипации.

Примем, что невозмущенная диссипация сплошной среды определяется вектор-коэффициентом вязкости

$$\nu = \begin{vmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{vmatrix}.$$

Нормальным частотам будут соответствовать вектор ротора

$$\omega = \begin{vmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{vmatrix}; \quad \omega_1 = \omega_2 + \omega_3.$$

Два вектора $\{\omega, \nu\}$ формируют комплексный вектор

$$L_1: \quad \bar{\omega} = \begin{vmatrix} \bar{\omega}_1 \\ \bar{\omega}_2 \\ \bar{\omega}_3 \end{vmatrix}; \quad \bar{\omega}_j = \omega_j + i\nu_j; \quad \omega_1 = \omega_2 + \omega_3.$$

Именно вектор $\bar{\omega}$ и характеризует выбранную реализацию виртуальной сплошной среды в отсутствие самоорганизации.

II. Примем для потенциала ускорений стандартное представление

$$L_2: \quad \Theta = -T - \Pi,$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 p_j^2; \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 a_j q_j^2.$$

В функции Π коэффициенты a_j формируют диагональную матрицу

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix}.$$

Перейдем к конструированию матрицы A .

С использованием вектора $\bar{\omega}$ ведем для диагональной матрицы плотности импульса новое, более удобное для настоящей главы представление

$$L_3: \quad \Lambda \triangleq \Lambda^0 + \bar{\Omega},$$

$$\Lambda^0 = \begin{vmatrix} \sigma_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{12}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{13}^0 \end{vmatrix}; \quad \bar{\Omega} = i \begin{vmatrix} \bar{\omega}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\omega}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\omega}_3 \end{vmatrix}.$$

Теперь я буду постулировать следующую структуру коэффициентов матрицы A .

$$L_4 : \quad a_1 = -\sigma_{11}^0(\sigma_1^0 - 2\sigma_{11}^0 - \nu_2 - \nu_3 + \nu_1) - \lambda_1^2,$$

$$a_2 = -\sigma_{12}^0(\sigma_1^0 - 2\sigma_{12}^0 - \nu_1 - \nu_3 + \nu_2) - \lambda_2^2,$$

$$a_3 = -\sigma_{13}^0(\sigma_1^0 - 2\sigma_{13}^0 - \nu_1 - \nu_2 + \nu_3) - \lambda_3^2,$$

$$\sigma_1^0 = \sum_{j=1}^3 \sigma_{1j}^0.$$

Обратимся к известному уравнению плотности импульса

$$\dot{\Lambda} = -\Lambda^2 - A.$$

Для принятого представления матрицы плотности импульса L_3 и матрицы A с коэффициентами, определяемыми формулами L_4 уравнение плотности импульса приводит к системе уравнений

$$L_5 : \quad \dot{\sigma}_{11}^0 = \sigma_{11}^0(\sigma_1^0 - 2\sigma_{11}^0 - \nu_2 - \nu_3 + \nu_1),$$

$$\dot{\sigma}_{12}^0 = \sigma_{12}^0(\sigma_1^0 - 2\sigma_{12}^0 - \nu_1 - \nu_3 + \nu_2),$$

$$\dot{\sigma}_{13}^0 = \sigma_{13}^0(\sigma_1^0 - 2\sigma_{13}^0 - \nu_1 - \nu_2 + \nu_3),$$

$$\sigma_1^0 = \sum_{j=1}^3 \sigma_{1j}^0.$$

Важным свойством системы уравнений L_5 является то, что в стационарной точке реализуется предельное состояние, удовлетворяющее принципу компенсации.

$$\dot{\Lambda}^0 = 0 : \sigma_{1j}^0 = \nu_j ; j = 1, 2, 3.$$

Это предельное состояние представляет систему трех несвязанных осцилляторов, имеющих нормальные частоты $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$.

Ясно, что в этом случае матрица плотности импульса будет иметь вид

$$\Lambda = \text{diag}\{i\omega_1, i\omega_2, i\omega_3\}.$$

Несмотря на свою простоту система уравнений L_5 описывает большое число разнообразных задач из различных разделов техники и естествознания.

В настоящей главе я проведу исследование двух наиболее характерных задач.

Эти задачи описывают два, в определенном смысле, противоположных механизма разрушения калибровочной структуры: коллапс (распад) и взрывная неустойчивость.

В выбранных задачах возникла благоприятная для меня ситуация: они были предметом многочисленных исследований начиная с работ Л. Эйлера. Это обстоятельство намного облегчило мне задачу и привело к краткости и эффективности энтропийного анализа.

§ 2. Уравнение структурной энтропии

Центральной задачей настоящей главы является исследование разрушения калибровочной структуры в результате коллапса (распада) либо взрывной неустойчивости.

Действительная часть дивергентного инварианта σ_1 в зависимости от типа разрушения структуры имеет различный знак; это различие в знаке приводит к различию в уравнениях структурной энтропии.

В соответствии с материалами главы VI в общем случае (без конкретизации типа распада) уравнение структурной энтропии имеет вид

$$\frac{dH_q}{dt} = \text{sign} K \sigma_1.$$

В обоих случаях движение калибровочной структуры к разрушению сопровождается снижением действительной части структурной энтропии. Этот факт отражает условие

$$K_1 : \quad \frac{dH'_q}{dt} \leq 0.$$

С другой стороны, условию K_1 соответствует знакопеременная действительная часть дивергентного инварианта, поэтому и необходима процедура согласования знаков. Смысловое содержание согласования знаков наиболее просто поясняется в терминах объема конфигурационного пространства.

В действительном фазовом пространстве движение в сторону коллапса сопровождается снижением объема конфигурационного пространства (сжатие), а движение к взрывному разрушению — увеличением этого объема (расширение).

Процессы сжатия и расширения конфигурационного пространства и определяют по теореме Лиувилля знаки дивергентного инварианта:

1. $\text{sign } \sigma_1 = -1$ — коллапс,
2. $\text{sign } \sigma_1 = 1$ — взрывная неустойчивость.

В результате, переходя к комплексному фазовому пространству имеем:

1. $\text{sign } \sigma'_1 = -1$ — коллапс,
2. $\text{sign } \sigma'_1 = 1$ — взрывная неустойчивость.

Этим знакам соответствует знак:

1. $\text{sign} K = 1$ — коллапс,
2. $\text{sign} K = -1$ — взрывная неустойчивость.

Внося значения $\text{sign} K$ в уравнение структурной энтропии, получаем две его конкретизации:

1. Коллапс.

$$K_2 : \quad \frac{dH_q}{dt} = \sigma_1.$$

2. Взрывная неустойчивость.

$$K_3 : \quad \frac{dH_q}{dt} = -\sigma_1.$$

Уравнение K_2 будет основным уравнением в задаче о распадной неустойчивости трех связанных осцилляторов, а уравнение K_3 будет основным в исследованиях взрывной неустойчивости структур различной природы.

§ 3. Взаимодействие трех волн в недиссипативной опорной среде

I. В задаче о распадной неустойчивости структуры, состоящей из трех взаимодействующих волн я ограничусь случаем, в котором отсутствует диссипация опорной (невозмущенной) сплошной среды.

В этом случае вектор — коэффициент вязкости равен нулю и система уравнений L_5 значительно упростится

$$M_1 : \quad \dot{\sigma}_{11}^0 = \sigma_{11}^0 (\sigma_1^0 - 2\sigma_{11}^0),$$

$$\dot{\sigma}_{12}^0 = \sigma_{12}^0 (\sigma_1^0 - 2\sigma_{12}^0),$$

$$\dot{\sigma}_{13}^0 = \sigma_{13}^0 (\sigma_1^0 - 2\sigma_{13}^0),$$

$$\sigma_1^0 = \sum_{j=1}^3 \sigma_{1j}^0.$$

Несмотря на свою простоту, система уравнений M_1 обладает представительным набором решений, включающим в себя не только решение, описывающее задачу о распадной неустойчивости (коллапсе).

II. Поток на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q зададим следующим образом

$$\begin{aligned} M_2 : \quad \dot{q}_1 &= -q_2 q_3, \\ \dot{q}_2 &= q_3 q_1, \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q, \\ \dot{q}_3 &= q_1 q_2. \end{aligned}$$

Если принять нормальное представление

$$M_3 : \quad \dot{\mathbf{q}} \triangleq \tilde{\sigma}_1 \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q, \quad \tilde{\sigma}_1 = \text{diag}\{\sigma_{11}^0, \sigma_{12}^0, \sigma_{13}^0\},$$

то системы M_1, M_2 будут согласованы.

Здесь надо иметь в виду одну техническую деталь: в системе M_2 символом \mathbf{q} обозначена не исходная нормальная обобщенная координата.

Исходная обобщенная координата имеет вид

$$\mathbf{q} \triangleq \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_q, \quad \Lambda \triangleq \Lambda^0 + \bar{\Omega}.$$

В отсутствие опорной диссипации матрица $\bar{\Omega}$ будет

$$\bar{\Omega} = \text{diag}\{i\omega_1, i\omega_2, i\omega_3\}$$

и, при отождествлении $\Lambda^0 = \tilde{\sigma}_1$ мы имеем

$$M_4 : \quad \dot{\mathbf{q}} = (\tilde{\sigma}_1 + \bar{\Omega})\mathbf{q}.$$

Теперь связь между двумя обобщенными координатами, имеющими одно обозначение, устанавливается путем согласования двух представлений M_3 и M_4 .

Если в M_4 принять

$$\mathbf{q} = e^{\Omega t} \hat{\mathbf{q}},$$

то для вектора $\hat{\mathbf{q}}$ будет справедливо уравнение

$$M_5 : \quad \dot{\hat{\mathbf{q}}} = \tilde{\sigma}_1 \hat{\mathbf{q}}; \quad \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\mathcal{E}}_q.$$

Нетрудно видеть, что уравнение M_5 с точностью до обозначений совпадает с уравнением M_3 . Отсюда следует, что M_3 и M_4 будут согласованы, если ввести переобозначение $\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q}$.

В задаче существуют также уравнения связи, построенные на основе уравнений M_2 и M_3 .

$$M_6: \quad \sigma_{11}^0 q_1 = -q_2 q_3, \quad \sigma_{12}^0 q_2 = q_3 q_1, \quad \sigma_{13}^0 q_3 = q_1 q_2.$$

Уравнения связи описывают согласованное поведение компонент вектора обобщенной координаты на многообразии \mathcal{E}_q .

§ 4. Решение уравнения плотности импульса

Будем искать частное решение системы M_1 , удовлетворяющее условию

$$\sigma_{12} = \sigma_{13}.$$

Внося это условие в систему M_1 , получаем более простую систему двух уравнений

$$\dot{\sigma}_{12}^0 = \sigma_{11}^0 \sigma_{12}^0,$$

$$\dot{\sigma}_{11}^0 = -\sigma_{11}^{02} + 2\sigma_{11}^0 \sigma_{12}^0.$$

Из первого уравнения следует

$$\sigma_{12}^0 = D_1 e^{\tau_2}; \quad \tau_2 = \int \sigma_{11}^0 dt_1.$$

Теперь второе уравнение будет

$$S_1: \quad \dot{\sigma}_{11}^0 = -\sigma_{11}^{02} + 2D_1 \sigma_{11}^0 e^{\tau_2}.$$

Вводя обычным образом новую переменную

$$u = \ln \tau_2$$

из уравнения S_1 получаем

$$\dot{u} = D_1 u^2 + D_0.$$

Компонента σ_{13}^0 инвариантна относительно однопараметрической группы растяжения (гомотетии); используя это свойство можно еще упростить вид последнего уравнения.

Принимая $u = \beta y$, для переменной "y" получим уравнение Риккати

$$\dot{y} = -y^2 - d_0.$$

В свою очередь уравнение Риккати подстановкой $y = \frac{\dot{v}}{v}$ преобразуется в линейное уравнение

$$\ddot{v} + d_0 v = 0.$$

Здесь я и приостановлю вычисления частного точного решения; решение линейного уравнения хорошо известно и дальнейший путь решения очевиден и не содержит технических трудностей. Более интересным здесь является вопрос о структуре решений уравнения S_1 в ядре НЭПС.

Если внести предположение

$$|\operatorname{Re} \sigma_{11}^{02}| > 2|\operatorname{Re} D_1 \sigma_{11}^0 e^{\tau_1}|, \quad |\operatorname{Im} \sigma_{11}^{02}| > 2|\operatorname{Im} D_1 \sigma_{11}^0 e^{\tau_1}|,$$

то в уравнении можно пренебречь вторым членом в правой части, и получить уравнение ядра НЭПС.

$$\dot{\sigma}_{11}^0 = -\sigma_{11}^{02}.$$

Решение этого уравнения хорошо известно и имеет вид

$$\sigma_{11}^0 = \frac{1}{t - T}.$$

Здесь T — время распада (коллапса).

Этому решению соответствует первая компонента обобщенной координаты

$$q_1 = q_1^0 t'; \quad t' = t - T.$$

Эта формула и описывает распад первой моды в ядре НЭПС.

Перейдем теперь к обсуждению механизма распадной неустойчивости. В теории нелинейных колебаний и волн существует энергетическая интерпретация; в процессе распада энергия высокочастотной моды передается низкочастотным модам. [94][465]. Но здесь возможна и другая интерпретация, опирающаяся на понятие возбужденной диссипации; в низкочастотных модах существует возбужденная отрицательная диссипация, а в высокочастотных модах — возбужденная положительная диссипация. Именно возбужденная положительная диссипация и является причиной распада.

В заключение замечу, что, несмотря на свою простоту, уравнения M_2 получили широкое распространение и применение в разнообразных и содержательных задачах физики и естествознания.

В качестве примера я приведу три задачи:

1. Задача Эйлера о свободном движении тела с закрепленной точкой [286].
2. Колебания искусственного спутника Земли около положения относительного равновесия [41].
3. Нелинейные системы гидродинамического типа [367].

§ 5. Взрывная неустойчивость. Основные уравнения

Энтропийный анализ задач о взрывной неустойчивости я вместе с Борисюк М.И. и Сулимой И.М. выполнил на основе уравнений плотности импульса L_5 . Подстановкой

$$\tau = -\ln u ; \tau = \begin{vmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{vmatrix} ; \tau_j = \int^t \sigma_{1j} dt_1$$

эти уравнения преобразуются к другому виду:

$$\begin{aligned} I_1 : \quad \dot{u}_1 u_2 u_3 &= e^{-\hat{\nu}_1 t} u_1^2, \\ \dot{u}_2 u_1 u_3 &= e^{-\hat{\nu}_2 t} u_2^2, \\ \dot{u}_3 u_1 u_2 &= e^{-\hat{\nu}_3 t} u_3^2. \end{aligned}$$

Здесь

$$\hat{\nu}_1 = \nu_2 + \nu_3 - \nu_1, \hat{\nu}_2 = \nu_1 + \nu_3 - \nu_2, \hat{\nu}_3 = \nu_1 + \nu_2 - \nu_3.$$

В ряде случаев этот вид уравнений плотности импульса оказывается более удобным. Дивергентный инвариант задачи имеет вид

$$\sigma_1 = \sum_{j=1}^3 (\sigma_{1j}^0 - \nu_j).$$

В свою очередь уравнение структурной энтропии будет

$$I_2 : \quad \frac{dH_q}{dt} = -\sigma_1 ; \sigma_1 = \sum_{j=1}^3 (\sigma_{1j}^0 - \nu_j).$$

Уравнения I_1, I_2 и лежит в основе энтропийного анализа взрывной неустойчивости.

§ 6. Частные случаи

В двух частных случаях легко получаются точные решения системы уравнений I_1 .

Речь идет о сплошной среде без опорной диссипации и об однородной диссипативной среде.

1. Недиссипативная опорная среда.

В недиссипативной опорной среде вектор-коэффициент диссипации

равен нулю ($\nu = 0$) и, принимая $u_1 = u_2 = u_3$, получаем из системы H_1 одно уравнение

$$\dot{u}_j = 1; \quad u_j = t - T.$$

Этому решению соответствует матрица Λ^0 .

$$H_0: \quad \Lambda^0 = -\frac{E}{t - T}.$$

Формула H_0 воспроизводит хорошо известный из научной литературы результат. [94][207][465]

Уравнение структурной энтропии, соответствующее матрице Λ^0 формулы H_0 , будет

$$H_1: \quad \frac{dH_q}{dt} = \frac{3}{t - T}.$$

2. Однородная диссипативная среда.

В однородной диссипативной среде

$$\nu = \nu E; \quad u = uE$$

и из уравнения H_1 следует

$$\dot{u} = e^{-\nu(t-T)}; \quad u = -\frac{e^{-\nu(t-T)}}{\nu} + c_0.$$

Константу c_0 следует выбирать по условию существования особой точки ($u(0) = 0$).

В этом случае $c_0 = \frac{1}{\nu}$, и

$$H_2: \quad u = \frac{(1 - e^{\nu(t-T)})}{\nu} E$$

$$\sigma_1^0 = \frac{\nu E}{1 - e^{\nu(t-T)}}.$$

Решению H_2 соответствует уравнение структурной энтропии

$$H_3: \quad \frac{dH_q}{dt} = \frac{3}{e^{-\nu(t-T)} - 1}.$$

Уравнение H_3 и описывает развитие процесса взрывной неустойчивости при резонансном взаимодействии трех связанных осцилляторов. Следует обратить внимание на характерную деталь: при $t \rightarrow \infty$, $\sigma_1 \rightarrow 0$. Это соответствует компенсации — равенству модуля возбужденной диссипации диссипации опорной среды. В свою очередь компенсация существует в калибровочной структуре.

§ 7. Уравнения Стенфло-Вильхельмсона

I. На иерархическом уровне, выше уровня матрицы плотности импульса существует векторное поле $\dot{\mathbf{q}}$, которое и определяет движение некоторой физической системы в сторону взрывной неустойчивости. В этом случае системе уравнений M_1 (либо системе уравнений L_5) на энтропийном многообразии будет соответствовать система обыкновенных дифференциальных уравнений. Эта система хорошо известна; в задаче о взрывной неустойчивости трех связанных волн поток $\dot{\mathbf{q}}$ описывает система дифференциальных уравнений Стенфло-Вильхельмсона. [94][207]

В исходных обозначениях система Стенфло-Вильхельмсона имеет вид

$$K_1: \quad \begin{aligned} \dot{a}_1 - i\bar{\omega}_1 a_1 &= c_1^* a_2 a_3; \quad t \in [0, T], \\ \dot{a}_2 - i\bar{\omega}_2 a_2 &= c_2 a_1 a_3^*, \\ \dot{a}_3 - i\bar{\omega}_3 a_3 &= c_3 a_1 a_2^*, \\ a &= \begin{vmatrix} q_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix}; \quad \bar{\omega} = \begin{vmatrix} \bar{\omega}_1 \\ \bar{\omega}_2 \\ \bar{\omega}_3 \end{vmatrix}; \quad \begin{aligned} \bar{\omega}_j &= \omega_j + i\nu_j \\ \omega_1 &= \omega_2 + \omega_3 \end{aligned} \end{aligned}$$

II. Проведем перенормировку системы уравнений Стенфло-Вильхельмсона. Для ее эффективного выполнения необходимо, прежде всего, установить структуру коэффициентов $\{c_1, c_2, c_3\}$, необходимых для реализации взрывной неустойчивости.

Будим постулировать структуру решений в ядре ЭПС в виде

$$K_2: \quad a = \frac{\bar{a}}{(t - T)}; \quad \bar{a} = \begin{vmatrix} \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \\ \bar{a}_3 \end{vmatrix}.$$

Определяющая вектор \bar{a} система алгебраических уравнений получается из исходной системы K_1 .

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= -c_1^* \bar{a}_2 \bar{a}_3, \\ \bar{a}_2 &= -c_2 \bar{a}_1 \bar{a}_3^*, \\ \bar{a}_3 &= -c_3 \bar{a}_1 \bar{a}_2^*. \end{aligned}$$

Решение этой системы имеет вид

$$|\bar{a}_1|^2 = \frac{1}{c_3^* c_2}; \quad |\bar{a}_2|^2 = \frac{1}{c_3 c_1^*}; \quad |\bar{a}_3|^2 = \frac{1}{c_2 c_1^*}.$$

Эти формулы и определяют структуру коэффициентов $\{c_1, c_2, c_3\}$

$$K_3: \quad c_1 = \alpha_1 k; \quad c_2 = \alpha_2 k; \quad c_3 = k.$$

Здесь k — комплексная величина, а $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ — вещественные параметры. При этом $\text{sign } \alpha_1 = \text{sign } \alpha_2 = 1$.

Теперь произведем перенормировку

$$a \rightarrow \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix},$$

$$a_1 = \frac{1}{|k|\sqrt{\alpha_2}} q_1, \quad a_2 = \frac{1}{|k|\sqrt{\alpha_1}} q_2, \quad a_3 = \frac{1}{|k|\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} q_3.$$

В результате перенормировки система уравнений Стенфлов-Вильгельмсона будет выглядеть так

$$\begin{aligned} K_4: \quad \dot{q}_1 - i\bar{\omega}_1 q_1 &= \mathfrak{x}^* q_2 q_3, \\ \dot{q}_2 - i\bar{\omega}_2 q_2 &= \mathfrak{x} q_1 q_3^*, \\ \dot{q}_3 - i\bar{\omega}_3 q_3 &= \mathfrak{x} q_1 q_2^*, \\ \mathfrak{x} &= \frac{k}{|k|}; \quad |\mathfrak{x}|^2 = 1. \end{aligned}$$

§ 8. Необходимые условия взрывной неустойчивости

I. Разрушение структуры по сценарию взрывной неустойчивости происходит при определенных условиях, накладываемых на поток.

Первое необходимое условие взрывной неустойчивости — структура коэффициентов $\{c_1, c_2, c_3\}$ авторы установили в §7.

Второе необходимое условие определяет принцип компенсации. Будем предполагать, что при $t \rightarrow -\infty$ состояние системы из трех связанных волн удовлетворяет принципу компенсации. Как установлено в п. 1 этому состоянию соответствует решение

$$\dot{\sigma}_1^0 = 0; \quad \sigma_1^0 = \nu.$$

В свою очередь, на основе этого решения из системы уравнений K_4 получаем

$$N_1: \quad \mathbf{q} \triangleq \hat{\mathbf{q}} e^{i\omega t'}; \quad \hat{q}_1 = \frac{\mathfrak{x}^*}{\nu_1} \hat{q}_2 \hat{q}_3; \quad t' = t - T,$$

$$\hat{q}_2 = \frac{\varkappa}{\nu_2} \hat{q}_1 \hat{q}_3^*,$$

$$\hat{q}_3 = \frac{\varkappa}{\nu_3} \hat{q}_1 \hat{q}_2^*.$$

Эта система алгебраических уравнений, имеющая смысл уравнений когерентности, и представляет математическую формулировку второго необходимого условия взрывной неустойчивости.

Содержательная формулировка второго необходимого условия взрывной неустойчивости имеет вид:

Взрывная неустойчивость трех связанных осцилляторов возникает при специальном выборе значений вектора обобщенной координаты при $t \rightarrow -\infty$, удовлетворяющим системе алгебраических уравнений N_1 .

Если рассматривать НЭПС как аттрактор, то система уравнений N_1 будет определять область притяжения этого аттрактора.

В частности, в этой области притяжения будут справедливы формулы

$$|q_1|^2 = \nu_2 \nu_3 ; |q_2|^2 = \nu_1 \nu_3 ; |q_3|^2 = \nu_1 \nu_2.$$

III. Система исходных уравнений определяет систему уравнений связи

$$N_2 : \quad \sigma_{11}^0 \hat{q}_1 = \varkappa^* \hat{q}_2 \hat{q}_3, \quad \sigma_{12}^0 \hat{q}_2 = \varkappa \hat{q}_1 \hat{q}_3^*, \quad \sigma_{13}^0 \hat{q}_3 = \varkappa \hat{q}_1 \hat{q}_1^*.$$

Принимая в ядре НЭПС представление

$$\sigma_1^0 = -\frac{E}{t-T} ; \quad \hat{\mathbf{q}} = \frac{\hat{\mathbf{q}}}{t-T}$$

из уравнений связи получаем алгебраическую систему

$$N_3 : \quad \hat{\bar{q}}_1 + \varkappa^* \hat{\bar{q}}_2 \hat{\bar{q}}_3 = 0,$$

$$\hat{\bar{q}}_2 + \varkappa \hat{\bar{q}}_1 \hat{\bar{q}}_3^* = 0,$$

$$\hat{\bar{q}}_3 + \varkappa \hat{\bar{q}}_1 \hat{\bar{q}}_1^* = 0.$$

Из этой системы следует

$$|\hat{\bar{q}}_j|^2 = 1.$$

Если принять $\varkappa = e^{is}$; $\hat{\bar{q}}_j = \text{sign } j e^{is}$, то из системы N_3 получаем

$$N_4 : \quad \gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + s = 0, \quad \text{sign}1 \text{ sign}2 \text{ sign}3 = -1.$$

Условия N_4 играют роль своеобразных необходимых условий взрывной неустойчивости.

В задаче о взрывной неустойчивости возможно прямое и обратное движение по оси времени. При прямом движении (в сторону ЭПС) вторым необходимым условием взрывной неустойчивости будет условие, определяющее структуру области притяжения. При обратном движении (в сторону калибровочной структуры) вторым необходимым условием взрывной неустойчивости будет условие N_4 . При другом взгляде условия N_4 выступают в роли условий существования калибровочной структуры (предельного цикла).

У нас есть два предельных состояния: нормальный экстремальный пограничный слой и калибровочная структура. В прямом времени взрывное разрушение происходит по сценарию разрушения калибровочной структуры; тогда как в обратном времени у нас реализуется сценарий возникновения калибровочной структуры из ростка, расположенного в ядре ЭПС. Параметры роста и определяет условие N_4 .

§ 9. Семантика взрывной неустойчивости

Продолжим начатое в §8 обсуждение семантики взрывной неустойчивости.

При энергетической интерпретации механизма взрывной неустойчивости, содержащейся в ряде монографий ([94][207][465]), взрывная неустойчивость возникает при одновременном нарастании всех резонансно связанных волн. Это явление реализуется тогда, когда в системе существуют две волны с положительной энергией и одна волна с отрицательной энергией. При этом волна с отрицательной энергией, отдавая энергию другим волнам и увеличивая их амплитуды, нарастает по амплитуде и сама. Этот механизм и определяет одновременный рост всех взаимодействующих волн. Кроме энергетической интерпретации в исследуемой проблеме существует и диссипативная интерпретация, в соответствии с которой в основе механизма взрывной неустойчивости лежит нарушение компенсации. При нарушении компенсации возникает дисбаланс между опорной и возбужденной диссипациями. Если по всем степеням свободы возбужденная диссипация по модулю превосходит опорную диссипацию, то в системе возникает отрицательная диссипация. Когда отрицательной диссипацией обладают все степени свободы, происходит рост их амплитуды. В этом случае движение в сторону взрывной неустойчивости будет сопровождаться ростом отрицательной диссипации. Важное значение имеет факт существования хаоса при взрывной неустойчи-

ности. В качестве хаотического параметра здесь выступает период взрывной неустойчивости T , что и приводит к классификации хаоса. При развитии взрывной неустойчивости системы взаимодействующих волн возникает мультипликативный хаос.

Основной причиной мультипликативного хаоса является несовершенство реализации системы взаимодействующих волн.

Этот факт имеет наиболее доступное объяснение на примере системы с малой опорной диссипацией. Пусть идеальная структура, не имеющая несовершенств, — консервативная система. При реализации в идеальной структуре возникают несовершенства, приводящие к возникновению малой диссипации. В этом случае реализация идеальной консервативной системы будет неконсервативной системой с малой диссипацией. В случае малой диссипации

$$\|\nu\|_{R^3} \sim O(\epsilon).$$

Здесь ϵ — малый хаотический параметр.

На основе точного решения легко устанавливается асимптотическая оценка для периода T

$$\|\nu\|_{R^3} \sim O(\epsilon) \rightarrow T \sim \frac{1}{O(\epsilon)}.$$

Асимптотическая оценка для периода взрывной неустойчивости и определяет причину возникновения мультипликативного хаоса.

В заключение я приведу краткие библиографические сведения по проблеме взрывной неустойчивости. Первые многочисленные исследования по взрывной неустойчивости были выполнены в физике плазмы. Наиболее полное и систематическое изложение результатов этих исследований содержится в монографии Вильгельмсона Х. и Вейланда Л. [94] Интересный анализ содержится также в монографиях Б.Б. Кадомцева [207], М.И. Рабиновича и Д.И. Трубецкова [465], причем М.И. Рабинович и Д.И. Трубецкой этой проблеме придали более общий смысл. Новый этап развития исследований связан с перенесением методологии и основных результатов из физики плазмы в теорию упругих механических систем. Здесь, прежде всего, следует указать работу Г.Г. Денисова и В.В. Новикова [165].

§ 10. Заключение

1. К трем классическим регулярным аттракторам: равновесие, периодическое движение, квазипериодическое движение, и странному аттрактору необходимо добавить новый аттрактор — точку торможения.

2. Новый аттрактор — точка торможения, возникает на более низком иерархическом уровне, чем уровень энтропийного многообразия \mathcal{E}_q . На уровне матрицы плотности импульса. Особая точка-полюс матрицы плотности импульса и является новым аттрактором — точкой торможения.
3. Без введения нового аттрактора невозможно описать в нужной полноте механизм разрушения структуры внутри ЭПС.
4. На энтропийном многообразии \mathcal{E}_q точке торможения матрицы плотности импульса соответствует разрушение структуры.
5. В проблеме разрушения структуры внутри нормального ЭПС ключевую роль играют следующие вопросы:
 1. Классификация типов разрушения.
 2. Энтропийный анализ механизмов разрушения.

Эти два вопроса и являются предметом исследования настоящей главы.
6. В целом, в проблеме ЭПС центральное место занимает проблема классификации состояний; исчерпывающий ответ на этот вопрос приведет к раскрытию тайн структур Вселенной и естествознания. В настоящей монографии я избрал путь последовательного выделения отдельных типичных состояний. Одним из типичных состояний и является состояние разрушения.
7. В настоящей главе выделены два типа разрушения:
 1. Коллапс.
 2. Взрывное разрушение.

В действительном фазовом пространстве коллапс характеризуется сжатием объема конфигурационного пространства, а взрывное разрушение — расширением.
8. В задаче о резонансном взаимодействии трех связанных осцилляторов выполнено подробное исследование механизмов разрушения по сценариям распада (коллапса) и взрывной неустойчивости.
9. Важной деталью является то, что оба типа разрушения реализуются в самоорганизующейся сплошной среде.
10. Здесь элемент самоорганизации заключается в том, что в начале в опорной диссипативной среде возникает калибровочная структура (предельный цикл), а потом по сценариям распада, либо взрывной неустойчивости, происходит движение в сторону разрушения этой калибровочной структуры.

Глава VIII

Странный аттрактор Лоренца

Содержание

§1. Исходные сведения	177
§2. Уравнение плотности импульса	180
§3. Уравнение гиперболичности	181
§4. Синхронизация гиперболической структуры	181
§5. Предельное состояние	183
§6. Виды потоков	188
§7. Ламинарный поток	190
§8. Турбулентный поток	192
§9. Переход ламинарного потока в турбулентный	195
§10. Заключение	200

§ 1. Исходные сведения

I. Решающее, в определенном смысле революционное, влияние на методологию познания Вселенной и окружающей нас Действительности оказало открытие в 1963 году Э. Лоренцем странных аттракторов. Работа Э. Лоренца привела к пересмотру устоявшихся взглядов исследователей на хаос и, прежде всего, на турбулентность.

Стало ясно, что в проблеме хаоса странные аттракторы являются ключевым звеном. Странный аттрактор Лоренца стал предметом многочисленных исследований; сведения о нем либо подробное изучение содержатся практически во всех монографиях, посвященных хаосу, самоорганизации, синергетике. Но в настоящее время нельзя считать, что основные исследования по аттрактору Лоренца завершены; в нем еще много неясно. Существует ряд причин, определяющих неудовлетворенность состоянием исследований странного аттрактора Лоренца.

Из общего количества я выделяю только несколько наиболее существенных причин:

1. *Отсутствие в настоящее время достаточно содержательного формализованного определения странного аттрактора.*
2. *Удовлетворительная гидродинамическая интерпретация странного аттрактора Лоренца отсутствует; мы до сих пор не знаем вид структуры, функционирование которой описывают уравнения Лоренца.*

3. Нет ясности в глубинных причинах хаотического поведения странного аттрактора Лоренца.

С другой стороны, у меня возник свой собственный интерес, опирающийся на основные цели настоящей монографии; я считаю странный аттрактор Лоренца интересным объектом теории экстремального пограничного слоя. Энтропийный анализ аттрактора Лоренца является интересной задачей; этот анализ должен быть обязательным элементом настоящей работы.

Здесь на передний план выступают следующие вопросы:

1. *Возможность описания аттрактора Лоренца математической техникой матрицы плотности импульса.*
2. *Структура экстремального пограничного слоя аттрактора Лоренца.*
3. *Энтропийный анализ глубинных причин хаотического поведения.*
4. *Глубинные причины перехода ламинарного состояния в турбулентное состояние.*
5. *И, наконец, ключевой для теории нормального экстремального пограничного слоя вопрос: можно ли изучать странные аттракторы в нормальных координатах?*

Далее, самостоятельный интерес имеет гидродинамическая интерпретация структуры, функционирующей в странном аттракторе Лоренца.

Есть у меня еще один вопрос: в чем же причина "странности" аттрактора Лоренца?

II. В символике Дж. Николиса система уравнений Лоренца имеет вид

$$L_1: \quad \begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= -y + rx - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy. \end{aligned}$$

Выполним переобозначение

$$\begin{aligned} q_1 &= x; \quad \nu_1 = \sigma; \quad \nu_3 = b; \quad \varkappa = r \\ q_2 &= y \\ q_3 &= z \end{aligned}$$

В новых переменных исходная система уравнений будет

$$L_2: \quad \begin{aligned} \dot{q}_1 + \nu_1 q_1 &= \nu_3 q_2, \\ \dot{q}_2 + q_2 &= \varkappa q_1 - q_1 q_3, \\ \dot{q}_3 + \nu_3 q_3 &= q_1 q_2. \end{aligned}$$

Будем изучать поведение аттрактора Лоренца при больших значениях управляющего параметра $\hat{x} \gg 1$, $\hat{x} = x - 1$.

В этом случае следует ввести малый параметр $\varepsilon = \frac{1}{\hat{x}}$ и выполнить преобразование времени, а также обобщенной координаты

$$t \rightarrow \bar{t}; \bar{t} \triangleq \frac{t}{\sqrt{\varepsilon}}, \mathbf{q} \rightarrow \bar{\mathbf{q}}; \bar{\mathbf{q}} \triangleq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu_3}} \mathbf{q}.$$

Теперь система уравнений Лоренца будет

$$\frac{d\bar{q}_1}{d\bar{t}} = -\sqrt{\varepsilon}\nu_1(\bar{q}_1 - \bar{q}_2),$$

$$\frac{d\bar{q}_2}{d\bar{t}} = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\bar{q}_1 - \sqrt{\varepsilon}\bar{q}_2 - \sqrt{\nu_3}\bar{q}_1\bar{q}_3,$$

$$\frac{d\bar{q}_3}{d\bar{t}} = -\sqrt{\varepsilon}\nu_3\bar{q}_3 + \sqrt{\nu_3}\bar{q}_1\bar{q}_2.$$

Теперь я сделаю важный шаг: введу вместо системы уравнений Лоренца дифференциальную систему.

$$L_3: \quad \frac{dq_1}{d\bar{t}} = -\sqrt{\varepsilon}\nu_3(q_1 - q_2),$$

$$\frac{dq_2}{d\bar{t}} = \sqrt{\varepsilon}(q_1 - q_2) - \omega q_3,$$

$$\frac{dq_3}{d\bar{t}} = -\sqrt{\varepsilon}\nu_3 q_3 + \omega q_2,$$

$$\omega \triangleq \sqrt{\nu_3} q_1.$$

В системе L_3 вектор обобщенной координаты — вещественная величина, но сама система имеет удобный вид для перехода к комплексному конфигурационному пространству.

Если перейти с сохранением обозначения от вещественного вектора обобщенной координаты к комплексному вектору обобщенной координаты, то система уравнений L_3 примет вид

$$L_4: \quad \frac{dq_1}{d\bar{t}} = -\sqrt{\varepsilon}\nu_1(q_1 - q_2),$$

$$\frac{dq_2}{d\bar{t}} = \sqrt{\varepsilon}(q_1 - q_2) - \omega q_3,$$

$$\frac{dq_3}{dt} = -\sqrt{\varepsilon}\nu_3 q_3 + \omega q_2,$$

$$\omega \triangleq \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(q_1 + q_1^*).$$

Отметим важный в теории странного аттрактора Лоренца факт:

В системе уравнений L_4 уравнение $\omega \triangleq \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(q_1 + q_1^)$ выступает в роли уравнения состояния.*

Следует довести до сведения читателя то, что переход от системы уравнений Лоренца к новой дифференциальной системе определяется ее большой приспособленностью для энтропийного анализа. Этот переход не носит принципиальный характер, а полностью обязан цели упрощения символического вывода. Поэтому я странный аттрактор, описываемый дифференциальной системой L_3 , ниже также называю странным аттрактором Лоренца.

§ 2. Уравнение плотности импульса

Введем нормальное представление потока на энтропийном многообразии \mathfrak{Q}_q .

$$P_1 : \quad \dot{q}_1 \triangleq (\sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon}\nu_1)q_1 ; \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q,$$

$$\dot{q}_2 \triangleq (\sigma_{12} - \sqrt{\varepsilon}b)q_2 ; b = \frac{q_1}{q_2} - 1,$$

$$\dot{q}_3 \triangleq (\sigma_{13} - \sqrt{\varepsilon}\nu_3)q_3.$$

Согласование потоков L_4 и P_1 приводит к уравнениям связи

$$P_2 : \quad \sigma_{11}q_1 = \sqrt{\varepsilon}\nu_1 q_2, \quad \sigma_{12}q_2 = -\omega q_3, \quad \sigma_{13}q_3 = \omega q_2.$$

В свою очередь первое уравнение связи приводит к следующему виду функции b

$$P_3 : \quad b = \frac{\sqrt{\varepsilon}\nu_1}{\sigma_{11}} - 1.$$

Здесь имеет место следующий факт:

В системе уравнений P_1 уравнение $b = \frac{\sqrt{\varepsilon}\nu_1}{\sigma_{11}} - 1$ имеет смысл уравнения состояния.

Основной результат — система уравнений плотности импульса получается из уравнений связи P_2 с помощью стандартной техники теории матрицы плотности импульса

$$\dot{\sigma}_{11} = [\sigma_{12} - \sigma_{11} + \sqrt{\varepsilon}(\nu_1 + b)]\sigma_{11},$$

$$P_4 : \quad \dot{\sigma}_{12} = \left[\sigma_{13} - \sigma_{12} + \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b) + \frac{d}{dt} \ln \omega \right] \sigma_{12},$$

$$\dot{\sigma}_{13} = \left[\sigma_{12} - \sigma_{13} + \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b) + \frac{d}{dt} \ln \omega \right] \sigma_{13}.$$

К этой системе следует добавить два уравнения состояния

$$\omega = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(q_1 + q_1^*), \quad b = \frac{\sqrt{\varepsilon}\nu_1}{\sigma_{11}} - 1.$$

§ 3. Уравнение гиперболичности

Из второго и третьего уравнений P_4 следует базовое уравнение — уравнение гиперболичности

$$K_1 : \quad \sigma_{12}\sigma_{13} = -\omega^2.$$

Уравнение гиперболичности является характерным уравнением задач, содержащих хаос; наличие среди уравнений уравнения гиперболичности и дает первый классификационный признак детерминированного хаоса.

В нашей программе исследования важным является уровень, на котором реализуется уравнение гиперболичности. Этим иерархическим уровнем является уровень матрицы плотности импульса, а не уровень энтропийного многообразия \mathcal{E}_q . В энтропийной методологии этот факт подтверждает уже известный читателю фундаментальный результат: глубинным уровнем, содержащим внутреннюю причину детерминированного хаоса в конфигурационном пространстве, является уровень матрицы плотности импульса.

§ 4. Синхронизация гиперболической структуры

Уравнение гиперболичности описывает движение на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q некоторой структуры, которую я ввел следующим определением.

Определение VIII.1 Гиперболической структурой называется структура, состояние которой на энтропийном многообразии Σ_q описывается уравнением гиперболичности.

$$\sigma_{12}\sigma_{13} = -\omega^2,$$

Очевидно, что в гиперболической структуре содержатся две сущности: ротор и диссипация. При этом, вызванные ротором ω мгновенные частоты колебаний определяются мнимыми частями плотностей $\{\sigma_{12}, \sigma_{13}\}$, а диссипация — действительными частями.

Синхронизация в гиперболической структуре возникает при равенстве мнимых частей.

$$\text{Im}\sigma_{12} = \text{Im}\sigma_{13}$$

Частное решение уравнения гиперболичности, удовлетворяющее условию синхронизации, имеет вид

$$\sigma_{13} = -\sigma_{12}^*.$$

Принимая это частное решение, из второго и третьего уравнений системы P_4 получаем квадратное уравнение

$$M_1: \quad \sigma_{12}^2 + a\sigma_{12} + \omega^2 = 0, \quad a = \sqrt{\varepsilon} \left(\nu_3 + \frac{b+b^*}{2} \right).$$

и его решение

$$\sigma_{12} = -\frac{a}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4\omega^2}.$$

Из решения квадратного уравнения следует существование критического значения ротора $\omega = \omega_{kp}$, отделяющее вещественные значения $\{\sigma_{12}, \sigma_{13}\}$ от комплексных значений.

Получается следующее:

$$1. \sigma_{12} = \text{Re}\sigma_{12} \quad \forall |\omega| \leq |\omega_{kp}|, \quad 2. \text{Im}\sigma_{12} \neq 0 \quad \forall |\omega| > |\omega_{kp}|.$$

При этом

$$M_2: \quad |\omega_{kp}| = \frac{|a|}{2}; \quad a = \sqrt{\varepsilon} \left(\nu_3 + \frac{b+b^*}{2} \right).$$

Факт существования критических значений ротора играет фундаментальную роль в нашей теории странного аттрактора Лоренца; именно он лежит в основе деления потоков на ламинарные и турбулентные. Как известно, турбулентное движение является одной из форм детерминированного хаоса, и выяснение глубинных причин возникновения турбулентности даст нам ответ на основной вопрос о причине хаоса.

§ 5. Предельное состояние

I. Задача значительно упрощается для предельного состояния $\varepsilon \downarrow 0$. При $\varepsilon = 0$, $a = 0$ и решение квадратного уравнения M_1 будет мнимой величиной

$$\sigma_{12} = \pm i|\omega|.$$

Выбирая знак в этом решении равный $\text{sign} \omega$ имеем

$$\sigma_{12} = i\omega, \quad \sigma_{13} = \sigma_{12}.$$

Отсюда следует, что предельное состояние характеризуется отсутствием возбужденной диссипации и синхронизацией частот гиперболической структуры.

Уравнения предельного состояния имеют вид:

1. Дифференциальная система

$$\begin{aligned} \frac{dq_1}{dt} &= -\sqrt{\varepsilon} \nu_1 (q_1 - q_2), \\ \frac{dq_2}{dt} &= -\omega q_3, \\ \frac{dq_3}{dt} &= \omega q_2, \\ \omega &= \frac{\sqrt{\nu_3}}{2} (q_1 + q_1^*). \end{aligned}$$

2. Нормальное представление

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \sigma_{11} q_1, \\ q_2 &= \sigma_{12} q_2, \\ q_3 &= \sigma_{13} q_3. \end{aligned}$$

3. Уравнения связи

$$\sigma_{11} q_1 = \sqrt{\varepsilon} \nu_1 q_2, \quad \sigma_{12} q_2 = -\omega q_3, \quad \sigma_{13} q_3 = \omega q_2.$$

4. Уравнения плотности импульса

$$\dot{\sigma}_{11} + \sigma_{11}^2 = i\omega \sigma_{11}, \quad \sigma_{12} = \sigma_{13} = i\omega.$$

Отметим, что в предельном состоянии $\omega_{kp} = 0$; это значение ω_{kp} определяет развитую турбулентность.

II. Уравнение структурной энтропии гиперболической структуры будет

$$\frac{dH_q}{dt} = \sigma_{12} + \sigma_{13}.$$

Поскольку $\sigma_{12} = \sigma_{13} = i\omega$, то получаем

$$\frac{dH_q}{dt} = 2i\omega.$$

Из этого уравнения следует

$$H_q = H'_q + iH''_q ; \frac{dH'_q}{dt} = 0.$$

Постоянное значение действительной части структурной энтропии ($H'_q = \text{const}$) имеет калибровочная структура; отсюда получаем вывод:

При $\varepsilon = 0$ гиперболическая структура является калибровочной структурой.

III. В распределениях первое уравнение нормального представления будет

$$N_1 : \quad \langle (\dot{q}_1 - \sigma_{11}q_1) \mid \eta_1 \rangle = 0 ; \langle \delta \mid \eta_1 \rangle = \eta_1(0).$$

Перейдем от пробной функции $\eta_1 \in D(S)$, $S = \sigma J$ к другой пробной функции

$$\eta = \int_0^t \eta_1 dt_1.$$

Вводя новую пробную функцию в уравнение N_1 , получаем его другой вид

$$N_2 : \quad \langle (\dot{q}_1 - \sigma_{11}q_1) \mid \eta \rangle = 0 ; \langle \delta \mid \eta \rangle = 0.$$

В п. III и ниже я для упрощения символьного вывода ввел переобозначение

$$\bar{t} \rightarrow t.$$

С помощью импульса

$$p_1 = \dot{q}_1$$

уравнение N_2 будет

$$N_3 : \quad \langle (\dot{p}_1 - i\omega p_1) \mid \eta \rangle ; \langle \delta \mid \eta \rangle = 0.$$

В свою очередь, первое уравнение плотности импульса в распределениях определим следующим образом

$$N_4 : \quad \langle (\dot{\sigma}_{11} + \sigma_{11}^2 - i\omega\sigma_{11}) \mid \eta \rangle = 0 ; \langle \delta \mid \eta \rangle = 0.$$

Из уравнений $N_1 \div N_4$ следует, что существует существенное различие в уравнениях в случае регулярных решений и распределений.

В случае $\mathbf{q} \in C^n(S)$, $S = \sigma J$

$$N_5 : \quad \dot{q}_1 = \sigma_{11} q_1 \rightarrow \ddot{q}_1 = i\omega \dot{q}_1.$$

В другом случае $\{\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}\} \in D'(S)$

$$N_6 : \quad \dot{q}_1 = \sigma_{11} q_1 \rightarrow \ddot{q}_1 = i\omega \dot{q}_1 + D\delta.$$

III. Введем известное из нашей монографии "Энтропия" ортогональное распределение

$$\sigma \in P'(S); S = \sigma J,$$

$$\sigma = \sigma_+ + \sigma_-; \sigma^2 = \sigma_+^2 + \sigma_-^2,$$

$$\langle \sigma | \varphi \rangle = 0; \varphi \in D(S); \langle \sigma^2 | 1 \rangle = 1.$$

С помощью ортогональной σ -функции уравнение приобретает вид

$$N_7 : \quad \dot{\sigma}_{11} + \sigma_{11}^2 - i\omega \sigma_{11} = B_0 \sigma^2.$$

Теперь, вводя опорную регуляризацию σ -функции

$$\sigma \rightarrow \bar{\sigma}; \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{t}$$

уравнению N_7 придадим форму

$$N_8 : \quad \dot{\sigma}_{11} + \sigma_{11}^2 - i\omega \sigma_{11} = \frac{B_0 \varepsilon}{2} \frac{1}{t^2}.$$

Принимая σ_{11} в виде

$$\sigma_{11} = \frac{\bar{\sigma}}{t}; \bar{\sigma}_{11} \in C^n(S)$$

получаем другую запись уравнения N_8

$$N_9 : \quad t\dot{\bar{\sigma}} + \bar{\sigma}^2 - \bar{\sigma} - \frac{B_0 \varepsilon}{2} = i\omega \bar{\sigma} t.$$

Вводя шкалу сравнения $\{t^n\}$ будем искать решения уравнения N_9 в виде асимптотического разложения

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 + t\bar{\sigma}_1 + t^2\bar{\sigma}_2 + \dots + O(t^n).$$

При этом я предполагаю, что функция $\omega \in C^n(S)$ имеет асимптотическое разложение

$$\omega = \omega_0 + t\omega_1 + t^2\omega_2 + \dots + O(t^n).$$

Первый член асимптотического разложения $\bar{\sigma}$ определен следующей формулой

$$\bar{\sigma}_0 = 1 + \gamma; \quad \gamma = \frac{B_0\varepsilon}{2}; \quad \gamma = \gamma' + i\gamma''.$$

В этом случае структура решений в ядре НЭПС будет описываться уравнением

$$N_{10}: \quad \dot{q}_1 = \frac{\bar{\sigma}_0}{t} q_1; \quad q_1 \in D'(S); \quad S = \sigma J.$$

Отсюда обобщенная координата будет

$$N_{11}: \quad q_1 = q_{10} e^{i\gamma'' \ln |t|} |t|^\beta; \quad \beta = 1 + \gamma'; \quad t \in \sigma J.$$

Структура детерминированного хаоса, определяемая формулой N_{11} , согласуется с результатом первой главы настоящего раздела.

В регулярном случае $B_0 = 0$ и вместо уравнения N_{10} получаем простейшее уравнение

$$N_{12}: \quad t\dot{q}_1 = q_1; \quad t \in \sigma J; \quad q_1 \in C^n(\sigma J).$$

Регулярное решение этого уравнения имеет вид

$$N_{13}: \quad q_1 = q_{10} t; \quad t \in \sigma J.$$

Как следует из формул N_{11}, N_{13} уравнения N_{10} и N_{12} имеют различные решения. В частности, при $\beta = 1$ два решения формируют двойственность

$$N_{14}: \quad q_1 = \begin{cases} q_{10} t; & q_1 \in C^n(S) \\ q_{10} e^{i\gamma'' \ln |t|} |t|; & q_1 \in D'(S) \end{cases}.$$

Первая компонента двойственности описывает пересечение ядра НЭПС, а вторая — поворот в ядре НЭПС. Результаты численного исследования странного аттрактора Лоренца подтверждают существование обеих компонент двойственности N_{14} .

Здесь ключевое значение имеет следующий факт: *в странном аттракторе детерминированный хаос возникает тогда, когда в НЭПС существуют решения, описываемые сингулярными распределениями.*

В определенном смысле будет справедливо утверждение о том, что хаос обязан своим возникновением сингулярным распределениям.

Это утверждение и определяет роль распределений в теории детерминированного хаоса; проблемы хаоса необходимо изучать в пространстве распределений.

Следующий интересный факт: решение в ядре НЭПС не зависит от ротора ω . Отсюда следует, что ротор хаоса определяется внутренним состоянием ядра НЭПС.

В итоге один из основных результатов можно сформулировать в виде двойственности

$$q_1 \in \begin{cases} D'(S)\text{-поворот} \\ C^n(S)\text{-пересечение} \end{cases}$$

IV. Присоединяя к уравнению N_6 уравнение состояния, мы и получим систему уравнений предельного состояния.

$$N_{15}: \quad \ddot{q}_1 = i\omega \dot{q}_1 + D\delta; \quad D \sim O(\varepsilon), \quad \omega = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(q_1 + q_1^*).$$

Дальнейший анализ задачи опирается на два различных способа преобразования системы уравнений N_{15} в одно уравнение:

1 способ — преобразование системы уравнений N_{15} в уравнение Дюффинга.

2 способ — введение импульса.

Система уравнений N_{15} преобразуется в уравнение Дюффинга путем исключения комплексной обобщенной координаты q_1 .

Следуя этим путем, получаем

$$N_{16}: \quad \ddot{\omega} + \frac{1}{2}\omega^3 + D_0\omega = D_1\delta.$$

Здесь $\{D_0, D_1\}$ — вещественные константы.

Уравнение Дюффинга дает простое объяснение механизма излома (поворота) обобщенной координаты q_1 и ротора ω .

В ядре НЭПС при реализации детерминированного хаоса возникает бесконечно малый удар, приводящий к излому обобщенной координаты и ротора.

V. С помощью импульса $p_1 = \dot{q}_1$ система N_{15} преобразуется к виду

$$N_{17}: \quad \dot{p}_1 = i\omega p_1 + D\delta,$$

$$\dot{\omega} = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(p_1 + p_1^*).$$

Введем известное представление δ -функции Дирака

$$\delta(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \text{sign} t, \quad \text{sign} t = 2 \cup(t) - 1; \quad \cup(t) = \begin{cases} 1; & t > 0 \\ \frac{1}{2}; & t = 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}.$$

С помощью этого представления из первого уравнения получается следующая формула импульса

$$N_{18}: \quad \mathbf{p} = \left(p_{10} + \frac{1}{2} \text{sign} t D \right) e^{i\tau_\omega}, \quad \tau_\omega \triangleq \int_0^t \omega dt_1.$$

Второе уравнение N_{17} и дает окончательный вид уравнению ротора

$$N_{19}: \quad \dot{\omega} = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2} \left[\left(p_{10} + \frac{D}{2} \text{sign} t \right) e^{i\tau_\omega} + \left(p_{10}^* + \frac{D^*}{2} \text{sign} t \right) e^{-i\tau_\omega} \right],$$

$$\tau_\omega \triangleq \int_0^t \omega dt_1.$$

Формула импульса вплотную приближает нас к разгадке тайны странного аттрактора Лоренца.

Хаотическое поведение странного аттрактора Лоренца обязано хаотическому поведению импульса в нормальном экстремальном пограничном слое.

§ 6. Виды потоков

Придадим второму уравнению системы уравнений плотности импульса P_4 другой вид

$$S_1: \quad \frac{d}{dt} \ln w = 2(\sigma_{13} - \sigma_{12} - \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b)); \quad w = \frac{\sigma_{12}^2}{\omega^2}.$$

Исключая с помощью уравнения гиперболичности σ_{13} и вводя количество $\chi = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \ln w + \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b)$ можно этому уравнению придать вид квадратного уравнения

$$S_2: \quad \sigma_{12}^2 + \chi \sigma_{12} + \omega^2 = 0.$$

Его решение

$$\sigma_{12} = -\frac{\chi}{2} \pm \sqrt{\frac{\chi^2}{4} - \omega^2}$$

для вещественных значений χ будет вещественным в области

$$|\omega| \leq \frac{\chi}{2}.$$

В задаче будет существовать критическое значение ротора

$$|\omega_{kp}| = \frac{|\chi|}{2}$$

превышение которого приводит к потере свойства вещественности компонент $\{\sigma_{12}, \sigma_{13}\}$.

При этом $\sigma_{12} = -\frac{\chi}{2}$; $w = 1$ и на движениях, удовлетворяющих условию

$$\frac{d}{dt} \ln w = 0$$

получаем

$$\chi = \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b).$$

Этому значению функции χ соответствует критическое значение ротора

$$S_3: \quad |\omega_{kp}| = \frac{\chi}{2}; \quad \chi = \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b)$$

В формуле S_3 функция b — вещественная; для вещественных значений b эта формула совпадает с формулой M_2 .

Как уже отмечалось в §4 здесь фундаментальное значение имеет факт существования критического значения ротора.

Критическое значение ротора делит потоки на энтропийном многообразии на два вида:

1. Ламинарные потоки ($|\omega| \leq |\omega_{kp}|$).
2. Турбулентные потоки ($|\omega| > |\omega_{kp}|$).

Важным свойством ламинарного потока является то, что для его описания нет необходимости в переходе от вещественного фазового пространства к комплексному фазовому пространству. Необходимость введения комплексного фазового пространства в частной проблеме странного аттрактора Лоренца определяется тем, что матрица плотности импульса $\Lambda^0 = \text{diag}\{\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}\}$ может принять комплексные значения. Но в ламинарном потоке матрица Λ^0 — вещественная матрица; описание этого потока в терминах вещественного фазового пространства более логично и просто.

§ 7. Ламинарного поток

I. Поскольку в ламинарном потоке матрица плотности импульса Λ^0 — вещественная матрица будем изучать ламинарный поток как поток на энтропийном многообразии вещественного конфигурационного пространства.

В этом случае уравнение потока вихря будет

$$R_1 : \quad \frac{d \ln \omega}{dt} = \sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon} \nu_1.$$

Присоединяя это уравнение к уравнению плотности импульса получим систему уравнений ламинарного потока

$$\begin{aligned} R_2 : \quad & \frac{d \ln \omega}{dt} = \sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon} \nu_1, \\ & \frac{d \ln \sigma_{11}}{dt} = -\sigma_{12} - \sigma_{11} + \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b), \\ & \frac{d \ln \sigma_{12}}{dt} - \sigma_{13} - \sigma_{12} - \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b) + \frac{d}{dt} \ln \omega, \\ & \sigma_{12} \sigma_{13} = -\omega^2 ; \quad b = \frac{\sqrt{\varepsilon} \nu_1}{\sigma_{11}} - 1. \end{aligned}$$

II. Для дальнейшего представляет интерес вопрос о знаках функции σ_{12} и производной $\dot{\omega}$.

Для определения $\text{sign} \sigma_{12}$ внесем следующие условия:

1. В ламинарном потоке функция σ_{12} — знакпостоянная величина.
2. $\nu_3 > |b|$.

Из решения уравнения S_2 для критического значения вихря имеем

$$\sigma_{12} = -\frac{\sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b)}{2}.$$

Из этой формулы следует: для $\nu_3 > |b|$; $\text{sign}\sigma_{12} = -1$.

Таким образом, мы установили, что в ламинарном потоке $\text{sign}\sigma_{12} = -1$.

Поскольку по уравнению гиперболичности $\sigma_{13} = -\frac{\omega^2}{\sigma_{12}}$, то $\text{sign}\sigma_{12} = -1 \rightarrow \text{sign}\sigma_{13} = 1$.

В задаче о знаке $\text{sign}\dot{\omega}$ ограничимся, для определенности, случаем

$$\text{sign}\omega = 1.$$

В этом случае из уравнения потока вихря следует

$$\text{sign}\dot{\omega} = \text{sign}(\sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon}\nu_1).$$

Будем изучать поток вихря, удовлетворяющий начальному условию

$$\omega = 0 \text{ при } t = 0.$$

Решение уравнения R_1 имеет вид

$$R_3: \quad \omega = \omega_0 e^{\tau_1 - \sqrt{\varepsilon}\nu_1 t}; \quad \tau_1 = \int_0^t \sigma_{11} dt_1.$$

Ясно, что на множестве решений уравнений плотности импульса R_2 решение R_3 , удовлетворяющее начальному условию должно иметь в ЭПС асимптотику σ_{11} вида $\sigma \simeq \frac{1}{t} + O(1)$. Эта асимптотика описывает стремительный рост возбужденной диссипации в ядре ЭПС и ее последующее снижение с ростом времени t . Получается, что движение ламинарного потока из состояния $\omega = 0$ сопровождается возникновением большой возбужденной диссипации. С течением времени возбужденная диссипация снижается, но для значений $\sigma_{11} > \sqrt{\varepsilon}\nu_1$ производная $\dot{\omega}$ будет иметь положительный знак.

$$\text{sign}\dot{\omega} = 1 \quad \forall \quad \sigma_{11} > \sqrt{\varepsilon}\nu_1.$$

В результате, если возбужденная диссипация потока диссипации превышает опорную диссипацию, ламинарный поток движется в направлении насыщения вихря. Здесь наблюдается интересное свойство: *процесс насыщения вихря сопровождается снижением возбужденной диссипации.*

Теперь мы готовы к формулировке ключевого фундаментального факта:

В момент достижения ротором критических значений $\omega = \omega_{кр}$, в диссипативной сплошной среде происходит возникновение вихревой структуры.

Этот факт отражает значительное достижение в феноменологии странного аттрактора.

Следствием этого факта будут два вывода:

1. *Ламинарный поток — это бесструктурный вихревой поток в диссипативной сплошной среде.*
2. *Турбулентный поток — это поток в диссипативной сплошной среде, содержащий вихревые структуры.*

Развивая далее феноменологию странного аттрактора Лоренца, я пришел к выводу о том, что зарождение вихревой структуры происходит не в хаосе, а в ламинарном потоке.

Также в ламинарном потоке происходит и созревание (развитие) вихревой структуры до момента насыщения; в хаосе происходит рождение и функционирование вихревой структуры.

Эта интерпретация существенным образом отличается от установившихся взглядов, берущих начало от работ И.Р. Пригожина. По классическому сценарию возникновение роста и развитие структуры происходит в хаосе; я же пришел к другому — результату, содержащемуся в следующем утверждении.

Утверждение VIII.1 *Зарождение вихревой структуры происходит в ламинарном потоке диссипативной сплошной среды.*

Это утверждение приводит к изменению взгляда на странный аттрактор; ключ проблемы турбулентности в странном аттракторе Лоренца находился в ламинарном потоке.

§ 8. Турбулентный поток

I. Уравнение потока вихря R_1 справедливо только для ламинарного потока; при переходе к исследованию турбулентного потока необходимо получить новое уравнение потока вихря.

Исходным при выводе уравнения потока вихря будет уравнение состояния

$$\omega = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(q_1 + q_1^*).$$

Из этого уравнения следует уравнение

$$G_1 : \quad \dot{\omega} = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(p_1 + p_1^*) ; \quad p_1 = \dot{q}_1.$$

Уравнение G_1 уже содержит отличительную черту турбулентности; поток вихря зависит от импульса.

В соответствии с P_1 примем для первой обобщенной координаты представление

$$\dot{q}_1 \triangleq \lambda_{11} q_1 ; \lambda_{11} = \sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon} \nu_1.$$

Принимая уравнение импульса в виде

$$G_2 : \quad \dot{p}_1 \triangleq i \omega_1 p_1,$$

имеем уравнение связи

$$G_3 : \quad \omega_1 = -i \left(\frac{d \ln \lambda_{11}}{dt} + \lambda_{11} \right).$$

Нужное нам уравнение получается из уравнений G_1, G_2, G_3

$$G_4 : \quad \dot{\omega} = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2} (p_{10} e^{i\tau_\omega} + p_{10}^* e^{-i\tau_\omega^*}), \quad \tau_\omega = \int^t \omega_1 dt_1,$$

$$\lambda_{11} = \sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon} \nu_1, \quad \omega_1 = -i \left(\frac{d \ln \lambda_{11}}{dt} + \lambda_{11} \right).$$

Присоединяя к этому уравнению уравнение плотности импульса получаем систему уравнений турбулентного потока

$$G_5 : \quad \dot{\omega} = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2} (p_{10} e^{i\tau_\omega} + p_{10}^* e^{-i\tau_\omega^*}) ; t \geq T,$$

$$\frac{d \ln \sigma_{11}}{dt} = \sigma_{12} - \sigma_{11} + \sqrt{\varepsilon} (\nu_1 + b),$$

$$\frac{d \ln \sigma_{12}}{dt} = \sigma_{13} - \sigma_{12} - \sqrt{\varepsilon} (\nu_3 + b) + \frac{d}{dt} \ln \omega,$$

$$\sigma_{12} \sigma_{13} = -\omega^2,$$

$$\tau_\omega = \int^t \omega_1 dt_1 ; \omega_1 = -i \left(\frac{d \ln \lambda_{11}}{dt} + \lambda_{11} \right),$$

$$\lambda_{11} = \sigma_{11} - \sqrt{\varepsilon}\nu_1; \quad b = \frac{\sqrt{\varepsilon}\nu_1}{\sigma_{11}} - 1.$$

Здесь T — точка торможения (перехода ламинарного потока в турбулентный).

Обратим внимание на важную деталь: система уравнений описывает поток вне ядра ЭПС. При выводе уравнения G_4 я исходил из предположения, что на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q существуют ламинарный и турбулентный потоки. Движение начинается с ламинарного потока, который в аттракторе — точке торможения перестает существовать; после точки торможения существует новый — турбулентный поток. Поэтому уравнение описывает только поток после аттрактора — точки торможения. Далее я предположил, что после точки торможения поток, не смотря на турбулентность, до входа в очередной ЭПС носит регулярный характер. Результатом этого предположения стало то, что в пределе при $\varepsilon \downarrow 0$ уравнение G_4 точно не примет вид уравнения N_{19} .

В уравнении G_4 отсутствуют члены, содержащие *sign* t , и оно будет совпадать с уравнением N_{19} почти всюду, за исключением ядра ЭПС.

Это не дефект; различие уравнений обязано различию исходных физических моделей. В задаче §5 отсутствует ламинарный поток, тогда как в уравнении G_4 предполагается существование ламинарного потока до аттрактора — точки торможения.

Причина различия этих физических моделей состоит в предельной некорректности состояния, описанного мною в §5.

II. Уравнение структурной энтропии гиперболической структуры имеет вид

$$\frac{dH_q}{dt} = \sigma_{12} + \sigma_{13} - \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 - b).$$

В случае существования в турбулентном потоке калибровочной гиперболической структуры будет справедливо уравнение

$$G_6: \quad \operatorname{Re}(\sigma_{12} + \sigma_{13} + \sqrt{\varepsilon}b) = \sqrt{\varepsilon}\nu_3.$$

Присоединение уравнения G_6 к системе уравнений G_5 приведет к переопределенности. В системе G_5 содержатся 4 уравнения, описывающих движение четырех зависимых переменных $\{\omega, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}\}$; привлечение еще одного уравнения приведет к превышению числа уравнений. Это приводит к выводу о том, что в регулярном случае в турбулентном потоке на энтропийном многообразии на конечном отрезке времени не существует калибровочная гиперболическая структура.

Отсутствие калибровочной гиперболической структуры является причиной хаоса в странном аттракторе Лоренца. Механизм этого хаоса выглядит следующим образом. В диссипативной среде движение плотности импульса происходит либо в сторону калибровочной гиперболической структуры, либо в сторону точки торможения.

Поскольку в турбулентном потоке калибровочной гиперболической структуры не может существовать конечный отрезок времени, то состояние диссипативной сплошной среды можно определить как процесс возникновения и разрушения калибровочной гиперболической структуры. Здесь и возникает перемежаемость: спокойные "окна ламинарности" чередуются периодами развитой турбулентности.

Другими словами, суть дела можно описать так: в странном аттракторе Лоренца принцип компенсации не выполняется. В заключение я дам краткий анализ синхронизации.

Из уравнения гиперболичности следует

$$\sigma_{13} = -\frac{\omega^2}{|\sigma_{12}|^2} \sigma_{12}^*,$$

отсюда

$$\operatorname{Im} \sigma_{13} = \frac{\omega^2}{|\sigma_{12}|^2} \operatorname{Im} \sigma_{12}.$$

При синхронизации

$$\operatorname{Im} \sigma_{13} = \operatorname{Im} \sigma_{12}$$

и условие синхронизации будет

$$|\sigma_{12}|^2 = \omega^2.$$

В этом случае будет справедливо частное решение §4.

$$\sigma_{13} = -\sigma_{12}^*.$$

Но этим частным решением не исчерпываются решения системы G_5 . Поэтому важным фактором, влияющим на хаос, выступает отсутствие синхронизации.

§ 9. Переход ламинарного потока в турбулентный

I. Пусть ламинарный поток возникает в точке $t = 0$ и существует до точки $t = T$. В точке перехода (торможения) $t = T$ ламинарный поток переходит в турбулентный поток, существующий до точки $t = T_1$. В этом случае поток на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q будет состоять из двух потоков:

1. Ламинарный поток ($t \in [0, T]$)
2. Турбулентный поток ($t \in [T, T_1]$)

При этом я буду предполагать выполнение условия насыщения вихря $\text{sign} \dot{\omega} = 1$.

Как известно, условие насыщения вихря выполняется в случае интенсивного возбуждения диссипации при $\sigma_{11} > \sqrt{\varepsilon} \nu_1$.

Из уравнения потока вихря ламинарного течения получается

$$\omega = \omega_0 e^{\tau_1 - \sqrt{\varepsilon} \nu_1 t}; \quad \tau_1 = \int_0^t \sigma_{11} dt_1.$$

Условие в точке перехода очевидно: в точке $t = T$ интенсивность вихря достигает критического значения

$$H_1: \quad \omega|_{t=T} = \omega_{kp}; \quad \omega_{kp} = \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + b).$$

Внося в функцию b значение $t = T$ имеем

$$B(t) = \frac{\sqrt{\varepsilon} \nu_1}{\sigma_{11}(t)} - 1; \quad \omega_{kp}(T) = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2} \left(\nu_3 - 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon} \nu_1}{\sigma_{11}(T)} \right).$$

Подстановка $\omega_{kp}(T)$ в условие H_1 приводит к нужному нам уравнению перехода

$$H_2: \quad \omega_0 e^{\tau_1(T) - \sqrt{\varepsilon} \nu_1 T} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2} \left(\nu_3 - 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon} \nu_1}{\sigma_{11}(T)} \right).$$

Здесь мы проблему существования турбулентного потока свели к проблеме существования решения уравнения H_2 .

Если существует решение уравнения H_2 , то существует турбулентный поток; в случае отсутствия решения течение будет ламинарным.

При этом существует два типа смешанного потока.

Если $T \sim O(1)$, то возникает хорошо известное явление — перемежаемость. Если $T \sim O(\varepsilon^\alpha)$, $\alpha > 0$, то существует ламинарное ядро. Можно допустить и существование еще одного варианта, при котором $\omega|_{t=0+} \geq \omega^{max}$; в этом случае будет существовать турбулентное ядро. Именно этот случай описывается моделью предельного состояния.

Более подробно рассмотрим случай ламинарного ядра.

В ламинарном ядре существует следующее асимптотическое решение уравнений ламинарного потока.

$$H_3: \quad \sigma_{11} = \frac{1}{t}; \quad \sigma_{12} = \sigma_{12}^0 t; \quad \sigma_{13} = \sigma_{13}^0 t; \quad \omega = \omega_0 t,$$

$$\sigma_{12}^0 \sigma_{13}^0 = -\omega_0^2 ; b = -1 ; \omega_{kp} = \frac{\sqrt{\varepsilon}(\nu_3 - 1)}{2} ; \text{sign} \sigma_{12}^0 = -1.$$

Уравнение перехода, соответствующее решению H_3 будет

$$H_4 : \quad 2\omega_0 T = \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 - 1).$$

Уравнение H_4 следует рассматривать как уравнение состояния ламинарного ядра.

II. Обратимся теперь к уравнению структурной энтропии гиперболической структуры

$$\frac{dH_q}{dt} = \sigma_1 ; \sigma_1 = \sigma_{12} + \sigma_{13} - \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 - b).$$

На формулах H_3 дивергентный инвариант будет

$$\sigma_1 = \frac{\beta}{t} - \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + 1).$$

Теперь я внесу предположение о том, что в точке перехода гиперболическая структура будет калибровочной структурой. Условие калибровки приводит к значению параметра β и дивергентного инварианта σ_1 .

$$\sigma_1(T) = 0 \rightarrow \beta = \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + 1)T,$$

$$H_5 : \quad \sigma_1 = \sqrt{\varepsilon}(\nu_3 + 1) \left(\frac{T}{t} - 1 \right).$$

Поскольку $\text{sign} \sigma_1 = 1 ; \forall t < T, \text{sign} \sigma_1 = -1 ; \forall t > T$, то энтропия H_q , определяемая дивергентным инвариантом H_5 растет до точки $t = T$, принимает максимальное значение в точке перехода $t = T$ и снижается при $t > T$. Это поведение структурной энтропии приводит к интересной интерпретации механизма возникновения турбулентности. Движение ламинарного потока в сторону насыщения вихря сопровождается ростом структурной энтропии; рост структурной энтропии означает улучшение гиперболической структуры. В точке насыщения (перехода) гиперболическая структура ламинарного потока достигает наивысшего совершенства. Теперь ключевой момент. Если бы существовал ламинарный поток в закритической зоне $t > T$, то гиперболическая структура вошла бы в цикл старения (разрушения). Но этого не происходит и переход к турбулентному потоку воспроизводит способ борьбы с разрушением структуры. Здесь следует заметить, что эта

интерпретация находится в полном соответствии с результатами И.Р. Пригожина и Ю.Л. Климонтовича.

III. Состояние завихренной диссипативной сплошной среды в окрестности точки торможения описывается распределениями с малым носителем $S = \sigma J$.

Выполняя трансляцию вдоль оси времени на величину T , совместим точку перехода с точкой $t = 0$.

Теперь введем новые представления для основных величин

$$\omega \stackrel{\Delta}{=} \omega_{kp} + \tilde{\omega} ; \omega_{kp} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2}(\nu_3 - 1,)$$

$$q_1 \stackrel{\Delta}{=} q_{kp} + \tilde{q}_1 ; q_{kp} = \frac{\omega_{kp}}{\sqrt{\nu_3}}, \tilde{q}_1 \stackrel{\Delta}{=} \tilde{\lambda} \tilde{q}_1.$$

Из уравнения состояния получаем

$$\omega = \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(q_1 + q_1^*) \rightarrow \tilde{\omega} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\sqrt{\nu_3}}{2}(\tilde{q}_1 + \tilde{q}_1^*).$$

Принимая $\tilde{q}_1 \in D'(S)$ получаем исходное уравнение в распределениях

$$\langle (\dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{\lambda} \tilde{q}_1) | \eta_1 \rangle = 0 ; \langle \delta | \eta_1 \rangle = \eta_1(0).$$

Это уравнение, в свою очередь, генерирует три уравнения

$$\langle (\dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{\lambda} \tilde{q}_1) | \eta \rangle = 0 ; \langle \delta | \eta \rangle = 0,$$

$$H_6 : \langle (\dot{p}_1 - i\tilde{\omega} p_1) | \eta \rangle = 0 ; p_1 = \dot{\tilde{q}}_1,$$

$$\langle (\dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\lambda}^2 - i\tilde{\omega}_1 \tilde{\lambda}) | \eta \rangle = 0.$$

Введем, следуя технике §5, σ -функцию и ее естественную регуляризацию $\tilde{\sigma}$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{t}.$$

В терминах σ -функции третье уравнение H_6 будет

$$H_7 : \dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\lambda}^2 - i\tilde{\omega} \tilde{\lambda} = B_0 \sigma^2.$$

Поскольку $\sigma^2 = \sigma_+^2 + \sigma_-^2$, то это уравнение распадается на два уравнения

$$\dot{\tilde{\lambda}}_- + \tilde{\lambda}_-^2 - i\tilde{\omega}_1^- \tilde{\lambda}_- = B_0^- \sigma_-^2 \quad \forall t \in \sigma J^-,$$

$$\dot{\bar{\lambda}}_+ + \bar{\lambda}_+^2 - i\bar{\omega}_1^+ \bar{\lambda}_1 = B_0^+ \sigma_+^2 \quad \forall t \in \sigma J^+.$$

Принимая

$$\bar{\lambda}_- = \frac{\bar{\lambda}_-}{t}; \quad t \in \sigma J^-, \quad \bar{\lambda}_+ = \frac{\bar{\lambda}_+}{t}; \quad t \in \sigma J^+,$$

и, следуя технике §5, в первом приближении получаем

$$H_8: \quad \bar{\lambda}_{\pm} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 2B_0^{\pm} \varepsilon}.$$

Теперь введем правдоподобную гипотезу: поскольку σJ^- расположен в ламинарной зоне, то следует принять $B_0^- = 0$. Значению $B_0^- = 0$ соответствует известное значение $\bar{\lambda}_- = 1$.

При $B_0^- = 0$ в окрестности точки перехода будет существовать односторонний хаос; при котором хаотическое состояние реализуется только в правой половине ЭПС ($t \in \sigma J^+$). В правой половине ЭПС на основе формулы H_8 получаем

$$H_9: \quad \bar{\lambda}_+ = \bar{\lambda}'_+ + i\bar{\lambda}''_+$$

Этому значению $\bar{\lambda}$ будут соответствовать известная из §5 формула

$$H_{10}: \quad \bar{q}_1^+ = \hat{q}_{10}^+ e^{i\bar{\lambda}''_+ \ln t} \bar{\lambda}'_+; \quad t \in \sigma J^+$$

Теперь перейдем к анализу полученных результатов.

Прежде всего отметим важное свойство: *структура и параметры хаоса в правой половине ЭПС (начального хаоса) не зависят от критического значения вихревой интенсивности $\omega_{кр}$ и от вихревой интенсивности $\tilde{\omega}$.*

Структура начального хаоса определяется хаотическим комплексным внутренним параметром $B_{\varepsilon}^+ = B_0^+ \varepsilon$.

Второй величиной, определяющей параметры начального хаоса, является импульс; начальное значение импульса p_0 является хаотическим параметром.

Но, с другой стороны, импульс — хаотическая величина прежде всего за счет комплексного внутреннего параметра B_{ε}^+ . Комплексный внутренний параметр B_{ε}^+ играет ключевую роль в странном аттракторе Лоренца.

Даже при детерминированном значении \bar{q}_{10}^+ хаотический комплексный внутренний параметр B_{ε}^+ неустраим; именно он и является главной причиной хаоса в странном аттракторе Лоренца.

Внутренний параметр B_{ϵ}^{+} характеризует строение диссипативной сплошной среды на глубинном уровне описания.

По сути, он характеризует несовершенство сплошной среды, подчиняющееся законам более низкого уровня описания, чем уровень матрицы плотности импульса.

Таким образом, хаос в странном аттракторе Лоренца является следствием существования глубинного уровня описания. При этом связь глубинного уровня описания с опорным уровнем происходит в пространстве распределений.

§ 10. Заключение

1. *Феноменологическое определение странного аттрактора Лоренца имеет вид:
Странный аттрактор Лоренца — это нормальный поток на энтропийном многообразии комплексного конфигурационного пространства, содержащий вихревую структуру и поток вихря и описывающий зарождение, развитие, движение и разрушение вихревой структуры.*
2. *Странный аттрактор Лоренца допускает изучение в нормальных координатах; при этом математическая техника нормального экстремального пограничного слоя формирует эффективный метод аналитического исследования.*
3. *Матрица плотности импульса определяет опорный иерархический уровень исследования странного аттрактора Лоренца.*
4. *В странном аттракторе Лоренца существует два состояния: ламинарное и турбулентное.*
5. *Причиной перехода ламинарного потока в турбулентный является существование критического значения интенсивности вихря; при достижении вихрем критических значений своей интенсивности в диссипативной сплошной среде возникает вихревая структура.*
6. *Ламинарный поток — это бесструктурный вихревой поток в диссипативной сплошной среде.*
7. *Турбулентный поток — это поток в диссипативной сплошной среде, содержащий вихревые структуры.*
8. *Ламинарный поток движется в направлении насыщения вихря; при этом процесс насыщения вихря (ротора) сопровождается снижением возбужденной диссипации.*
9. *Зарождение вихревой структуры происходит не в хаосе, а в ламинарном потоке.*
10. *Утверждение п.9 приводит к изменению взгляда на странный аттрактор; ключ проблемы турбулентности в странном аттракторе Лоренца находится в ламинарном потоке.*

11. В регулярном случае в турбулентном потоке на энтропийном многообразии на конечном отрезке времени не существует калибровочная гиперболическая структура.
12. Одной из причин хаоса и "странности" аттрактора Лоренца является несуществование калибровочной гиперболической структуры на конечном отрезке времени.
13. В странном аттракторе Лоренца не выполняется принцип компенсации.
14. Движение ламинарного потока в сторону насыщения вихря сопровождается ростом структурной энтропии и означает улучшение гиперболической структуры. В точке насыщения (перехода) гиперболическая структура ламинарного потока достигает наивысшего совершенства. Если бы существовала ламинарный поток в закритической зоне, то гиперболическая структура вошла бы в цикл старения (разрушения). Но этого не происходит и переход к турбулентному потоку является мерой борьбы с разрушением структуры.
15. Глубинной причиной хаоса является несовершенство диссипативной сплошной среды, подчиняющееся законам более низкого уровня описания, чем опорный уровень матрицы плотности импульса.
16. Хаос определяется хаотическим комплексным внутренним параметром $B_{\varepsilon}^{+} = B_0^{+}\varepsilon$.
17. Хаотический комплексный внутренний параметр B_{ε}^{+} неустраим; его происхождение не связано с неточностью вычислительного эксперимента; он существует и в точном аналитическом решении.
18. Второй величиной, определяющей параметры хаоса, является импульс; начальное значение импульса является хаотическим параметром.
19. И последнее. Хаос тесно связан с сингулярными распределениями. Существование среди решений сингулярных распределений является необходимым условием хаоса в случае вещественного времени.

Раздел IV

Внутреннее время

Глава IX. Хаос и внутреннее время

Глава X. Тепловые структуры

Глава XI. Солитон

Глава IX

Хаос и внутреннее время

Содержание

§1. Энтропийное внутреннее время	203
§2. Ретроспектива	207
§3. Гидродинамическая интерпретация	210
§4. Два импульса	214
§5. Трехмерные задачи	221
§6. Теорема двойственности состояния	226
§7. Странный аттрактор	231
§8. Связь с распределениями	235
§9. Хаотический импульс	238
§10. Заключение	241

§ 1. Энтропийное внутреннее время

И. Я свое исследование проблемы внутреннего времени начну с упоминания двух выдающихся естествоиспытателей; философа Анри Бергсона и физика Ильи Пригожина. Философская концепция времени обязана своим оформлением Анри Бергсону; тогда как благодаря многочисленным монографиям Ильи Пригожина мы располагаем глубокими современными знаниями о времени как физической проблеме. В частности, именно Ильей Пригожиным наиболее полно раскрыта и доказана значимость внутреннего времени в теории хаоса.

Теперь я обращусь к теории энтропии.

В энтропийной концептуальной модели естествознания внутреннее время возникает наиболее естественным образом при временной интерпретации энтропии. В моей монографии "Энтропия" в терминах процесса эволюции и жизни структур и систем принцип максимума энтропии Панченкова интерпретируется как принцип максимума времени жизни. При интерпретации энтропии, как времени жизни, структурная энтропия приобретает смысл внутреннего времени. Именно этот факт и определяет естественность введения внутреннего времени в энтропийную модель естествознания. Получается, что внутреннее время является неотъемлемым элементом любого объекта, допускающего энтропийное описание; поскольку внутреннее время адекватно, в определенном смысле, структурной энтропии.

Значимость внутреннего времени существенно возрастает в экстремальном пограничном слое; в силу инвариантности ЭПС в нем все процессы происходят в масштабе внутреннего времени. Этот ключевой факт зафиксирован мной в виде аксиомы экстремального пограничного слоя — аксиомы внутреннего времени. Напомню читателям формулировку этой аксиомы.

Аксиома внутреннего времени.

В экстремальном пограничном слое существует два комплексных времени:

1. энтропийное время s ,
2. астрономическое время z .

II. Опираясь на философскую систему Анри Бергсона, будем рассматривать две сущности: протяженность и длительность.

С использованием этих сущностей исчисление внутреннего времени можно осуществить в терминах длительности либо протяженности.

Во втором случае внутреннее время определяется как некоторый локальный функционал от текущего состояния ЭПС. В соответствии с принципом максимума энтропии Панченкова все состояния ЭПС реализуются на энтропийном многообразии. Если постулировать существование дивергентного инварианта $\sigma_1 = \text{div} \dot{\mathbf{q}}$ в качестве меры протяженности можно выбрать обобщенную координату. В итоге я пришел к выводу исходного постулата внутреннего времени.

Постулат внутреннего времени.

В экстремальном пограничном слое внутреннее время существует, если существует дивергентный инвариант

$$\sigma_1 = \text{div} F ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q$$

потока $F = F(\mathbf{q}, t)$ расположенного на энтропийном многообразии комплексного конфигурационного пространства.

Для формализованного описания внутреннего времени необходимо четыре базовые конструкции:

1. t — астрономическое (внешнее) время;
2. s — внутреннее время;
3. \mathbf{q} — комплексная обобщенная координата;
4. \mathcal{Q}_q — энтропийное многообразие комплексного конфигурационного пространства.

Будем предполагать, что поток $F(\mathbf{q}, t)$ определяет вектор скорости по шкале астрономического времени.

$$\dot{\mathbf{q}} = F(\mathbf{q}, t) ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q ; \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}.$$

В этом случае дивергентный инвариант будет

$$\sigma_1 = \text{div} \dot{\mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}.$$

В случае действительного фазового пространства введем отображение

$$T_s : \quad \mathbf{q} \rightarrow s ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q} ; s \in R.$$

Отображение T_s и задает представление внутреннего времени

$$G_1 : \quad s = T_s(\mathbf{q}) ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q} ; s \in R.$$

Перейдем от действительного фазового пространства к комплексному фазовому пространству; в этом случае при комплексной обобщенной координате возможны две реализации внутреннего времени.

1. $s = \text{Res}$ — вещественное внутреннее время;
2. $s = \text{Res} + i\text{Im}s$ — комплексное внутреннее время.

Физически более наглядный и доступный для нашего понимания вариант вещественного внутреннего времени не обладает симметрией в смысле "вещественная обобщенная координата — вещественное внутреннее время" и не имеет нужного уровня общности. Поэтому нам необходимо комплексное внутреннее время, поддерживающее симметрию "координата - время". В этом случае отображение T_s отображает комплексную обобщенную координату в комплексное внутреннее время.

$$G_2 : \quad s = T_s(\mathbf{q}) ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q} ; s \in \mathbb{C}^1.$$

Смысл мнимого времени я здесь обсуждать не буду; в пределах настоящей главы дан четкий смысл этого понятия. Но не следует опережать события; по мере изучения настоящей главы читатель получит исчерпывающий ответ на этот вопрос в необходимой доступной форме. Здесь существует еще один вопрос; в случае комплексного внутреннего времени каким будет астрономическое (внешнее) время? Если соблюдать симметрию "внешнее время — внутреннее время" необходимо сделать выбор в пользу комплексного внешнего времени. Я так и сделал.

III. Введем второе отображение

$$T_t : \quad s \rightarrow t ; \{s, t\} \in \mathbb{C}^1.$$

Это отображение определяет астрономическое (внешнее) время.

$$G_3 : \quad t = T_t(s).$$

Ясно, что теперь у нас возникает задача определения отображений $\{T_s, T_t\}$. Ключевое значение во всей теории внутреннего времени имеет тот факт, что задача определения отображений $\{T_s, T_t\}$ имеет эффективное решение в нашей теории энтропии.

Обратимся к хорошо известному уравнению структурной энтропии

$$\frac{dH_q}{dt} = \text{sign } K\sigma_1 ; q \in \mathfrak{Q}.$$

Пусть структурная энтропия удовлетворяет двойственности

$$G_4 : H_q = \begin{cases} H_q(t) \\ H_q(s) \end{cases}.$$

В этом случае из уравнения структурной энтропии следует

$$\frac{dH_q}{ds} = \text{sign } K\sigma_1 \frac{dt}{ds}.$$

Принимая

$$\frac{dt}{ds} \text{sign } K\sigma_1 = 1,$$

я и прихожу к дифференциальному уравнению внутреннего времени.

$$G_5 : \frac{ds}{dt} = \text{sign } K\sigma_1 ; t \in \sigma J.$$

Уравнение G_5 выражает известный из монографии "Энтропия" и лежащий в основе развиваемой теории внутреннего времени фундаментальный факт:

Структурная энтропия — внутреннее время.

$$G_6 : s = H_q.$$

Из G_1, G_6 следует, что отображение T_s и есть структурная энтропия.

$$G_7 : T_s = H_q.$$

Второе отображение T_t определяется из решения уравнения внутреннего времени G_5 . Таким образом, в энтропийной теории внутреннего времени проблема внутреннего времени сводится к проблеме исследования дифференциального уравнения внутреннего

времени. Одним из итогов выполненного выше символьного вывода будет следующее утверждение.

Утверждение IX.1 *При выборе в качестве внутреннего времени структурной энтропии дивергентный инвариант равняется единице, а уравнение структурной энтропии имеет вид*

$$\frac{dH_q}{ds} = 1.$$

Этот результат генерирует второе утверждение.

Утверждение IX.2 *Если внутреннее время равно структурной энтропии, то на комплексном энтропийном многообразии конфигурационного пространства будет справедливо уравнение дивергентного инварианта*

$$\operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} = 1 ; \mathbf{q} \in \mathfrak{Q} ; \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds}.$$

IV. Введем переобозначение.

$$G_8 : \quad z = t ; f = s ; w = \operatorname{sign} K \sigma_1.$$

В новых переменных уравнение внутреннего времени будет

$$G_9 : \quad \frac{df}{dz} = w ; |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

В дальнейшем конструктивной оказывается гидродинамическая интерпретация уравнения G_9 , по которой:

f — комплексный потенциал;

w — комплексная скорость.

§ 2. Ретроспектива

I. Фундаментальную роль внутреннего времени в энтропийной концептуальной модели естествознания для меня была очевидна еще в период работы над монографией "Энтропия"; я всегда держал проблему внутреннего времени в поле зрения и несколько раз обращался к её исследованию и обсуждению.

Ключевой результат "структурная энтропия — внутреннее время", оказавший определяющее влияние как на проблему энтропии в целом, так и на проблему внутреннего времени, был сформулирован в монографии "Энтропия". По сути дела, процесс

концептуального оформления был начат в этой монографии; потом он перешел в настоящую монографию; ряд материалов содержится в разделе II "Слабый экстремальный пограничный слой".

Для большей полноты и обсуждения деталей формирования моей концепции внутреннего времени я решил все ранее известные материалы собрать вместе. При этом я решил не давать им единообразия, а изложить их в исходной редакции, в ряде мест недостаточно хорошо согласующиеся с окончательными формулировками настоящей главы. Здесь главная цель — описание процесса формирования энтропийной концепции внутреннего времени. Моя энтропийная концепция внутреннего времени оригинальна и не имеет хотя бы частных аналогов либо фрагментов в работах других исследователей, включая А.Бергсона и И.Р.Пригожина.

Энтропийная концепция внутреннего времени нова и оригинальна в той же степени как новы и оригинальны введенные мною принцип максимума энтропии, структурная энтропия, энтропия импульса.

II. Впервые с проблемой собственного времени я столкнулся при разработке теории мониторинга; в этой теории внутреннее время получило название собственного времени. Объяснение здесь достаточно простое; термин "собственное время" больше соответствовал внутренней сущности задачи мониторинга.

Ясно, что по текущим значениям обобщенной координаты и импульса, по сути дела, не решить главных прикладных задач мониторинга — нужно вводить некоторое количество, являющееся средним по статистическому ансамблю. У нас это количество есть — энтропия и её компоненты. Здесь прежде всего речь идет о структурной энтропии. В нашей теории структурная энтропия и рассматривается в качестве меры текущего состояния системы.

Одним из фактов, имеющим важное концептуальное значение, является тот факт, что проблема мониторинга — сингулярная проблема. В основе любой системы лежит некоторый проект; проект существует до реализации системы и на его основе система создается. В частности, для человека проект — это его генетический код.

Теперь приведем достаточно очевидное утверждение: регулярная траектория системы — это траектория её функционирования в соответствии с проектом.

В действительности ни одна сложная система не движется по регулярной траектории. Существует большое число факторов, которые вносят сингулярные возмущения и заставляют систему двигаться по сингулярной траектории. В результате функционирование системы в фазовом пространстве описывает сингулярное множество, состоящее из регулярного ядра и сингулярной оболочки. И проблема мониторинга состоит не только в описании

регулярного ядра, а главным образом в исследовании и алгоритмизации сингуальной оболочки.

В проблеме мониторинга существует две основные задачи:

1. Расчет в терминах энтропии регулярной эволюции сложной системы.
2. Определение в терминах энтропии текущего возмущенного состояния сложной системы и его сопоставление с регулярным состоянием.

Первичными понятиями в задаче мониторинга являются понятия длительности:

1. Время рождения системы (t_0).
2. Время жизни системы (T).
3. Астрономическое время (t).
4. Собственное время.

В свою очередь собственное время системы имеет две реализации:

1. Регулярное собственное время.
2. Текущее собственное время.

Здесь фундаментальное значение имеет следующий факт: собственное время системы — ненаблюдаемая величина, оно может быть определено только алгоритмическим путем.

Именно этот факт и определяет значимость теории мониторинга — в нашем распоряжении имеется только теоретический путь определения собственного времени.

Если это так, то возникает вопрос: что является мерой собственного времени?

Наша теория дает четкий ответ: мерой собственного времени является структурная энтропия. Это следует из смысла структурной энтропии как меры организации структур, возникающих в виртуальной сплошной среде.

Но в этом случае на передний план выступает проблема исчисления внутреннего времени, и в нашей теории эта проблема нашла эффективное решение. Как установлено в монографии "Энтропия", жизнь — это двусторонний процесс преобразования энтропии импульса в структурную энтропию.

Далее, простым путем я установил, что энтропия может интерпретироваться как время жизни структуры; но в этом случае наш принцип максимума энтропии имеет ясную и простую интерпретацию. *В терминах процесса эволюции и жизни структур и систем экстремальный принцип Панченкова интерпретируется как принцип максимума времени жизни.*

При интерпретации энтропии как времени жизни структуры структурная энтропия приобретает смысл внутреннего времени; здесь интересным является то, что существует формульный вывод этого утверждения, содержащийся в §9 главы XVII монографии [378].

Механизм использования структурной энтропии в качестве внутреннего времени хорошо иллюстрирует следующий пример.

Введем внутреннее время для скаляра $q \in R_+$ с помощью тождественного представления

$$q = q(s) ; q \equiv e^s ; s = \ln q.$$

Этот пример и объясняет механизм исчисления времени s в единицах протяженности.

§ 3. Гидродинамическая интерпретация

1. Выполним две необходимые операции:

1. Расположим ЭПС внутри круга радиуса R

$$|z| < R.$$

2. Внесем предположение, что точка $z_0 = 0$ — изолированная особая точка. В этом случае комплексный потенциал будет аналитичным в круговом кольце K .

$$0 < |z| < R.$$

Введем открытую область D

$$z \in D ; |z| < R.$$

Отождествляя область D с множеством, на котором определен ЭПС мы приходим к выводу:

Экстремальный пограничный слой расположен в открытой области D , представляющей внутренность круга радиуса R .

Радиус круга R определяется малым калибровочным радиусом и, в дальнейшем, мы будем рассматривать следующую конкретизацию

$$R \triangleq \sqrt{\epsilon}.$$

Одной из главных задач теории внутреннего времени является задача установления структуры изолированной особой точки $z_0 = 0$. На основе исходных аксиом в ЭПС не может существовать устранимая особая точка; поэтому устранимую особую точку я исключил из дальнейшего анализа.

В результате в ЭПС могут существовать два типа изолированной особой точки:

1. Полюс.

2. Существенно особая точка.

Для первого типа — полюса комплексная скорость будет иметь вид

$$w \triangleq w_1 + w_2$$

$w_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ — правильная часть ряда Лорана.

$w_1 = \sum_{n=1}^k \frac{c_{-n}}{z^n}$ — главная часть ряда Лорана.

Теперь я введу, нужное для дальнейшего, представление комплексного потенциала

$$f \triangleq \ln V_q.$$

Далее нам следует предположить, что функция V_q — аналитична в круговом кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$, а положение особых точек функции $\{f, V_q\}$ — совпадает.

Первый результат по структуре особой точки определяет следующая лемма.

Лемма о полюсе. Если комплексный потенциал $f = \ln V_q$ и аналитическая в кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$ функция V_q имеет в точке $z = 0$ устранимую особую точку либо полюс, то комплексная скорость будет иметь вид

$$w = \frac{\beta}{z} + w_1; \quad z \in D.$$

w_1 — правильная часть лорановского разложения.

Доказательство.

По теореме о логарифмической производной логарифмическая производная аналитической в кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$ функции V_q имеет в особой точке $z = 0$ полюс первого порядка [278]. В этом случае будет справедлива асимптотическая оценка.

$$\frac{dV_q}{dz} \sim \frac{1}{O(|z|)}; \quad z \in D.$$

Но из уравнения внутреннего следует

$$\left\{ \frac{df}{dz} = w; \quad f \triangleq \ln V_q \right\} \rightarrow w = \frac{dV_q}{dz}.$$

Этот результат показывает, что комплексная скорость является логарифмической производной функции V_q . Теперь на основе асимптотической оценки функций получаем асимптотическую оценку комплексной скорости

$$w \sim \frac{1}{O(|z|)}; \quad z \in D.$$

Эта асимптотическая оценка справедлива в случае, когда комплексная скорость имеет в точке $z = 0$ полюс первого порядка. В свою очередь, аналитическая функция в кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$, имеющая в точке $z = 0$ полюс первого порядка имеет лорановское разложение

$$w = \frac{\beta}{z} + w_1; \quad z \in D, \quad w_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n.$$

Но это разложение содержит формулировка леммы, что и доказывает её утверждение. ■

II. Перейдем к определению скачка комплексного потенциала при пересечении ядра ЭПС.

$$[f] = f(\varepsilon) - f(-\varepsilon), \quad f(\varepsilon) = f(z)|_{z=\varepsilon}; \quad f(-\varepsilon) = f(z)|_{z=-\varepsilon}.$$

Обходя особую точку снизу для скачка комплексного потенциала, определяемого комплексной скоростью.

$$N_1: \quad w = \frac{N + i\Gamma}{2\pi} \frac{1}{z}$$

получаем следующую формулу

$$N_2: \quad [H_q] = \frac{\Gamma}{2} - i \frac{N}{2}.$$

Выделяя действительную часть, имеем

$$\operatorname{Re}[H_q] = \frac{\Gamma}{2}.$$

Комплексная скорость N_1 имеет четкую гидродинамическую интерпретацию; это комплексная скорость вихреисточника.

При этом

Γ — интенсивность вихря, N — интенсивность источника.

Теперь формула N_3 приобретает фундаментальное значение; *если мерой совершенства структуры считать действительную часть структурной энтропии, то изменение структуры при перенесении ядра ЭПС равно половине интенсивности вихря.* Этот результат и приводит к выводу о ключевой роли ротора (вихря) в проблеме возникновения и существования структур в диссипативной сплошной среде. Фундаментальную роль ротора я установил ещё в разделе "Слабый экстремальный пограничный слой";

тезис о ключевой значимости ротора (вихря) я последовательно развивал и усиливал в разделе III "Нормальный экстремальный пограничный слой". Здесь формула N_3 занимает особое место; именно она доказывает, что сущность, которую мы называем "структура" есть "вихревая структура". Формула N_3 является убедительным подтверждением, высказанного мною в разделе III "Теория потенциала ускорений" монографии "Энтропия" положения о том, процессы самоорганизации есть процессы самоорганизации вихревых структур и будущая теория самоорганизации будет в большей мере теорией самоорганизации вихревых структур. Здесь полезно напомнить читателю, что вопрос об общности вихревых структур и о вихревой парадигме Вселенной активно обсуждается и исследуется в научной литературе. Но это обсуждение идет на уровне предположений и гипотез; а нам нужны строгие результаты и доказательства. Формула N_3 представляет строгий результат, входящий в число многочисленных важных результатов настоящей монографии по проблеме вихревых структур. Этот результат имеет важное значение и для методологии современного естествознания. В более общем смысле речь идет о вихревых структурах и их роли в процессах самоорганизации.

Значимость вихревых структур для методологии прежде всего обязана тому, что, введенные И.Пригожиным, посредством содержательного определения и сыгравшие важную познавательную роль, "диссипативные структуры" на современном этапе перестают играть конструктивную роль. Причина этого в том, что "диссипативные структуры", понятие излишне общее и размытое; в настоящее время мы должны знать, что скрывается за этим таинственным и туманным термином. А мы не знаем. Не знаем потому, что отсутствует строгое формализованное определение диссипативных структур в символьном виде. Совсем другое дело с вихревыми структурами; вихревые структуры имеют точное строгое определение в символьном виде. Существование символического формализованного определения вихревых структур открыло широкие возможности для развития теории вихревых структур в диссипативной сплошной среде, включая теорию их самоорганизации.

Выделение из состава диссипативных структур вихревых структур оказало революционизирующее воздействие на развитие теории хаоса и самоорганизации. Но пока это часть общей проблемы. Ещё одна часть проблемы опирается на вопрос: а что остается после выделения из диссипативных структур вихревых структур? Здесь я не готов дать ответ на этот вопрос; но в настоящей монографии я дал на него ответ в дальнейшем, в последующих главах и разделах. Мы значительно продвинемся в разгадке тайн Природы и Вселенной, если дадим полную и строгую клас-

сификацию типов и структур.

§ 4. Два импульса

I. Я начну изложение, следуя монографии "Энтропия", с обсуждения важной двойственности — двойственности представления импульса.

$$S_1 : \quad \mathbf{p} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p} \in \Omega_p \\ \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \Omega_q \end{array} \right.$$

Будем рассматривать импульс как поток в конфигурационном пространстве

$$S_2 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p} ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

В случае первой компоненты

$$S_3 : \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Равенство дивергенции нулю означает существование в потоке калибровочной структуры.

Теперь будем рассматривать уравнение S_2 как первое уравнение канонической системы Гамильтона с гамильтонианом

$$S_4 : \quad H = \frac{1}{2}(\mathbf{p} \mid \bar{\mathbf{p}}) \mathbf{C}^a + \Pi ; \Pi = \Pi(\mathbf{q}, t),$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}},$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}}.$$

При такой интерпретации потока S_2 мы приходим к известному выводу о том, что гамильтонова механика — механика калибровочной структуры. Отождествляя калибровочную структуру с частицей, мы приходим к заключению о том, что каноническое уравнение Гамильтона S_4 описывает движение частицы. Эта интерпретация чрезвычайно важна для понимания дальнейшего.

Теперь перейдем ко второй компоненте двойственности S_1 . Здесь нам следует обратиться к стандартному приему; постулировать импульс в виде один-формы

$$S_5 : \quad \mathbf{p} \stackrel{\Delta}{=} \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Теперь для второй компоненты двойственности S_1 поток S_2 будет

$$S_6: \quad \dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \mathfrak{Q}_q.$$

Но в этом случае произошли принципиальные изменения; дивергенция перестала быть равной нулю.

$$\operatorname{div} \dot{q} \neq 0.$$

Но это означает, что в противоположность потоку S_2 , поток S_6 не содержит калибровочной структуры.

Этот факт побудил меня по-новому взглянуть на представление импульса в виде один-формы.

При классическом подходе на представление S_5 смотрят как на формальный математический прием, полезный для развития теории, но не меняющий исходную феноменологию. Но оказалось, что это не так.

Выполнив переход

$$S_7: \quad p \in \Omega_p \rightarrow p = \Lambda q; \quad q \in \Omega_q.$$

мы изменили объект — обладатель импульса.

В первом случае импульс является импульсом частицы; а во втором — импульсом виртуальной среды. Между этими импульсами существует принципиальная разница; по сути, это различные импульсы и у нас есть два импульса.

Отсюда следует, что формула S_1 определяет два различных импульса и формирует симметрию — двойственность импульса. Опираясь на этот факт в книге "Энтропия" я ввел два вида импульса:

1. Присоединенный импульс.
2. Свободный импульс.

Эти импульсы вводятся следующими определениями.

Определение IX.1 *Присоединенным импульсом называется сопряженный импульс, связанный с обобщенной координатой взаимно однозначным отображением.*

Определение IX.2 *Импульс, имеющий смысл координаты пространства импульса Ω_p , называется свободным импульсом.*

Обращаю внимание читателя на то, что переход S_7 обладает глубинным, но при первом взгляде почти неосознаваемым, фундаментальным смыслом. Под фасадом безобидного математического приема скрывается крутая смена ситуации. В определенном смысле, здесь происходит переход от механики частицы (в частном случае гамильтоновой механики) к механике сплошной среды. Именно это, в основной части, и определяет различие между

гамильтонианом H и нашим потенциалом ускорений Θ . Гамильтониан H является структурой механики частицы, а потенциал ускорений — структурой виртуальной сплошной среды.

Сужение свободного импульса на энтропийное многообразие будет зависеть от параметра — времени z , что, в свою очередь, приводит ко второй двойственности

$$S_8: \quad p = \begin{cases} p \in \Omega_p \\ p(z); p(z) \in \mathfrak{P}_p; \mathfrak{P}_p \subset \Omega_p \end{cases}$$

Эта двойственность определяет другую симметрию — двойственность свободного импульса.

Из двух симметрий; двойственности импульса и двойственности свободного импульса следует вывод о том, что свободный и присоединенный импульсы имеют различные частные и полные производные по времени:

1. Свободный импульс.

$$p \in \mathfrak{P}_p; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz}$$

2. Присоединенный импульс.

$$p = \Lambda q; \quad q \in \mathfrak{P}_q; \quad \frac{\partial p}{\partial z} \neq \frac{dp}{dz}.$$

II. Переходим к формированию импульса экстремального пограничного слоя. Здесь исходная стартовая позиция следующая; слепо переносить механический импульс внутрь ЭПС нельзя. Необходимо новое самостоятельное определение импульса ЭПС.

Этот вывод опирается на аксиому внутреннего времени.

Поскольку в частном случае инвариантного ЭПС в ЭПС существует только внутреннее время, до идентификации параметр z (астрономическое время) внутри ЭПС лишен смысла. Поэтому в частном случае инвариантного ЭПС в инвариантной теории эк-

стремального пограничного слоя производная $\frac{dq}{dz}$ не имеет смыс-

ла; следствием этого будет то, что механический импульс $p \triangleq \frac{dq}{dz}$

также лишен смысла. Только на заключительном этапе при идентификации (связи ЭПС с многообразием потенциала ускорений) устанавливается связь внутреннего и астрономического времени;

при этом уравнение механического импульса $p = \frac{dq}{dz}$ будет вы-

ступать в роли определяющего уравнения (уравнения связи). Приведенное обсуждение привело меня к выводу о необходимости придания импульсу ЭПС более общего смысла, по сравнению с механическим импульсом.

Эту общность я привнес следующим постулатом.

Постулат импульса экстремального пограничного слоя.
Импульс экстремального пограничного слоя - это сопряженная координата фазового пространства.

Кроме этого постулата я ввел симметрию — адекватность структуры обобщенной координаты и импульса:

Далее следует достаточно очевидное и естественное предположение о том, что на энтропийном многообразии пространства импульса, импульс ЭПС зависит от параметра — внутреннего времени.

Итогом выполненного анализа стали две двойственности

$$S_9: \quad \mathbf{q} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q} \in \Omega_q \\ \mathbf{q}(s); \mathbf{q}(s) \in \mathcal{Q} \end{array} \right. \quad \mathbf{p} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p} \in \Omega_p \\ \mathbf{p}(s); \mathbf{p}(s) \in \mathcal{P} \end{array} \right.$$

Из второй двойственности следует

$$S_{10}: \quad \mathbf{p} \in \mathcal{P}; \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial s} = \frac{d\mathbf{p}}{ds}.$$

Результат S_{10} имеет известный смысл: импульс инвариантно го ЭПС — свободный импульс.

Следующий вывод имеет вид: механика экстремального пограничного слоя не физическая; и, в частности, не ньютонова механика.

Это следует из того, что импульс ЭПС не совпадает с механическим

импульсом. Получается, что внутри ЭПС существует своя самостоятельная механика, не совпадающая с классической механикой.

Поскольку существует два импульса: импульс пространства потенциала ускорений и импульс ЭПС, то существует два состояния:

1. Состояние экстремального пограничного слоя.
2. Состояние пространства потенциала ускорений.

Каждое состояние описывается своей локальной системой координат; в итоге мы приходим к выводу о существовании двух локальных систем координат:

1. $\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\}$ — локальная система координат пространства потенциала ускорений;
2. $\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\}$ — локальная система координат экстремального пограничного слоя.

В этих системах координат обобщенные координаты имеют тождественную интерпретацию (совпадают); тогда как импульсы имеют различную интерпретацию.

Важным фактом является то, что энтропийные многообразия, описываемые различными локальными системами координат имеют различную структуру. В пространстве потенциала ускорений

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(z) ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q},$$

$$\mathbf{p} = (\mathbf{q}, z) ; \mathbf{p} \in \mathcal{P}.$$

Здесь существует диффеоморфизм

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$$

и импульс можно рассматривать, как структуру, заданную на энтропийном многообразии конфигурационного пространства.

В экстремальном пограничном слое (до идентификации)

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(s) ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}(s) ; \mathbf{p} \in \mathcal{P}.$$

Получаем, что в ЭПС до идентификации и присоединения импульса диффеоморфизма нет и импульс не есть структура, заданная на энтропийном многообразии конфигурационного пространства.

II. Воспользуемся рядом известных результатов энтропийной теории диссипации. Прежде всего введем в теорию внутреннего времени известную скалярную функцию — потенциал скоростей Φ и многообразии потенциала скоростей.

$$D = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid D \subset N, \Phi ; \xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Здесь N — градиентное многообразие.

$$N = \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid N \subset \mathcal{Q}, \nabla, \xi \}$$

$\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ — псевдоевклидова метрика.

Каноническая система уравнений потенциала скоростей имеет вид

$$S_{11} : \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} ; \mathbf{q}, \mathbf{p} \in D,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{p}}.$$

Здесь производная "·" = $\frac{d}{ds}$ На многообразии D дивергенции определяются формулами

$$\text{div} \dot{\mathbf{q}} = \Delta^+ \Phi ; \mathbf{q} \in D_q ; D = D_q \times D_p$$

$$\text{div} \dot{\mathbf{p}} = -\Delta^- \Phi ; \mathbf{p} \in D_p,$$

$$\Delta^+ = \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial q_n^2},$$

$$\Delta^- = \frac{\partial^2}{\partial p_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial p_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial p_n^2}.$$

Если существует дивергентный инвариант, то

$$S_{12} : \quad \Delta^+ \Phi = \sigma_1 ; \mathbf{q} \in D_q,$$

$$\Delta^- \Phi = \sigma_1 ; \mathbf{p} \in D_p.$$

В случае отсутствия дивергентного инварианта потенциал скоростей удовлетворяет следующему уравнению

$$S_{13} : \quad \diamond \Phi = 0 ; \mathbf{q}, \mathbf{p} \in D ; \diamond = \Delta^+ - \Delta^-.$$

Поскольку по шкале внутреннего времени дивергентный инвариант равен единице, то уравнения S_{12} будут

$$S_{14} : \quad \Delta^+ \Phi = 1 ; \mathbf{q} \in D_q,$$

$$\Delta^- \Phi = 1 ; \mathbf{p} \in D_p.$$

III. Нужную конкретизацию потенциала скоростей я задаю градиентами в евклидовой метрике

$$, S_{15} : \quad \text{grad}_q \Phi = \bar{\Lambda} \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in D_q ; S_p \bar{\Lambda} = 1$$

$$\text{grad}_p \Phi = \hat{\Lambda} \mathbf{p} ; \mathbf{p} \in D_p ; S_p \hat{\Lambda} = 1.$$

В уравнениях S_{15}

$$\text{grad}_q \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} ; \text{grad}_p \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{p}}.$$

Теперь, для потенциала скоростей, заданного градиентами S_{15} из канонической системы получаем каноническую систему уравнений хаотической механики

$$\begin{aligned} S_{16}: \quad \dot{\mathbf{q}} &= \bar{\Lambda} \mathbf{q}; \quad Sp\bar{\Lambda} = 1; \quad \mathbf{q} \in D_q, \\ \dot{\mathbf{p}} &= -\hat{\Lambda} \mathbf{p}; \quad Sp\hat{\Lambda} = 1; \quad \mathbf{p} \in D_p, \\ \bar{\Lambda} &= diag\{\bar{\lambda}_1; \bar{\lambda}_2; \dots; \bar{\lambda}_n\}; \quad \hat{\Lambda} = diag\{\hat{\lambda}_1; \hat{\lambda}_2; \dots; \hat{\lambda}_n\}. \end{aligned}$$

Если принять для структурной энтропии и энтропии импульса известные формулы

$$S_{17}: \quad H_q \triangleq \ln V_q,$$

$$H_p \triangleq \ln V_p,$$

то объемы $\{V_q, V_p\}$, соответствующие канонической системе, будут

$$V_q = \Pi \mathbf{q}; \quad \Pi \mathbf{q} = \prod_1^n q_i,$$

$$V_p = \Pi \mathbf{p}; \quad \Pi \mathbf{p} = \prod_1^n p_i.$$

Из глобальной симметрии $H_f = const$ следует

$$S_{18}: \quad \Pi v = const,$$

$$v = col\{q_1 p_1; q_2 p_2; \dots; q_n p_n\}.$$

Обратим внимание на важную деталь; уравнение S_{18} отражает основное свойство хаоса — гиперболичность; поэтому это уравнение следует назвать уравнением гиперболичности.

Свойство гиперболичности уравнений S_{10}, S_{18} и является основной причиной хаоса; получается, что уравнения S_{16} (либо S_{18}) на некотором глубинном уровне, определяющем их структуру содержат хаос. Этот факт и повлиял на мой выбор специального нового термина "хаотическая механика" для механики ЭПС.

IV. Поскольку матрица $\bar{\Lambda}$ — диагональная матрица, то первое уравнение канонической системы уравнений S_{16} можно рассматривать, как исходное представление потока $\dot{\mathbf{q}}$ в нормальных координатах. Но в этом случае вектор импульса ЭПС в одном из способов присоединения можно отождествить с вектором плотности присоединенного импульса.

$$S_{19}: \quad \mathbf{p} \equiv \Lambda.$$

При таком отождествлении второе векторное уравнение канонической системы S_{16} будет уравнением плотности импульса.

В результате мы приходим к следующему утверждению.

Утверждение IX.3 *В нормальных координатах импульс экстремального пограничного слоя во внешнем описании в частном случае может быть плотностью присоединенного импульса.*

Таким образом, для получения присоединенного импульса необходимо в одном из способов присоединения выполнить два действия:

1. Переобозначение

$$\mathbf{p} = \Lambda.$$

2. Введение механического присоединенного импульса

$$\mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q}.$$

V. Каноническая система имеет вид линейной системы, но, фактически, она является нелинейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. В ней диагональные матрицы зависят от вектора фазового пространства, что и привносит нелинейность. В достаточно общем случае матрицы $\{\bar{\Lambda}, \hat{\Lambda}\}$ имеют следующую структуру:

$$S_{20} : \quad \bar{\Lambda} \triangleq \bar{\Lambda}(\mathbf{q}, \mathbf{q}^*, \mathbf{p}, \mathbf{p}^*, s), \quad \hat{\Lambda} \triangleq \hat{\Lambda}(\mathbf{q}, \mathbf{q}^*, \mathbf{p}, \mathbf{p}^*, s).$$

§ 5. Трехмерные задачи

I. В настоящее время в хаотической механике наибольшую значимость и повышенный интерес имеют многочисленные физические проблемы, в связи с чем в дальнейшем, я, как правило буду рассматривать трехмерные задачи.

Поскольку след матрицы $\bar{\Lambda}$ равен единице в трехмерной проблеме из уравнения гиперболичности следует уравнение

$$S_{20} : \quad q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = V_q^0 e^s.$$

Это уравнение также является основным уравнением хаотической механики.

II. Обратимся теперь к энтропийному внутреннему времени. Для комплексной скорости

$$w = \frac{\beta}{z}; \quad z \in D$$

внутреннее время будет

$$s = \beta \ln z + s_0.$$

При согласовании внутреннего времени с астрономическим временем комплексное время z будет принимать вещественное значение вне ядра ЭПС.

В этом случае можно принять

$$S_{21}: \quad z = t; \quad \forall t \in (\varepsilon \div \sqrt{\varepsilon}) \vee (-\sqrt{\varepsilon} \div -\varepsilon).$$

При этом в ядре ЭПС будет существовать комплексное время

$$\operatorname{Im} z \neq 0 \quad \forall |t| < \varepsilon.$$

Перейдем к согласованию времен. Возьмем условие согласования в виде

$$|t| = \varepsilon \rightarrow s = 0.$$

В этом случае формула связи времен будет

$$S_{22}: \quad s = \beta \ln \frac{z}{\varepsilon}.$$

III. Среди множества решений уравнений хаотической механики выделим класс, проникающих решений — решений, продолжимых из ЭПС на многообразия потенциала ускорений.

Эти решения восстанавливаются при присоединении импульса и должны удовлетворять уравнению

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \Lambda \mathbf{q}.$$

Если Λ — диагональная матрица, то во внутреннем описании она переходит в свободный импульс нормального пограничного слоя.

Вводя переобозначение

$$\mathbf{p} = \Lambda$$

и комплексное время z , получаем

$$\frac{d\mathbf{q}}{dz} = \mathbf{p} \mathbf{q}.$$

Теперь для связи времен, определяемой формулой S_{22}

$$\frac{d\mathbf{q}}{dz} = \frac{\beta}{\varepsilon} e^{-\frac{s}{\beta}} \frac{d\mathbf{q}}{ds}$$

имеем двойственность

$$\frac{d\mathbf{q}}{ds} = \begin{cases} \bar{\Lambda}\mathbf{q} \\ \frac{\varepsilon}{\beta} e^{\frac{s}{\beta}} \mathbf{q} \end{cases}.$$

Из этой двойственности следует

$$S_{23}: \quad \bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{\beta} e^{\frac{s}{\beta}} \mathbf{p}$$

IV. Первый общий результат, относящийся к проникающим решениям содержится в следующей лемме.

Лемма IX.1 В шестимерном комплексном фазовом пространстве система уравнений экстремального пограничного слоя

$$\frac{d\mathbf{q}}{ds} = \bar{\Lambda}\mathbf{q}; \quad Sp\bar{\Lambda} = 1;$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = -\hat{\Lambda}\mathbf{p}; \quad Sp\hat{\Lambda} = 1;$$

$$\bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3\}; \quad \hat{\Lambda} = \text{diag}\{\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3\}$$

имеет аналитические решения в кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$, удовлетворяющие уравнениям связи

$$s = \beta \ln \frac{z}{\varepsilon}; \quad \bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{\beta} e^{\frac{s}{\beta}} \mathbf{p}$$

$$1. \quad \beta = 3$$

$$\bar{\Lambda} = \text{const}; \quad \hat{\Lambda} = \frac{E}{3}; \quad E = \text{diag}\{1, 1, 1\}$$

$$2. \quad \beta = 2$$

$$\bar{\lambda}_1 = \text{const}; \quad \bar{\lambda}_2 = \text{const}; \quad \bar{\lambda}_3 = 0; \quad \hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = \frac{1}{2}; \quad \hat{\lambda}_3 = 0.$$

Доказательство.

Будем рассматривать частные решения, удовлетворяющие условию $\hat{\Lambda} = const$. В этом случае решение второго уравнения системы уравнений ЭПС будет

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 e^{-s\hat{\Lambda}}.$$

Этому решению соответствует вектор

$$\bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{\beta} \mathbf{p}_0 e^{s(\frac{E}{\beta} - \hat{\Lambda})}.$$

В свою очередь

$$Sp\bar{\Lambda} = 1 \rightarrow \sum_{j=1}^3 p_{j0} e^{-s\hat{\lambda}_j} = \frac{\beta}{\varepsilon} e^{-\frac{s}{\beta}}.$$

При произвольных (хаотических) значениях вектора \mathbf{p}_0 это алгебраическое уравнение будет выполняться, если

$$e^{-s\hat{\lambda}_j} = e^{-\frac{s}{\beta}},$$

отсюда

$$\hat{\lambda}_j = \frac{1}{\beta}.$$

Далее из уравнения дивергентного инварианта следует

$$Sp\hat{\Lambda} = 1 \rightarrow \hat{\lambda}_j = \frac{1}{3}; \beta = 3.$$

Теперь из уравнения связи получаем

$$\bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{\beta} e^{\frac{s}{\beta}} \mathbf{p} \rightarrow \bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{3} \mathbf{p}_0 = const.$$

Полагая $\hat{\lambda}_3 = 0$, получаем $\hat{\lambda}_j = \frac{1}{\beta}; j = 1, 2$.

Внося это значение в уравнение дивергентного инварианта, имеем

$$\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 = 1 \rightarrow \hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = \frac{1}{2}; \beta = 2.$$

Для вектора $\hat{\Lambda} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{array} \right\|$ импульс будет

$$\mathbf{p} = \left\| \begin{array}{c} p_{10}e^{-\frac{s}{2}} \\ p_{20}e^{-\frac{s}{2}} \\ p_{30} \end{array} \right\|$$

Этому импульсу соответствует вектор

$$\bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{2} \left\| \begin{array}{c} p_{10} \\ p_{20} \\ p_{30}e^{\frac{s}{2}} \end{array} \right\|.$$

Теперь из первого уравнения дивергентного инварианта получаем алгебраическое уравнение

$$Sp\bar{\Lambda} = 1 \rightarrow p_{10} + p_{20} + p_{30}e^{\frac{s}{2}} = \frac{2}{\varepsilon}.$$

Это алгебраическое уравнение будет справедливо при $p_{30} = 0$, что и приводит к нужному результату

$$\bar{\lambda}_3 = 0; \bar{\lambda}_1 = const; \bar{\lambda}_2 = const.$$

Лемма доказана. ■

V. Второй важный результат содержится в следующей теореме.

Теорема IX.1 В шестимерном комплексном фазовом пространстве система уравнений экстремального пограничного слоя

$$\frac{d\mathbf{q}}{ds} = \bar{\Lambda}\mathbf{q}; Sp\bar{\Lambda} = 1,$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = -\hat{\Lambda}\mathbf{p}; Sp\hat{\Lambda} = 1.$$

имеет аналитическое решение в кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$, удовлетворяющее уравнениям связи

$$s = \beta \ln \frac{z}{\varepsilon}; \bar{\Lambda} = \frac{\varepsilon}{\beta} e^{\frac{s}{\beta}} \mathbf{p}$$

и определяемое формулами

$$p_1 = \frac{\beta}{\varepsilon} e^{-\frac{s}{\beta}} ; p_2 = -p_3 ; \hat{\lambda}_1 = \frac{1}{\beta} ; \hat{\lambda}_2 = \frac{\beta - 1}{2\beta} ;$$

$$\hat{\lambda}_3 = \hat{\lambda}_2 ; \bar{\lambda}_1 = 1 ; \bar{\lambda}_2 = -\bar{\lambda}_3.$$

Доказательство.

Для вектора импульса, удовлетворяющего условию $p_2 = -p_3$ из первого дивергентного уравнения получаем

$$Sp\bar{\Lambda} = 1 \rightarrow \bar{\lambda}_1 = 1 ; \bar{\lambda}_2 = -\bar{\lambda}_3.$$

Значению $\bar{\lambda}_1 = 1$ соответствует импульс

$$p_1 = \frac{\beta}{\varepsilon} e^{-\frac{s}{\beta}}.$$

В свою очередь, этот импульс определяет $\hat{\lambda}_1$

$$p_1 = \frac{\beta}{\varepsilon} e^{\frac{s}{\beta}} \rightarrow \hat{\lambda}_1 = \frac{1}{\beta}.$$

В случае $p_2 = -p_3$ из второго уравнения системы уравнений ЭПС следует

$$p_2 = -p_3 \rightarrow \hat{\lambda}_2 = \hat{\lambda}_3.$$

Теперь из второго дивергентного уравнения следует значение $\hat{\lambda}_2$

$$Sp\hat{\Lambda} = 1 \rightarrow \hat{\lambda}_2 = \frac{\beta - 1}{2\beta}.$$

Формула для $\hat{\lambda}_2$ и завершает доказательство теоремы. ■

§ 6. Теорема двойственности состояния

I. Я начну изложение с краткого анализа решения, определяемого теоремой IX.1 В этом решении компоненты обобщенной координаты

$$q_1 = q_{10} e^s ; q_2 = q_{20} e^{\int \bar{\lambda}_2 ds} ; q_3 = q_{30} e^{-\int \bar{\lambda}_2 ds}.$$

Очевидно, что две компоненты $\{q_2, q_3\}$ здесь вступили в когерентное взаимодействие и организовали единое целое — гиперболическую структуру.

В свою очередь эта гиперболическая структура является калибровочной структурой, поскольку в ней выполняется калибровочное условие

$$\bar{\lambda}_2 + \bar{\lambda}_3 = 0$$

Поскольку

$$s = \beta \ln \frac{z}{\varepsilon},$$

то координата q_1 будет

$$q_1 = q_{10} e^{\beta \ln \frac{z}{\varepsilon}}.$$

Если $\beta = 1 + i\beta''$, то получается следующая формула

$$G_1 : \quad q_1 = \frac{q_{10}}{\varepsilon} z e^{i\beta'' \ln \frac{z}{\varepsilon}}.$$

Формула G_1 находится в полном соответствии с результатами, полученными в странном аттракторе Лоренца с помощью распределений (см. раздел III, глава VIII).

II. Перейдем теперь к формулировке и доказательству ключевой теоремы.

Теорема двойственности состояния. В шестимерном комплексном фазовом пространстве поток в экстремальном пограничном слое

$$\frac{dq}{ds} = \bar{\lambda}q,$$

$$\frac{dp}{ds} = -\hat{\Lambda}p,$$

$$\bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3\}; \quad \hat{\Lambda} = \text{diag}\{\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3\}$$

$$Sp\bar{\Lambda} = 1; \quad Sp\hat{\Lambda} = 1$$

имеет два состояния:

1. Неорганизованное состояние.
2. Организованное состояние.

Неорганизованное состояние характеризуется матрицей

$$G_2 : \quad \bar{\Lambda} = \text{const}$$

Организованное состояние характеризуется матрицей

$$G_3 : \quad \bar{\Lambda} = \text{diag}\{1, \bar{\lambda}_2, -\bar{\lambda}_2\}$$

$\bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_2(s)$ — заранее неизвестная функция. При этом в организованном состоянии калибровочная структура сформирована компонентами обобщенной координаты $\{q_2, q_3\}$.

Доказательство.

Диагональная матрица $\bar{\Lambda}$, удовлетворяющая первому дивергентному уравнению имеет вид

$$Sp\bar{\Lambda} = 1 \rightarrow \bar{\Lambda} = \text{const.}$$

Это решение определяет неорганизованное состояние потока в ЭПС.

Но существует ещё одно решение уравнения $Sp\bar{\Lambda} = 1$. Если постулировать существование линейной зависимости между элементами $\{\bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3\}$, то получим другое решение

$$\bar{\Lambda} = \text{diag}\{1, \bar{\lambda}_2, -\bar{\lambda}_2\}$$

$\bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_2(s)$ — заранее неизвестная функция.

Покажем теперь, что в случае существования второго решения компоненты $\{q_2, q_3\}$ сформировали в ЭПС калибровочную структуру.

Порциальная структурная энтропия двух компонент обобщенной координаты определяется уравнением

$$\frac{d\hat{H}_q}{ds} = \hat{\sigma} ; \quad \hat{\sigma} = \bar{\lambda}_2 + \bar{\lambda}_3.$$

При реализации решения G_3 $\hat{\sigma} = 0$, но, как известно из монографии "Энтропия", условие равенства нулю дивергентного инварианта является условием существования калибровочной структуры.

Таким образом, при реализации решения G_3 в потоке возникает калибровочная структура и поток принимает организованное состояние. ■

Замечание.

В теореме двойственности состояния диагональная матрица $\bar{\Lambda}$ определена с точностью до калибровочного члена K , обладающего свойством.

$$\bar{K} = \text{diag}\{k_1, k_2, k_3\} ; \quad Sp\bar{K} = 0.$$

III. Для продолжения потока $\{\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{p}}\}$ из ЭПС на многообразие потенциала ускорений либо на Гильбертово поле, необходимо выполнить присоединение импульса. Здесь ключевым моментом является то, что при присоединении импульса мы должны поменять способ поддержания глобальной симметрии $H_f = \text{const}$.

Внутри ЭПС энтропию можно определить формулой

$$H_f = \text{sign } K \ln V$$

$$V = V_q V_p ; V_q = \prod_{j=1}^3 \mathbf{q} ; V_p = \prod_{j=1}^3 \mathbf{p}$$

При переходе на многообразие потенциала ускорений происходит смена импульса; смена импульса приводит к замене базовой формулы для энтропии H_f и, следовательно, способа обеспечения глобальной симметрии $H_f = \text{const}$.

Напомним, что у нас существует два импульса:

1. Свободный импульс — импульс ЭПС;
2. Присоединенный (механический) импульс — импульс многообразия потенциала ускорений либо Гильбертова поля.

Введем переобозначения:

Свободный импульс \mathbf{p} обозначим символом $\hat{\mathbf{p}}$, а механическому импульсу присвоим символ \mathbf{p} . Теперь акт присоединения импульса будет иметь вид

$$\hat{\mathbf{p}} \rightarrow \mathbf{p} ; \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{p}}(s) ; \mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{q}, t).$$

Надо вспомнить важную деталь: если внутри ЭПС $\frac{d\hat{\mathbf{p}}}{ds} = \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial s}$,

то на многообразии потенциала ускорений $\frac{d\mathbf{p}}{dt} \neq \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}$.

Будем исходить из стандартного частного представления механического импульса

$$\mathbf{p} = \left\{ \frac{d\mathbf{q}}{\Lambda dt} \right\}$$

С другой стороны, в качестве уравнения связи импульсов следует принять уже известное уравнение

$$\hat{\mathbf{p}} = \Lambda.$$

В силу этого уравнения два импульса будут связаны формулой

$$\mathbf{p} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{q}.$$

Присоединяя к уравнениям потоков $\left\{ \frac{d\mathbf{q}}{dz}, \frac{d\mathbf{q}}{ds} \right\}$

$$\frac{d\mathbf{q}}{dz} = \mathbf{p}; \quad \frac{d\mathbf{q}}{ds} = \bar{\Lambda}\mathbf{q}$$

уравнение внутреннего времени

$$\frac{df}{dz} = w; \quad f = s; \quad z \in D,$$

получаем формулы

$$G_4: \quad \mathbf{p} = w\bar{\Lambda}\mathbf{q}; \quad \Lambda = w\bar{\Lambda}; \quad \hat{\mathbf{p}} = w\bar{\Lambda}.$$

В итоге мы приходим к заключению: поток $\frac{d\mathbf{p}}{ds}$ может быть продолжен на многообразие потенциала ускорений. При частной интерпретации свободного импульса как плотности присоединенного импульса уравнение потока $\frac{d\mathbf{p}}{ds}$ будет уравнением плотности импульса.

Таким образом я получил важный вывод.

При описанном частном способе присоединения импульса уравнение свободного импульса переходит на многообразии потенциала ускорений в уравнение плотности импульса.

Еще одна деталь: поскольку при переходе на многообразие потенциала ускорений теряет справедливость формула для энтропии импульса

$$H_p = \text{sign } K \ln V_p, \quad V_p = \prod_{j=1}^3 \mathbf{p}; \quad \mathbf{p} = \hat{\mathbf{p}}$$

и глобальная симметрия $H_f = \text{const}$ обеспечивается аннулированием дивергенции $\text{div } A$

$$A = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t},$$

то в уравнении потока $\frac{d\mathbf{p}}{ds}$ необходимо снять условие $\sum_{j=1}^3 \hat{\lambda}_j = 1$

Здесь надо перейти от условия в кольце $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$ к начальному условию

$$Sp\hat{\Lambda} = 1 ; s = 0 , z = \varepsilon .$$

Возвращаясь к прежнему обозначению ($\mathbf{p} = \hat{\mathbf{p}}$) итог выполненного анализа я сформулировал в виде системы уравнений:

$$\begin{aligned} G_5 : \quad & \frac{d\mathbf{q}}{ds} = \bar{\Lambda}\mathbf{q}, \\ & \frac{d\mathbf{p}}{ds} = -\hat{\Lambda}\mathbf{p}, \\ & \frac{df}{dz} = w ; f = s ; z \in D, \\ & \bar{\Lambda} = \frac{\mathbf{p}}{w} ; Sp\bar{\Lambda} = 1 ; Sp\hat{\Lambda} = 1 ; s = 0 , z = \varepsilon . \end{aligned}$$

Эта система уравнений, кроме внешней окрестности ядра ЭПС будет справедлива в теле ЭПС, а также на многообразии потенциала ускорений. При продолжении на многообразие потенциала ускорений она будет описывать движение по шкале внутреннего времени.

§ 7. Странный аттрактор

I. Свободный импульс представим следующим образом

$$\mathbf{p} = \tilde{\mathbf{p}} + \varphi ; \varphi(0) = 0 ; \varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} .$$

Теперь из второго уравнения системы G_5 получаем

$$N_1 : \quad \frac{d\tilde{\mathbf{p}}}{ds} = -\tilde{\Lambda}\tilde{\mathbf{p}} ; Sp\tilde{\Lambda} = 1 ; s = 0, z = \varepsilon .$$

Будем постулировать существование в потоке гиперболической структуры удовлетворяющей уравнению

$$N_2 : \quad \tilde{p}_2 \tilde{p}_3 = \omega^2 .$$

$\omega = \text{Re} \omega$ — вещественная скалярная функция. Из уравнения N_1 следует

$$N_3 : \quad \tilde{\lambda}_2 + \tilde{\lambda}_3 = -2 \frac{d}{ds} \ln \omega .$$

Гиперболическая структура существует в организованном потоке, для которого, в соответствии с теоремой двойственности состояния

$$\bar{\lambda}_3 = -\bar{\lambda}_2 ; p_3 = -p_2.$$

Поскольку $\varphi(0) = 0$, то для импульса \tilde{p} получаем

$$\tilde{p}_3 = -\tilde{p}_2 ; s = 0.$$

Присоединяя это условие к уравнению N_2 , получаем задачу

$$N_4 : \quad \tilde{p}_2 \tilde{p}_3 = -\omega^2, \quad \tilde{p}_3 = -\tilde{p}_2 ; s = 0.$$

Если

$$\tilde{p}_2 = \tilde{p}'_2 + i\tilde{p}''_2 ; \quad \tilde{p}_3 = \tilde{p}'_3 + i\tilde{p}''_3 ,$$

то из граничного условия задачи N_4 следует

$$\tilde{p}'_2 \tilde{p}''_2 = 0 ; s = 0.$$

Принимая $\tilde{p}''_2 = 0$, $s = 0$ получаем следующее решение

$$\tilde{p}_3 = -\tilde{p}'_2.$$

На этом решении уравнение гиперболичности будет

$$||\tilde{p}_2||^2 = \omega^2.$$

Опираясь на уравнение N_3 примем для $\{\tilde{\lambda}_2, \tilde{\lambda}_3\}$ представление

$$\tilde{\lambda}_2 \triangleq F - \frac{d}{ds} \ln \omega, \quad \tilde{\lambda}_3 \triangleq -F - \frac{d}{ds} \ln \omega.$$

Здесь F — калибровочный член.

Теперь уравнения гиперболической структуры будут

$$N_5 : \quad \frac{d\tilde{p}_2}{ds} = -(F - \frac{d}{ds} \ln \omega) \tilde{p}_2,$$

$$\frac{d\tilde{p}_3}{ds} = (F + \frac{d}{ds} \ln \omega) \tilde{p}_3.$$

Нашей задачей теперь будет определение структуры калибровочного члена F .

Ограничим выбор функции F условием

$$N_6 : \quad \operatorname{Re} F = 0.$$

Вторым естественным требованием будет требование наличия в составе F члена, описывающего состояние опорной среды.

В изучаемой задаче опорная среда будет описываться системой уравнений

$$\frac{d\tilde{p}_2}{ds} = -\frac{\tilde{p}_2^2}{w}, \quad \frac{d\tilde{p}_3}{ds} = -\frac{\tilde{p}_3^2}{w}.$$

Этому требованию будет удовлетворять функция вида

$$F = \frac{(\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3) + F_0}{w}.$$

Для этой функции уравнения N_5 будут

$$N_7: \quad \begin{aligned} \frac{d\tilde{p}_2}{ds} &= - \left[\frac{(\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3) + F_0}{w} - \frac{d}{ds} \ln \omega \right] \tilde{p}_2, \\ \frac{d\tilde{p}_3}{ds} &= \left[\frac{(\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3) + F_0}{w} + \frac{d}{ds} \ln \omega \right] \tilde{p}_3. \end{aligned}$$

Уравнения N_6 являются уравнениями странного аттрактора. Они играют роль основных уравнений в системе уравнений странного аттрактора. Для замыкания задачи к двум уравнениям следует добавить уравнение потока вихря ω , либо уравнения состояния. Мы здесь этот вопрос оставим в стороне; при необходимости читатель получит нужные сведения из главы VIII раздела III "Странный аттрактор Лоренца".

Если мы сделаем ещё один шаг и перейдем к астрономическому времени по правилу,

$$w \frac{d}{ds} = \frac{d}{dt},$$

то уравнения N_6 будут

$$N_8: \quad \begin{aligned} \frac{d\tilde{p}_2}{dt} &= -[(\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3) + F_0 - \frac{d}{dt} \ln \omega] \tilde{p}_2, \\ \frac{d\tilde{p}_3}{dt} &= [(\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3) + F_0 - \frac{d}{dt} \ln \omega] \tilde{p}_3. \end{aligned}$$

Вводя переобозначения

$$\tilde{p}_2 = \sigma_{12}; \quad \tilde{p}_3 = \sigma_{13},$$

мы легко найдем уравнения N_8 среди системы уравнений плотности импульса странного аттрактора Лоренца.

Результатом выполненного анализа будет следующее утверждение.

Утверждение IX.4 *Особое организованное состояние экстремального пограничного слоя порождает странный аттрактор.*

Этот результат имеет в хаотической механике ключевое фундаментальное значение; получается, что странный аттрактор возникает тогда, когда в потоке внутри ЭПС реализуется особое - организованное состояние. Получается, что среди множества состояний ЭПС существует только одно экзотическое состояние, создающее странный аттрактор, это состояние, являясь первопричиной хаоса, имеет и другую не менее важную черту; в нем существует гиперболическая структура. Если связать проблему самоорганизации с возникновением гиперболической структуры мы приходим к выводу о фундаментальной связи между самоорганизацией и особым организованным состоянием потока в ЭПС.

Но я думаю, что делать этот вывод ещё рано: у нас недостаточно знаний по хаотической механике. Мы должны по мере изложения настоящей монографии накапливать факты, чтобы в нужный момент с полным основанием сформулировать, либо опровергнуть, это заключение.

II. Если внести условие $\text{Im}(\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3) = 0$, $\text{Im}w = 0$, то уравнение N_6 для принятой функции F будет

$$\tilde{p}_2 - \tilde{p}_3 + \text{Re}F_0 = 0.$$

Исключая из этого уравнения \tilde{p}_3 с помощью гиперболического уравнения и принимая $w = \text{Re}w$ получаем квадратное уравнение

$$\tilde{p}_2^2 + \text{Re}F_0\tilde{p}_2 + \omega^2 = 0.$$

Решение уравнения

$$\tilde{p}_2 = -\frac{\text{Re}F_0}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\text{Re}F_0)^2 - 4\omega^2}$$

определяет критическое значение вихря

$$N_9 : \quad |\omega_{kp}| = \frac{|\text{Re}F_0|}{2},$$

разделяющие вещественные и комплексные значения \tilde{p}_2 . При $|\omega| \leq |\omega_{kp}|$ существует вещественное значение \tilde{p}_2 , а при $|\omega| > |\omega_{kp}|$ \tilde{p}_2 принимает комплексное значение. Критическое значение ω_{kp} имеют важную роль в теории хаоса и, в частности, турбулентности. Достижение вихрем критического значения знаменует возникновение в потоке вихревой структуры. В этот момент гиперболическая структура перерождается и приобретает облик вихревой

структуры. Далее, следуя материалам главы "Странный аттрактор Лоренца" мы устанавливаем, что поток в докритической и закритической зонах имеет различный вид:

1. $|\omega| \leq |\omega_{kp}|$ — ламинарный поток;
2. $|\omega| > |\omega_{kp}|$ — турбулентный поток.

Здесь я возникновение турбулентности связываю с появлением мнимой части у импульса \tilde{p}_2 . Но возникновение ненулевой мнимой части импульса \tilde{p}_2 означает рождение вихревой структуры в составе вихревой диссипативной сплошной среды.

Введенная мною классификация ламинарного и турбулентного потоков опирается на существование ненулевой мнимой части матрицы плотности импульса. В случае отсутствия мнимой части матрицы плотности импульса поток будет ламинарным; а в случае существования ненулевой мнимой части — турбулентным. Эта классификация имеет важнейшее методологическое значение: если движение ламинарное, то отпадает необходимость обращения к комплексному пространству. Ламинарный поток может быть изучен в вещественном фазовом пространстве. В другом случае турбулентного потока эффективное исследование проблемы достигается в комплексном фазовом пространстве. Это определяет значимость и сферу применения комплексного фазового пространства.

§ 8. Связь с распределениями

Введем следующим образом пространство пробных функций

$$D(S) = \{\eta \mid \langle \sigma \mid \eta \rangle = 0 ; t \in S ; S = \sigma J : D(S) \subset C^n(S)\}.$$

Существует тесная связь между распределением и комплексным временем; эта связь устанавливается следующей теоремой.

Теорема IX.2 Пусть в уравнении внутреннего времени

$$L_1 : \quad \frac{df}{dz} = w ; f = s : |z| < \sqrt{\varepsilon}$$

сужение функции w на действительную ось принадлежит пространству распределений

$$L_2 : \quad w^0 \in D'(S) ; w^0 = w|_{z=t},$$

$$D'(S) = \{\langle \varphi \mid \eta \rangle \mid \eta \in D(S)\}.$$

Если сужение функции w на действительную ось удовлетворяет уравнению

$$L_3: \quad \langle (\dot{w}^0 + w^{0^2} - \omega_1 w^0) | \eta \rangle = 0,$$

$$\omega_1 = \omega_{10} + \tilde{\omega}_1; \quad \tilde{\omega}_1 \in D(S); \quad \omega_{10} = \text{const}; \quad \dot{w}^0 = \frac{dw}{dz} \Big|_{z=t},$$

то функция w имеет вид

$$L_4: \quad w = \frac{\beta}{z} + w_0 + \tilde{w},$$

$$\tilde{w}|_{z=t} \in D(S); \quad w_0 = \text{const}; \quad \beta = \beta' + i\beta''.$$

Доказательство.

Теорема доказывается на основе введенного мною ортогонального σ - распределения. [378]

$$\sigma \in P'(S), \quad \sigma = \sigma_+ + \sigma_-; \quad \sigma^2 = \sigma_+^2 + \sigma_-^2,$$

$$\langle \sigma | \eta \rangle = 0; \quad \eta \in D(S); \quad \langle \sigma^2 | 1 \rangle = 1.$$

Поскольку $\langle \sigma^2 | \eta \rangle = \langle \delta | \eta \rangle$, то уравнение L_3 приобретает вид

$$\dot{w}^0 + w^{0^2} - \omega_1 w^0 = B_0 \sigma^2.$$

Вводя опорную регуляризацию

$$\sigma \rightarrow \tilde{\sigma}; \quad \tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \frac{1}{t}.$$

придадим этому уравнению следующую форму

$$L_5: \quad \dot{w}^0 + w^{0^2} - \omega_1 w^0 = \frac{B_0 \varepsilon}{2} \frac{1}{t^2}.$$

Расширяя это уравнение на кольцо $0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}$ получаем

$$L_6: \quad \dot{w} + w^2 - \omega_1 w = \frac{B_0 \varepsilon}{2} \frac{1}{z^2}; \quad 0 < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Будем искать решение уравнение L_6 в виде

$$w = \frac{\bar{w}}{z}$$

\bar{w} — аналитическая в круге $|z| < \sqrt{\varepsilon}$ функция. Функция \bar{w} содержит только правильную часть лорановского разложения

$$\bar{w} = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{w}_n z^n.$$

В свою очередь, разложение в ряд Лорана функции \tilde{w}_1 будет

$$\tilde{w}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{w}_{1n} z^n.$$

В силу дифференциального уравнения L_6 коэффициент \bar{w}_0 определен формулой

$$\bar{w}_0 = 1 + \frac{B_0 \varepsilon}{2} + O(\varepsilon^2), \quad |B_0| \sim O(1).$$

Вводя новое обозначение, имеем

$$\bar{w}_0 = \beta; \quad \beta = 1 + \frac{B_0 \varepsilon}{2}.$$

Соответственно, обозначая

$$\bar{w}_1 = w_0; \quad \tilde{w} = \sum_{n=2}^{\infty} \tilde{w}_n z^n,$$

мы приходим к результату

$$L_7: \quad w = \frac{\beta}{z} + w_0 + \tilde{w},$$

$$\beta = 1 + \frac{B_0 \varepsilon}{2}; \quad \beta = \beta' + i\beta''; \quad w_0 = \text{const}; \quad \tilde{w}|_{z=t} \in D(S).$$

Формула L_7 отличается от формулы L_4 только конкретизацией коэффициента β ; что и доказывает утверждение теоремы. ■

Обсуждение.

1. Значимость теоремы IX.2 обязана тому, что она устанавливает адекватность описания потока на комплексном энтропийном многообразии конфигурационного пространства в пространстве распределений и методами теории аналитических функций.

2. В комплексном фазовом пространстве с вещественным временем для описания хаоса необходимо обращение к пространству распределений.
3. В случае комплексного времени для аналитической в кольце $0 < |z| < \sqrt{\epsilon}$ функции w (комплексной скорости), содержащей в точке $z = 0$ полюс первого порядка отпадает необходимость обращения к пространству распределений. Нужный результат здесь достигается путем перехода к комплексному времени.
4. Доказанная теорема устанавливает четкий смысл сингулярных распределений; сингулярные распределения возникают тогда, когда понятие мнимого времени приобретает конкретное конструктивное содержание. Механизм самого явления ясен; в потоке возникает особая точка — полюс, пересечение которого при движении вдоль действительной оси внешнего времени невозможно. Нужно обходить полюс по пути, зависящем от мнимого времени.
5. Сингулярные распределения нужны тогда, когда в пространствах гладких функций не удастся обойти принципиальные трудности, обязанные постулированию вещественного времени.
6. Теорема IX.2 обосновывает необходимость и конструктивизм введения комплексного внутреннего времени.

§ 9. Хаотический импульс

Обратимся снова к гидродинамической интерпретации уравнения внутреннего времени. Прежде всего введем следующую правдоподобную гипотезу:

В кольце $\epsilon < |z| < \sqrt{\epsilon}$ уравнение внутреннего времени допускает однопараметрическое преобразование $z = \epsilon \bar{z}$, в котором калибровочный радиус ϵ является параметром преобразования. В рамках этой гипотезы кольцо $\epsilon < |z| < \sqrt{\epsilon}$ переходит в кольцо $1 < |\bar{z}| < \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$, а комплексная скорость преобразуется следующим образом

$$w = w(z) \rightarrow \bar{w} = \bar{w}(\bar{z}) ; w = \epsilon \bar{w}.$$

В свою очередь уравнение внутреннего времени допускает преобразование

$$\frac{df}{dz} = w \rightarrow \frac{df}{d\bar{z}} = \bar{w} ; |\bar{z}| < \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Мы подробно исследовали состояние ЭПС в случае существования у функции $\bar{w}(\bar{z})$ в точке $\bar{z}_0 = 0$ полюса первого порядка. Как

известно; в гидродинамической интерпретации полюсу первого порядка соответствует вихреисточник.

Теперь нас интересует вопрос влияния на структуру хаоса и состояние ЭПС гидродинамических особенностей высокого порядка (диполи, квадруполи).

Здесь меня, прежде всего, интересует диполь; те принципиальные новшества, которые привносят в поток гидродинамические особенности высокого порядка устанавливаются на примере диполя. Внесение в поток квадруполей и мультиполей не даст на принятом уровне рассмотрения коренных изменений; их влияние можно предугадать на основе исследования диполя. Здесь центральную роль играют мероморфность комплексной скорости \bar{w} и существование в потоке вихреисточника и диполя. Если в точке $\bar{z}_0 = 0$ расположены вихреисточник и диполь, то комплексная скорость будет

$$S_1: \quad \bar{w} = \frac{\beta}{\bar{z}} + \frac{\beta}{\bar{z}^2}; \quad 1 < |\bar{z}| < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Соответствующее этой комплексной скорости внутреннее время определяется формулой

$$s = \beta \ln \bar{z} - \frac{\beta_1}{\bar{z}}; \quad 1 < |\bar{z}| < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Основной результат, определяющий роль диполя в формировании хаоса я сформулировал в виде леммы.

Лемма IX.2 Если в уравнении внутреннего времени

$$\frac{df}{d\bar{z}} = \bar{w}(\bar{z}); \quad f = s; \quad 1 < |\bar{z}| < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$$

аналитическая в кольце $1 < \bar{z} < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$ функция $\bar{w}(\bar{z})$ имеет вид

$$\bar{w}(\bar{z}) = \frac{\beta}{\bar{z}} + \frac{\beta_1}{\bar{z}^2}; \quad \beta = 1 + i\beta'',$$

то импульс, определяемый уравнениями

$$\varepsilon p_1 = \frac{dq_1}{d\bar{z}}; \quad \frac{dq_1}{ds} = q_1$$

имеет при пересечении ядра экстремального пограничного слоя скачек

$$[p_1] = p_{10} ch \beta_1$$

$$[p_1] = p_1(1) - p_1(-1) ; p_1(\pm 1) = p_1(\bar{z})|_{z=\pm 1}$$

$$p_{10} = \frac{2q_{10}}{\varepsilon} ; q_1 = q_{10} e^{-\frac{\beta}{\bar{t}} + i\beta'' \ln \bar{t}} |\bar{t}| ; \bar{t} = \frac{t}{\varepsilon}.$$

Доказательство.

Результат леммы устанавливается непосредственным вычислением. Для внутреннего времени

$$s = \beta \ln \bar{z} - \frac{\beta_1}{\bar{z}}$$

будет

$$q_1 = q_{10} e^s \rightarrow q_1 = q_{10} e^{-\frac{\beta_1}{\bar{z}} + \beta \ln \bar{z}}.$$

Вводя сужение $\bar{z} = \bar{t}$; $\bar{t} = \frac{t}{\varepsilon}$ получаем

$$q_1 = q_{10} e^{-\frac{\beta_1}{\bar{t}} + i\beta'' \ln \bar{t}} |\bar{t}| : 1 < |\bar{t}| < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

В свою очередь импульс $p_1 = \frac{1}{\varepsilon} \frac{dq_1}{dt}$ будет

$$p_1 = \text{sign } \bar{t} \bar{q}_{10} e^{-\frac{\beta_1}{\bar{t}} + i\beta'' \ln \bar{t}} ; \bar{q}_{10} = \frac{q_{10}}{\varepsilon}.$$

Определяя на основе этой формулы скачек импульса $[p_1] = p_1(1) - p_1(-1)$ мы и приходим к утверждению леммы.

Обсуждение.

1. В случае существования в потоке внутреннего времени диполя хаос определяется пятью вещественными либо двумя комплексными и одним вещественным хаотическими параметрами $\{\varepsilon, \beta, \beta_1\}$.
2. Диполь вносит заметный вклад только в окрестности ядра ЭПС; затем идет экспоненциальное гашение хаоса, обязанное параметру β_1 . В результате мы приходим к заключению о том, что диполь формирует ближний хаос.
3. Параметр β_1 имеет асимптотическую оценку $|\beta_1| \sim O(\varepsilon)$. Легко показать, что рост этого параметра приводит к росту калибровочного радиуса; при этом переход на оценку $|\beta_1| \sim O(1)$ приводит к нарушению одной из исходных аксиом ЭПС. Получается, что при $|\beta_1| \sim O(\varepsilon)$ калибровочный радиус будет $\varepsilon \sim O(1)$, что противоречит исходной аксиоме ЭПС о малости калибровочного радиуса.

4. Интересным фактом является то, что параметр β'' не влияет на граничное значение импульса p_1 ; ближний хаос, обязанный диполлю является одной из причин разрушения детерминированного импульса. Даже при детерминированности величины \bar{q}_{10} начальный импульс будет хаотическим за счет хаотичности параметра β_1 .
5. В итоге я пришел к выводу: диполь с хаотической интенсивностью является второй причиной, после калибровочного радиуса, хаотического поведения начального импульса.
6. Основная функция диполя: формирование ближнего хаоса, распространяется и на гидродинамические особенности более высокого порядка. Квадруполи и мультиполи формируют ещё более ближний хаос по сравнению с диполем; причем разные зоны действия сверхближних хаосов снижается с ростом порядка гидродинамической особенности.
7. Основными изменениями в состоянии ЭПС, привносимыми гидродинамическими особенностями более высокого порядка является формирование сверхближнего хаоса. Если в конкретных проблемах можно ограничиться только влиянием ближнего хаоса на начальный импульс то необходимость в глубоком самостоятельном исследовании гидродинамических особенностей высокого порядка отпадает.
Здесь ключевую роль играет следующий факт; теперь я и мои читатели знаем роль и значимость диполя и гидродинамических особенностей высокого порядка в формировании состояния ЭПС.
Важно то, что они, создавая ближний хаос, не разрушают дивергентный инвариант $\sigma_1 = \text{div} \dot{q}$.

§ 10. Заключение

1. При существовании дивергентного инварианта $\sigma_1 = \text{div} \dot{q}$ концепция комплексного внутреннего времени приводит к новой эффективной технике исследования различных состояний ЭПС, включая определяющее состояние — хаос.
2. В теории внутреннего времени ключевую роль играет выбор внутреннего времени; интерпретация "структурная энтропия — внутреннее время" дала, по сути, единственный естественный выбор, предопределивший успех исследования и эффективность математической техники энтропийной теории внутреннего времени.
3. Первостепенную роль также играет и акт введения комплексного времени; комплексное время обеспечило нужную общность и сняло многочисленные трудности, обязанные предположению о вещественности времени.

4. По своему уникальным является то, что независимо от размерности комплексного фазового пространства основные проблемы и характерные черты хаоса содержатся в уравнении внутреннего времени; это придает строгую и точную формулировку известному утверждению о существовании порядка в хаосе.

Порядок в хаосе возникает в масштабе внутреннего времени тогда, когда существует дивергентный инвариант конфигурационного пространства.

5. Фундаментальную роль играет факт существования двух классов решений обыкновенных дифференциальных уравнений ЭПС. Здесь мы снова встречаемся с проявлениями двойственности сплошных сред "инерциальная сплошная среда - диффузионная сплошная среда". С другой стороны - результаты настоящей главы дополняют и значительно усиливают результаты главы VIII раздела III "Странный аттрактор Лоренца"; относящиеся к двойственности состояния "ламинарность — турбулентность". В определенном смысле, в настоящей главе сделан важный шаг к разгадке тайны турбулентности.
6. Нельзя оставить без внимания ещё одну важную функцию идеи комплексного времени; в комплексном фазовом пространстве с комплексным временем теория аналитических функций содержит адекватную математическую технику описания сложных состояний, традиционно изучаемых в случае вещественного времени с помощью сингулярных распределений.
7. Существует иерархия состояний ЭПС в зависимости от структуры комплексной скорости:

- 1) Ламинарное состояние

$$w = \frac{\beta}{z}; \quad \beta = \operatorname{Re} \beta.$$

- 2) Турбулентное состояние

$$w = \frac{\beta}{z}; \quad \beta = \beta' + i\beta''; \quad \beta'' \neq 0.$$

- 3) Турбулентное состояние, содержащее ближний хаос

$$w = \frac{\beta}{z} + \frac{\beta_1}{z^2}; \quad \beta = \beta' + i\beta''; \quad \beta'' \neq 0; \quad \beta_1 \neq 0.$$

Ясно, что здесь состояния $\{2, 3\}$ — хаотические состояния. Кроме, приведенных выше, трех состояния ЭПС существует ещё четвертое, особое, состояние. Четвертое, особое, состояние характеризуется тем, что в этом состоянии в точке $z = 0$ существует существенно особая точка.

Именно существенно особая точка и приводит к принципиальным изменениям в структуре ЭПС.

Здесь, прежде всего, не существует разложения комплексной скорости в ряд Лорана в кольце $\varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}$. Факт отсутствия у функции w ряда Лорана приводит к принципиально новой ситуации использования в теории внутреннего времени постулата существования дивергентного инварианта $\sigma_1 = \operatorname{div} \dot{q}$. Напомню читателю, что в основе существования энтропийного внутреннего времени лежит постулат о дивергентном инварианте. Энтропийное внутреннее время существует тогда, когда существует комплексный дивергентный инвариант — комплексная скорость w .

Если мы вводим предположение о существовании комплексного дивергентного инварианта и не имеем конструктивного алгоритма его задания либо вычисления, то логичным будет выход из этого тупика — отказ от постулата существования единственного дивергентного инварианта в ядре ЭПС. В итоге в случае существенно особой точки четвертого, особого, состояния наиболее предпочтительной будет гипотеза о несуществовании дивергентного инварианта в ядре ЭПС. Эта гипотеза оказывается конструктивной и привлекательной по ряду позиций.

Во-первых, здесь мы точно знаем причину разрушения дивергентного инварианта — дивергентный инвариант не существует в ядре ЭПС тогда, когда точка $z = 0$ — существенно особая точка.

Во-вторых, мы теперь точно знаем структуру ЭПС конфигурационного пространства в смысле числа его возможных состояний.

Опираясь на гипотезу о несуществовании дивергентного инварианта в ядре ЭПС четвертое состояние следует выделить в особое состояние ЭПС конфигурационного пространства.

Третье — мы теперь точно знаем условие существования энтропийного внутреннего времени. Энтропийное внутреннее время существует тогда, когда комплексная скорость w_0 — мероморфная функция в круге $|z| < \sqrt{\varepsilon}$.

Глава X

Тепловые структуры

Содержание

§1. Режимы с обострением	244
§2. Одномерное особое комплексное Гильбертово поле	247
§3. Конгруэнция	248
§4. Модель тепловых структур	249
§5. Два состояния ЭПС	250
§6. Порядковое уравнение хаоса	253
§7. Диффузионный хаос	254
§8. Энтропийная группа	255
§9. Тепловые структуры	259
§10. Заключение	262

§ 1. Режимы с обострением

I. На формирование методологии и концепции самоорганизации, а также развитие её теории заметное влияние оказали и оказывают многочисленные исследования московской группы (С.П. Курдюмов, В.А. Галактионов, Г.Г. Малинецкий, С.П. Капица, Е.Н. Князева и др.) по изучению режимов с обострением. [29, 104, 240, 271, 272, 273, 309, 487].

В этих исследованиях развивается концептуальная модель процессов самоорганизации, опирающаяся на математические закономерности процессов горения и теплопроводности в диссипативных сплошных средах. На активной горючей среде, содержащей нелинейные источники энергии, несмотря на наличие диссипативных факторов (теплопроводность, диффузия, дисперсия и т.д.) возникают и самоподдерживаются очаги горения, метастабильные структуры горения. По мнению авторов, эта концептуальная модель является одной из наиболее простых и содержательных моделей процессов самоорганизации. Огонь (или горение) можно рассматривать в качестве характерного процесса, который может самовозбуждаться, саморегулироваться и увеличиваться по интенсивности с большой скоростью. Здесь также важен символический и метафизический смысл образа огня. Глубокие корни метафоры горения в истории культуры. Огонь вездесущ. А образ горения глубоко метафизичен.

В качестве одного из наиболее существенных продвижений московской группы следует назвать изучение режимов с обострением.

Режимы с обострением представляют собой состояния сверхбыстрого развития процесса, когда характерные величины неограниченно возрастают за конечное время, называемое временем обострения. Они чрезвычайно широко распространены в естествознании; режимы с обострением сегодня исследуются более чем в шестидесяти различных типах задач.

Методология исследований режимов с обострением позволяет объяснить механизм хаотического поведения в новом классе систем по сравнению с моделью Лоренца.

Вблизи момента обострения сложные структуры становятся неустойчивыми по отношению к малым правильным флуктуациям; возникает чувствительная зависимость от начальных данных. Это приводит к распаду сложных структур. Сложные структуры, приближаясь к обострению, проявляют тенденцию к хаотическому распаду.

При этом в обсуждаемой методологии развивается представление, что в диссипативной сплошной среде при варьировании только характера начального воздействия, без изменения её собственных параметров, могут возникать различные структуры, выступающие в качестве аттракторов. Цели развития, конечные наиболее устойчивые состояния, потенциально заложены в нелинейных свойствах среды: среда является носителем форм организации.

Если нет обострения, то в диссипативной сплошной среде становится невозможным возникновение метастабильно устойчивых нестационарных дискретных образований, как самообразований этой среды.

II. В мои цели не входит изложение и подробный анализ основных результатов исследования "режимов с обострением".

Мне необходимо получить ответы на несколько вопросов, входящих в сферу собственных интересов методологии и теории ЭПС. Одними из главных будут вопросы:

1. Что такое "режим с обострением"?
2. Что скрывается за термином "тепловые структуры"?

В первом вопросе наибольший интерес представляет связь методологии режимов с обострением с методологией ЭПС и интерпретация состояния с обострением в терминах экстремального пограничного слоя.

Существует тесная связь ЭПС с "режимами с обострением"; здесь оказывается справедливым следующее утверждение.

Утверждение X.1 *Режимы с обострением — это состояние диссипативной сплошной среды в экстремальном пограничном слое. Из факта существования "режимов с обострением" следует*

существование ЭПС; при этом ЭПС выступает в качестве перво-причины, а режим с обострением — следствия. На это я обратил внимание в главе "Предельная некорректность. Локальная калибровочная симметрия" монографии "Энтропия". Ряд результатов методологии обострения нашли адекватное отражение в материалах настоящей монографии в терминах теории ЭПС. В определенном смысле объект концептуальной модели обострения является объектом нашей модели, но ЭПС, как объект теории самоорганизации, имеет более общий вид. Но здесь появляется на свет другой аргумент; проблема обострения подверглась значительной разработке и вопрос интерпретации "тепловых структур" представляет интерес. Здесь на передний план выходит вопрос о существовании в познавательной модели тепловых структур новых ключевых фактов, доселе мне неизвестных, и не вошедших в предыдущие главы настоящей монографии. Фактов, имеющих важное значение для теории ЭПС, знание которых обязательно для достижения главной цели монографии.

Меня прежде всего интересует проблема типизации (классификации) структур, возникающих в ЭПС в процессе самоорганизации, поэтому мною и было сконцентрировано внимание на понятии "тепловые структуры". Полезно обратить внимание читателя на совершенно естественное в логике настоящей монографии требование необходимости того, чтобы итоговые основные результаты настоящей главы вошли обязательным, важным, неотъемлемым фрагментом теории ЭПС. Поэтому материалы настоящей главы получены мною на основе математической модели в главной части адекватной познавательной модели тепловых структур.

Как известно, познавательная модель тепловых структур имеет вид

$$A_0 : \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(T^\sigma \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right) + k_0 T^\beta ; \{ \sigma, \beta \} > 0.$$

Модель тепловых структур, прежде всего, представляет интерес с позиции внутреннего времени; её характерной чертой является отсутствие дивергентного инварианта.

Но, с другой стороны, в модели существует внутреннее время и здесь возникает интересная, имеющая глубинный смысл, задача реализации идеи внутреннего времени в отсутствие дивергентного инварианта.

Двойственность "внутреннее время — отсутствие дивергентного инварианта" в главной части и дает ключ к выяснению механизма разнообразия типов тепловых структур.

§ 2. Одномерное особое комплексное Гильбертово поле

Следуя нашей монографии "Энтропия", введем одномерное Гильбертово поле

$$L_1: \quad \Gamma = \{q, p \mid \Gamma \subset \Pi, \Psi\}.$$

Здесь Π — многообразие потенциала ускорений,

Ψ — комплексный потенциал импульса.

Многообразие потенциала ускорений имеет вид

$$\Pi = \left\{ q, p \mid \Pi \subset M; \Theta, \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

M — комплексное соленоидальное многообразие,

Θ — комплексный потенциал ускорений,

$\xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ — кососимметрическая матрица.

В свою очередь, комплексное соленоидальное многообразие определяется так

$$M = \left\{ q, p \mid M \subset \mathcal{E}, \operatorname{div} A; A = \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} \right\}.$$

На этом многообразии

\mathcal{E} — энтропийное многообразие, z — комплексное время.

$$\mathcal{E} = \{q, p \mid \mathcal{E} \subset \Omega; \mathcal{E} = \mathcal{E}_q \times \mathcal{E}_p; \mathcal{E}_q \subset \Omega_q; \mathcal{E}_p \subset \Omega_p; H_f\}.$$

Ω — комплексное фазовое пространство,

\mathcal{E}_q — энтропийное многообразие конфигурационного пространства,

\mathcal{E}_p — энтропийное многообразие пространства импульса.

Исходным геометрическим объектом является фазовое пространство

$$\Omega = \{q, p \mid q \in \Omega_q; p \in \Omega_p; \Omega_q \subset \mathbb{C}^1; \Omega_p \subset \mathbb{C}_1; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega \subset \mathbb{C}^1 \oplus \mathbb{C}_1\}$$

Геометрический объект — одномерное особое комплексное Гильбертово поле введем путем задания потенциала ускорений.

$$L_2: \quad L_s = \{q, p \mid L_s \subset \Gamma, \Theta = -\dot{q}p - \Pi\}.$$

На одномерном особом Гильбертовом поле каноническая система уравнений потенциала ускорений будет

$$L_3: \quad \dot{\mathbf{q}} \equiv \dot{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q; \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dz},$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -\dot{\mathbf{q}} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}}; \quad \mathbf{p} \in \mathcal{P}.$$

Особые свойства многообразия L_3 обязаны тому, что на нем первое уравнение канонической системы потенциала ускорений обращается в тождество $\dot{\mathbf{q}} \equiv \dot{\mathbf{q}}$.

Факт существования этого тождества приводит к выводу о том, что на многообразии L_3 существует произвол (либо свобода) в выборе векторного поля $\dot{\mathbf{q}}$. Произвол выбора векторного поля $\dot{\mathbf{q}}$ является базовым фактом теории настоящей главы.

Второму уравнению канонической системы L_3 соответствует уравнение потенциала ускорений

$$L_4: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\dot{\mathbf{q}} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} - \Pi; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q.$$

§ 3. Конгруэнция

Опираясь на базовое свойство существования на L_3 произвола выбора векторного поля $\dot{\mathbf{q}}$ введем на энтропийном многообразии \mathcal{Q}_q конгруэнцию S_0 :

$$\mathcal{Q}_k = \{\mathbf{q} \mid \mathcal{Q}_k \subset \mathcal{Q}_q; \quad \mathbf{q} \in \mathbf{q}(z); \quad \Theta = a_2 \Phi \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right)^2 + a_1 \Phi \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{q}^2} + a_0 \Phi^\alpha;$$

$$\Phi = e^\Psi; \quad \alpha > 0\}$$

На конгруэнции \mathcal{Q}_k уравнение L_4 будет

$$S_1: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = a_2 \Phi \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right)^2 + a_1 \Phi \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{q}^2} + a_0 \Phi^\alpha; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_k; \quad \varepsilon < |z| < R,$$

$$\Phi = e^\Psi; \quad \alpha > 0.$$

Нашей основной задачей и будет исследование конгруэнции \mathcal{Q}_k

§ 4. Модель тепловых структур

I. Модель тепловых структур легко получается из уравнения S_1 . Для этого, прежде необходимо перейти к вещественному фазовому пространству; в этом случае в уравнении S_1 все величины (включая комплексное время z) будут вещественными. Затем следует принять

$$K_0: \quad z = t; \quad \Phi = T^\sigma; \quad \alpha = \frac{\beta - 1}{\sigma},$$

$$a_0 = k_0 \sigma; \quad a_1 = \alpha_0; \quad a_2 = \alpha_0 \left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right); \quad \{\sigma, \beta\} > 0.$$

В этом случае уравнение S_1 примет известный вид A_0 .

II. В соответствии с главой IX.1 "Хаос и внутреннее время" в комплексном фазовом пространстве для количества T будут справедливы двойственное представление

$$K_1: \quad T \triangleq \begin{Bmatrix} T(z) \\ T(\mathbf{q}, z) \end{Bmatrix}.$$

При этом, расширение уравнения A_0 в комплексное фазовое пространство будет

$$K_2: \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(T^\sigma \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right) + k_0 T^\beta; \quad \varepsilon < |z| < R.$$

Для первой компоненты двойственности из уравнения K_2 получаем уравнение

$$K_3: \quad \frac{dT}{dz} = k_0 T^\beta; \quad \varepsilon < |z| < R.$$

Уравнение K_3 хорошо известно в теории режимов с обострением; в частности его широко использует С.П.Капица.

Уравнение K_3 имеет, с позиции результатов главы "Хаос и внутреннее время", четкую интерпретацию; оно описывает состояние ЭПС, содержащее свободный импульс.

Теперь примем для потока $\dot{\mathbf{q}}$ стандартное представление

$$\dot{\mathbf{q}} \triangleq w \mathbf{q}.$$

С другой стороны, на особом Гильбертовом поле количество T^σ можно считать пропорциональным потенциалу скорости.

В этом случае свобода выбора потока $\dot{\mathbf{q}}$ устраняется путем его определения

$$K_4: \quad \dot{\mathbf{q}} = -\varkappa_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} T^\sigma.$$

В этом случае количество T^σ будет

$$K_5: \quad T^\sigma = -\frac{w\mathbf{q}^2}{2\varkappa_0} + \varphi$$

В свою очередь уравнение K_2 приобретает вид

$$K_6: \quad \frac{\partial T}{\partial z} = -w\mathbf{q} \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k; \quad \varepsilon < |z| < R,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} = -\varkappa_0 T^\sigma \frac{\partial^2 T}{\partial \mathbf{q}^2} - k_0 T^\beta.$$

На основе уравнения K_6 уравнение плотности импульса получено в виде

$$K_7: \quad \dot{w} + 2\eta w^2 = \frac{2\varkappa_0}{\mathbf{q}^2} (\dot{\varphi} - \sigma k_0 T^{\beta+\sigma-1}),$$

$$\eta = 1 + \frac{(1-\sigma)}{\sigma} T^{2\sigma} + \frac{\varkappa_0 T^\sigma}{\mathbf{q}^2 \dot{w}}; \quad T^\sigma = \varphi - \frac{w}{2\varkappa_0} \mathbf{q}^2.$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^s; \quad \dot{s} = w; \quad " = \frac{d}{dz}.$$

Это уравнение получено путем сужения уравнения K_6 на линию тока. Оно справедливо на конкретной реализации отдельной копии конгруэнции; это свойство отражает отсутствие в задаче дивергентного инварианта.

§ 5. Два состояния ЭПС

I. Предположим, что функции $\{T^\sigma, \varphi\}$ однозначные и аналитические (целые) в круге D

$$\{T^\sigma, \varphi\} \in C^\omega(D); \quad z \in D = \{z \mid |z| < \sqrt{\varepsilon}\}.$$

В этом случае в окрестности ядра ЭПС

$$wq^2 = \text{const} \rightarrow we^{2s} = \text{const}; w = \frac{1}{2z}.$$

Для $w = \frac{1}{2z}$, $\eta = 1$ и условие аналитичности будет

$$\frac{(1-\sigma)}{\sigma} q^2 w T^\sigma + \alpha_0 = 0.$$

Полученное значение плотности импульса является одним из характерных; как известно это решение реализуется в диффузионной среде.

II. В экстремальном пограничном слое будет справедливо, получаемое из уравнения K_7 уравнение

$$M_0: \quad \dot{w} + 2\eta w^2 = 0; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Переходя от времени z к времени \hat{z} по правилу

$$\frac{d\hat{z}}{dz} = \eta,$$

получаем другой вид

$$\frac{dw}{d\hat{z}} + 2w^2 = 0.$$

Решение этого уравнения хорошо известно

$$w = \frac{1}{2\hat{z}}.$$

Обобщенная координата, соответствующая этому решению будет

$$q = \hat{q}_0 e^{\tau_w}; \quad \tau_w = \int_{\hat{z}} \frac{d\hat{z}}{2\eta\hat{z}}.$$

В окрестности ядра ЭПС функция τ_w имеет асимптотику

$$\tau_w = \frac{1}{2\eta_0} \ln \hat{z}; \quad \eta_0 = \eta|_{z=\varepsilon}.$$

Этой асимптотике соответствует связь времен $\hat{z} = \eta_0 z$, что приводит к следующему результату

$$M_1: \quad w = \frac{1}{2\eta_0 z}; \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^{i\gamma'' \ln z} z^{\gamma'},$$

$$\gamma' = \frac{\eta'_0}{2|\eta_0|^2}; \quad \gamma'' = \frac{\eta''_0}{2|\eta_0|^2} \sim O(\varepsilon).$$

Формулы M_1 описывают хаос; при этом нетрудно заметить, что этот хаос имеет структуру хаоса странного аттрактора Лоренца. Если, опираясь на результат п.1 $w = \frac{1}{2z}$, принять $\gamma' = \frac{1}{2}$, то мы получим хаос в диффузионной среде.

III. Изучим теперь другой случай.

$$\frac{dz}{d\hat{z}} = \frac{1}{\eta}; \quad \eta = \frac{\bar{\eta}}{\hat{z}^\gamma}; \quad \gamma > 0; \quad z = \frac{\hat{z}^{\gamma+1}}{(\gamma+1)\bar{\eta}}.$$

Для этого решения $\tau_w = \frac{1}{2} \frac{\hat{z}^\gamma}{\gamma \bar{\eta}}$. Если отождествлять τ_w с внутренним временем, то формула для внутреннего времени будет

$$s = \frac{\hat{z}^\gamma}{2\gamma \bar{\eta}}; \quad \gamma > 0.$$

Из этой формулы и следует важный факт: *в изучаемом случае внутреннее время не имеет логарифмической зависимости от внешнего времени z* . Отсутствие логарифмической зависимости означает отсутствие структурной энтропии и, следовательно, отсутствие энтропийного внутреннего времени. Точнее, формально мы можем ввести структурную энтропию, но она не будет иметь логарифмическую структуру.

Логарифмическая структура возникает в особом случае $\gamma = 0$ и, именно этот случай характеризуется хаотическим поведением п. II. Здесь мы приходим к интересному, но ожидаемому результату; энтропийное внутреннее время и хаос возникает как некоторое особое состояние ЭПС. Этот вывод полностью согласуется с материалами главы IX, посвященной двойственности состояния ЭПС. При частных предположениях заключение о существовании двойственности состояния ЭПС следует и из познавательной модели тепловых структур. Таким образом, модель тепловых структур, также как и трехмерная задача хаотической механики, из-

ученная в главе IX содержит два состояния ЭПС. Объединяя полученные результаты я прихожу к двойственности.

$$M_2 : \quad \tau_w = \begin{cases} \frac{\hat{z}^\gamma}{2\gamma\bar{\eta}} ; \gamma \neq 0 \\ \frac{1}{2\bar{\eta}} \ln \frac{\hat{z}}{\hat{z}_0} ; \gamma = 0 \end{cases} .$$

Эта двойственность и описывает два состояния ЭПС.

§ 6. Порядковое уравнение хаоса

В модели тепловых структур механизм возникновения хаоса можно описать с помощью уравнения аналитичности

$$T^\sigma - \frac{\varkappa_1}{q^2 w} = 0 ; \quad \varkappa_1 = \frac{\varkappa_0 \sigma}{\sigma - 1} .$$

В случае ламинарного движения $\eta = 1$ и уравнение аналитичности удовлетворяется точно.

В турбулентном потоке возникают флуктуации и функция η будет

$$\eta = 1 + \delta_\eta ; \quad \delta_\eta \sim O(\varepsilon^\alpha) ; \quad \alpha > 0 .$$

Здесь δ_η — флуктуация.

Если принять флуктуацию равной хаотическому параметру, то получим

$$\delta_\eta = \gamma ; \quad \eta = 1 + \gamma ; \quad \gamma \sim O(\varepsilon^\alpha) ; \quad \alpha > 0 .$$

Это представление функции η и приводит к хаосу M_1 . В случае хаоса уравнение аналитичности будет выполняться приближенно (не точно); принимая асимптотические оценки

$$\left\{ T^\sigma , \frac{\varkappa_1}{q^2 w} \right\} \sim O(1)$$

из уравнения аналитичности мы получим порядковое уравнение хаоса

$$O(1) + O(1) = O(\varepsilon) .$$

Это уравнение введено мною в монографии "Энтропия".

§ 7. Диффузионный хаос

I. Зададим поток $\dot{\mathbf{q}}$ в виде

$$H_0: \quad \dot{\mathbf{q}} = -\varkappa \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}}; \quad \Phi = T^\sigma.$$

\varkappa — хаотический параметр.

В этом случае уравнение K_6 будет

H_1 :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \dot{\mathbf{q}} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} = \left(\frac{\varkappa_0}{\sigma} - \varkappa \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \right)^2 + \varkappa_0 \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mathbf{q}^2} + a_0 \Phi^\gamma; \\ \gamma = \alpha + 1; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k.$$

Сконструировав двойственность

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{cases} w\mathbf{q} \\ -\varkappa \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \end{cases}.$$

мы можем определить потенциал Φ , удовлетворяющий условию симметрии $\Phi(\mathbf{q}) = \Phi(-\mathbf{q})$

$$\Phi = -\frac{1}{\varkappa} \left(\frac{w\mathbf{q}^2}{2} + \varphi \right).$$

Ограничиваясь случаем $\beta = \sigma + 1$, $\gamma = 2$ из уравнения H_1 получаем уравнение плотности импульса.

$$\left(\frac{\dot{w}}{2} + \varkappa_1 w^2 \right) \mathbf{q}^2 + \left(\dot{\varphi} - w\varphi \frac{\varkappa_0}{\varkappa} + \frac{a_0}{\varkappa} \varphi^2 \right) = -\frac{a_0}{\varkappa} \left[\left(\frac{w\mathbf{q}^2}{2} + \varphi \right)^2 - \varphi^2 \right].$$

Здесь $\varkappa_1 = \frac{\varkappa_0}{\sigma \varkappa} (\sigma - 1)$. Потенциалу Φ можно придать вид

$$\Phi = \tilde{\Phi}(\mathbf{q}, z) + \Phi_0(z).$$

Здесь $\Phi_0(z) = -\frac{\varphi}{\varkappa}$ — свободный потенциал. По определению свободный потенциал не зависит от $\mathbf{q}(z)$, что и определяет условие его выбора

$$\dot{\varphi} = -\frac{a_0}{\varkappa} \varphi^2 + \frac{\varkappa_0}{\varkappa} w\varphi.$$

Теперь уравнение плотности импульса будет

$$\dot{w} + 2\alpha_1 w^2 = -\frac{2a_0}{\alpha_1 q^2} \left[\left(\frac{wq^2}{2} + \varphi \right)^2 - \varphi^2 \right].$$

Внутри ЭПС это уравнение значительно упрощается и принимает вид

$$\dot{w} + 2\alpha_1 w^2 = 0; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Решение этого уравнения хорошо известно

$$w = \frac{1}{2\alpha_1 z}; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Внутреннее время, соответствующее этому решению будет

$$s = \frac{1}{2\alpha_1} \ln \bar{z}; \quad \bar{z} = \frac{z}{\varepsilon}.$$

Отождествляя α_1 с η_0 мы снова приходим к хаосу, описываемому формулами M_1 .

Выполненный анализ устанавливает глубинную причину хаоса.

В модели тепловых структур состояние потока определяется переносом, диффузией и источником. Но здесь существует характерная деталь; вклад диффузии в состояние потока имеет порядок вклада переноса — в определенном смысле диффузия компенсирует перенос, а избыток диффузии создает хаос.

Таким образом, в изучаемой задаче причиной хаоса выступает диффузия, что и приводит к его классификации, как диффузионного хаоса.

§ 8. Энтропийная группа

I. В проблеме возникновения (либо самоорганизации) тепловых структур ключевое значение имеет следующий факт:

На конгруэнции \mathcal{E}_k существует внутренняя симметрия, определяющая организацию диссипативной сплошной среды.

Для изучаемой познавательной модели тепловых структур это означает, что на конгруэнции существует непрерывная группа G , над которой уравнение S_1 инвариантно. В этом случае речь идет об отыскании автомодельных решений, обладающих внутренней симметрией относительно группы G . Другими словами, задача

состоит в отыскании решений, инвариантных над группой G . Теперь, сконструировав способ нахождения инвариантных решений, мы должны выделить из них решения, которым соответствует тепловая структура.

В основе описанного сценария выделения тепловых структур лежит в некотором смысле очевидная идея; тепловые структуры возникают в диссипативной сплошной среде, обладающей внутренней симметрией. Но диссипативная сплошная среда, содержащая внутреннюю симметрию будет организованной сплошной средой; причем организацию в среду вносит непрерывная группа G на конгруэнции \mathcal{E}_k . Этим утверждением я вношу гипотезу о том, что на конгруэнции \mathcal{E}_k носителем организации является непрерывная группа G . Есть непрерывная группа G — есть организация. Нет непрерывной группы G — нет организации. Эта гипотеза принципиально меняет дело в проблеме самоорганизации тепловых структур. Вместо простейшего акта "диссипативная сплошная среда \rightarrow тепловая структура" возникает новая логика, первое звено которой содержит деление диссипативных сплошных сред на организованные (самоорганизованные) и неорганизованные.

Как уже известно, выделение организованной среды происходит путем задания на конгруэнции \mathcal{E}_k группы G . Как только будет решена задача задания группы G мы можем начать поиск решений уравнения S_1 , над группой G , соответствующих тепловым структурам. В этом случае поиск решения уравнения S_1 означает поиск элемента введенной группы G .

Другой важный момент; я проблему самоорганизации тесно связываю с внутренней симметрией диссипативной сплошной среды. Здесь самоорганизация возможна только тогда и только тогда, когда существует внутренняя симметрия.

Этот результат определяет существенное продвижение в проблеме самоорганизации; продвижение, выводящее на передний план группу G , заданную на конгруэнции.

II. Перейдем к конструированию непрерывной группы G . В основу конструирования я положил следующую гипотезу:

На конгруэнции \mathcal{E}_k существует совокупность маршрутов, на которых потенциал импульса Ψ сохраняет постоянное значение.

Теперь инвариантность приобретает ясный и однозначный смысл; на каждом маршруте, входящем в совокупность маршрутов конгруэнции потенциал импульса Ψ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\Psi}{dz} = 0$$

Перейдем к символьной обработке этой гипотезы. Совокупность инвариантных маршрутов образует алгебру, которая и

определяет свойство внутренней симметрии конгруэнции \mathcal{E}_k . Для потока, заданного на совокупности инвариантных маршрутов примем известное представление

$$O_0 : \quad \frac{d\mathbf{q}}{dz} = w\mathbf{q} ; \varepsilon < |z| < R.$$

Кроме этого введем внутреннее время

$$O_1 : \quad \frac{ds}{dz} = w ; \varepsilon < |z| < R.$$

На уравнениях $\{O_0, O_1\}$ определим дифференциальный оператор

$$O_2 : \quad \mathcal{U} = \frac{\partial}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial u} ; u = \ln \mathbf{q}.$$

Дифференциальный оператор \mathcal{U} и образует на алгебре инвариантных маршрутов нужную нам группу G

$$O_3 : \quad G = \left\{ \eta \mid \mathcal{U}\eta = 0 ; \mathcal{U} = \frac{\partial}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial u} \right\}.$$

Свойство инвариантности над группой G означает, что любой элемент группы удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\mathcal{U}\eta = 0 ; \varepsilon < |z| < R.$$

Приведем классификацию группы G : Группа G — непрерывная, аддитивная, бесконечная группа.

III. Перейдем к анализу введенной непрерывной группы.

Первый вопрос, имеющий первостепенное фундаментальное значение, относится к установлению механизма организации, создаваемого группой G .

Непрерывная группа G задает на конгруэнции структуру, в которой пространственная и временная переменные составляют единое целое.

В этом случае на совокупности инвариантных маршрутов существует целостная пространственно - временная структура. В свою очередь внутренняя симметрия поддерживается этой пространственно — временной структурой.

Напомню читателю, что в естествознании случай существования пространственно — временных структур известен. Здесь необходимо обратиться к нашей монографии "Энтропия", в которой приведен характерный пример — четырехмерное пространство

Минковского, поддерживающее глобальную симметрию — закон сохранения структурной энтропии. Между группой G и пространством Минковского существует глубокая неформальная аналогия.

Второй вопрос — энтропийная интерпретация групп G .

Если ввести аргумент

$$O_4: \quad v = s - u,$$

то из дифференциального уравнения группы получаем

$$\cup \eta = 0 \rightarrow \cup v = 0.$$

Таким образом, мы установим, что элементы группы G зависят от одного аргумента.

$$O_5: \quad \eta = \eta(v).$$

Но теперь определяющее условие группы примет вид

$$\eta = \text{const} \rightarrow v = \text{const}.$$

Это означает, что элементы группы сохраняются при постоянном значении аргумента v .

Этот результат приводит к другой форме внутренней симметрии — закону сохранения

$$v = \text{const}.$$

Вспоминая определение аргумента $u = \ln q$ и принимая константу $v_0 = -\ln q_0$ имеем

$$O_6: \quad s = \ln \bar{q}; \quad \bar{q} = \frac{q}{q_0}.$$

Но эта формула — хорошо известная формула энтропийного внутреннего времени.

С другой стороны, вводя структурную энтропию стандартным путем

$$H_q = \ln \bar{q},$$

мы приходим к известной формуле

$$s = H_q.$$

Здесь элемент новизны обязан тому, что мы совершенно другим путем пришли к базовым результатам теории внутреннего

времени, теории структурной энтропии и энтропийного внутреннего времени. Получается, что структурная энтропия и энтропийное внутреннее время не удобные абстрактные символичные конструкции, а естественные структуры, объективно существующие в диссипативной сплошной среде.

Развивая этот вывод дальше я прихожу к заключению о том, что внутренней симметрией — *инвариантностью над группой G* обладает множество в составе конгруэнции \mathcal{E}_k , в котором движение происходит по шкале энтропийного внутреннего времени.

Теперь становится ясна причина того, что энтропийное внутреннее время не всегда существует. Энтропийное внутреннее время существует только в организованной среде, обладающей внутренней симметрией. Получается, что актом введения структурной энтропии и энтропийного внутреннего времени мы вносим в состояние диссипативной сплошной среды организованную упорядоченность. В свою очередь, процессы самоорганизации могут происходить только в организованных средах. И здесь я на конкретной модели тепловых структур получал четкую иллюстрацию тесной связи энтропийного внутреннего времени с проблемой самоорганизации. По-видимому энтропийное внутреннее время является базовой структурой процессов самоорганизации.

Ещё один факт.

Поскольку каждому элементу группы G соответствует конкретный закон сохранения; совокупность элементов, объединенных в группу, будет определять бесконечное число законов сохранения. Это свойство приводит к семантической интерпретации: группа G — группа бесконечного числа законов сохранения.

Но ключевым при семантической интерпретации группы G будет то, что она отражает энтропийное свойство конгруэнции и диссипативной сплошной среды. Это стало для меня определяющим; я решил назвать непрерывную группу G — энтропийной группой.

§ 9. Тепловые структуры

I. Как установлено в §8 тепловые структуры могут возникать лишь в организованной диссипативной среде, обладающей внутренней симметрией относительно группы G . Из этого факта следует, что поиск решений модельного уравнения, определяющих тепловые структуры необходимо искать среди элементов непрерывной группы G .

Отождествляя количество Ψ с элементом группы η ($\Psi = \eta$) на основе уравнения S_1 мы получаем математическую модель теп-

ловых структур.

$$S_0: \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = \bar{\alpha}_0 \Phi \left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{q}} \right)^2 + \alpha_0 \Phi \frac{\partial^2 \eta}{\partial \mathbf{q}^2} + a_0 \Phi^{\gamma-1},$$

$$\eta \in G; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_k; \varepsilon < |z| < R; \gamma > 1; \bar{\alpha}_0 = \alpha_0 \left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right),$$

$$\Phi = e^\eta.$$

Поскольку над группой G

$$\eta = \eta(v); \frac{d\eta}{ds} = 0; v = s - \ln \mathbf{q}; \frac{ds}{dz} = w,$$

то

$$S_1: \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} + w \mathbf{q} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{q}} = 0.$$

Исключая из уравнения теплопроводности с помощью уравнения S_1 производную $\frac{\partial \eta}{\partial z}$ мы приходим к уравнению тепловых структур

$$S_2: \quad w \mathbf{q} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{q}} = - \left[\bar{\alpha}_0 \Phi \left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{q}} \right)^2 + \alpha_0 \Phi \frac{\partial^2 \eta}{\partial \mathbf{q}^2} + a_0 \Phi^{\gamma-1} \right],$$

$$\eta \in G; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_k; \Phi = e^\eta; \varepsilon < |z| < R; \gamma > 1; \bar{\alpha}_0 = \alpha_0 \left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right).$$

Дальнейшая процедура исследования уравнения S_2 достаточно очевидна: она, в большей мере, носит традиционный характер и не представляет большого интереса для настоящей монографии.

II. Здесь представляет интерес другой вопрос: "Как выделить среди решений уравнения S_2 тепловые структуры?"

Для ответа на этот вопрос необходимо обратиться к уравнению

$$S_3: \quad \frac{d\mathbf{q}}{dz} = w \mathbf{q}; \varepsilon < |z| < R$$

Поскольку, входящие в группу G элементы — сохраняющиеся величины ограничены, то любое решение уравнения S_2 будет также ограниченным. В этом случае необходимым условием существования тепловой структуры будет ограниченность обобщенной координаты на заданном, достаточно большом, отрезке действительной оси времени. В случае существования тепловой структуры бесконечно долго и сужении комплексного времени на действительную ось отрезок времени перейдет в полуось ($z = t$; $t \in (\varepsilon, \infty)$). Для действительного времени уравнение S_3 будет

$$S_4: \quad \frac{dq}{dt} = wq; \quad t \in J; \quad J \subset (\varepsilon, \infty).$$

Условие существования предельных ограниченных нетривиальных решений уравнения S_3 имеет вид

$$S_4: \quad \forall t \rightarrow \infty; \quad w \rightarrow \operatorname{Im} w.$$

Таким образом, мы получаем, что тепловая структура будет существовать тогда, когда предельная плотность импульса мнимая величина.

Но из материалов раздела III "Нормальный экстремальный пограничный слой" нам известно, что существование ненулевой мнимой части плотности импульса ($\operatorname{Im} w \neq 0$) возможно только в случае вихревой структуры.

Этот известный результат приводит к заключению; сформулированному в следующем утверждении.

Утверждение X.2 *Возникающая в диссипативной сплошной среде, описываемой моделью тепловых структур, тепловая структура — это вихревая структура.*

Вывод, содержащийся в утверждении X.2 является одним из основных результатов энтропийного анализа познавательной модели тепловых структур.

Новых типов структур в познавательной модели обнаружено не было; мы снова встретились с хорошо известной по предыдущим материалам монографий вихревой структурой.

Это заключение очень важно; поскольку вопрос общности вихревых структур и вопрос о существовании других — невихревых структур являются одними из основных вопросов настоящей книги.

III. В качестве первой задачи поиска автомодельных решений, принадлежащих группе G рассмотрим диссипативную среду, обладающую потенциалом Φ .

В этой задаче

$$\frac{d\mathbf{q}}{dz} = \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \mathbf{q}}; \quad \tilde{\Phi} = \frac{w\mathbf{q}^2}{2} + \varphi.$$

Если потенциал $\tilde{\Phi}$ принадлежит группе G , то простые вычисления приводят к значению

$$w = \frac{1}{2z}.$$

Основной результат имеет формулировку

$$\left\{ \frac{d\mathbf{q}}{dz} = \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \mathbf{q}}; \quad \tilde{\Phi} \in G \right\} \rightarrow w = \frac{1}{2z}.$$

Этот результат выделяет в "чистом" виде диффузию. Интересным свойством диффузии является то, что на построенном решении потенциал $\tilde{\Phi}$ сохраняется

$$\tilde{\Phi} = \text{const}; \quad \forall \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}_0\sqrt{z}.$$

§ 10. Заключение

1. Наиболее значимым результатом анализа познавательной модели тепловых структур является открытие на конгруэнции внутренней симметрии и введение энтропийной группы G .
2. Существование на конгруэнции внутренней симметрии позволило выделить из состава диссипативной сплошной среды организованную сплошную среду. В организованной сплошной среде организация определяется энтропийной группой G .
3. Энтропийная группа G задает на конгруэнции структуру, в которой пространственная и временная переменные составляют единое целое. В этом случае на совокупности инвариантных маршрутов существует целостная пространственно — временная структура.
4. Решения, соответствующие тепловым структурам, содержатся среди инвариантных решений, обладающих внутренней симметрией относительно группы G .
5. На конгруэнции носителем организации является группа G .
6. Здесь я проблему самоорганизации тесно связываю с внутренней симметрией диссипативной сплошной среды. Самоорганизация возможна только тогда и только тогда, когда существует внутренняя симметрия. Этот вывод выводит на передний план энтропийные группы, заданные на конгруэнции. В частной задаче настоящей главы — это энтропийная группа G .

7. Инвариантность имеет ясный и однозначный смысл; на каждом маршруте, входящем в совокупность маршрутов конгруэнции величина Ψ имеет конкретное постоянное значение.
8. Инвариантностью над энтропийной группой G обладает множество в составе конгруэнции, в котором движение происходит по шкале энтропийного внутреннего времени.
9. Актом введения структурной энтропии и энтропийного внутреннего времени мы вносим в состояние диссипативной сплошной среды организованную упорядоченность.
10. Энтропийное внутреннее время является базовой структурой процессов самоорганизации.
11. Энтропийная группа G имеет интересную семантическую интерпретацию — это группа бесконечного числа законов сохранения.
12. Существование бесконечного числа законов сохранения предопределяет возможность реализации чрезвычайно большого разнообразия тепловых структур.
13. В диссипативной сплошной среде, описываемая, изучаемой в настоящей главе познавательной моделью, тепловая структура — это вихревая структура.

Глава XI

Солитон

Содержание

§1. Общие сведения	264
§2. Временная симметрия	266
§3. Одномерное особое комплексное Гильбертово поле	268
§4. Организованная сплошная среда	269
§5. Генератор группы	270
§6. Уравнение плотности импульса	272
§7. Характерные решения	273
§8. Уравнение импульса	274
§9. Компенсация	275
§10. Заключение	278

§ 1. Общие сведения

I. В среде естествоиспытателей бытует мнение о том, что в нелинейной физике за последние тридцать лет произошла революция, обязанная двум знаменательным открытиям: солитону и странному аттрактору. Эти открытия круто изменили наши представления о природе самоорганизации и ввели в нелинейную науку две новые теоретические конструкции. Первая теоретическая конструкция — странный аттрактор достаточно глубоко изучена в главе "Странный аттрактор Лоренца"; настоящая глава посвящена энтропийному анализу солитона. Меня, прежде всего, интересует вопрос о том, что представляет из себя солитон с точки зрения теории энтропии. Второй важный момент: солитон является четкой и широко известной реализацией структуры в сплошной среде. Этот момент определяет важное значение солитона в проблеме самоорганизации. Здесь мы приходим к четкой задаче — самоорганизации солитона; нам необходимо выяснить механизмы и принципы его самоорганизации.

Теперь мы опишем третью проекцию анализа солитона; необходимо установить в какой степени информация о солитоне и его характерные черты согласуются с теорией и сведениями, содержащимися в предыдущих главах настоящей монографии и монографии "Энтропия". Второй аспект здесь связан с возможностью установления в процессе энтропийного анализа солитона, новых, доселе неизвестных мне, фактов по проблеме самоорганизации.

В методологии ЭПС, реализованной в настоящей монографии важную роль играет следующий факт: экстремальный пограничный слой, обладая универсальностью, и большим, практически вселенским уровнем общности, содержит в себе события и состояния многократно встречающиеся и изучаемые в разнообразных разделах физики.

В связи с этим для меня важнейшее значение приобрел вопрос анализа "известного" инструментальными средствами новой теории энтропии. Этот вопрос в монографии получил конкретную реализацию; энтропийный анализ основного комплекта достижений физики стал неотъемлемой частью настоящей монографии. Значимость энтропийного анализа "известного" возрастает, если вспомнить, что ЭПС — новый и чрезвычайно сложный объект современного естествознания, сложность ЭПС и определила стратегию исследования. В полной мере осознавая сложность и глубину ЭПС, я принял решение выполнить настоящее исследование "методом исключения". После аксиоматического определения и развития общей теории специальную теорию ЭПС я разработал путем выделения и изучения из общей проблемы конкретных, более простых проблем. Так были выделены и изучены слабый и нормальный экстремальные пограничные слои. Параллельно с этим я выполнял энтропийный анализ известных результатов, фактов и теорий нелинейной науки. Это значительно сузило и повысило эффективность научного поиска и создало уникальные условия для генерирования научных идей и результатов в теории ЭПС и хаотической механике. В итоге я выполнил энтропийный анализ ключевых понятий, сущностей и фактов, составляющих основу современного состояния проблемы самоорганизации.

Этот анализ включает следующие позиции:

1. Нелинейное взаимодействие трех связанных осцилляторов.
2. Взрывная неустойчивость.
3. Странный аттрактор Лоренца.
4. Тепловые структуры.
5. Солитон.

В проблеме "режимов с обострением" тепловые структуры возникают и изучены в нескольких нелинейных уравнениях теплопроводности, поэтому я энтропийный анализ выполнил только на основе познавательной модели тепловых структур. Подобная ситуация характерна и для солитона; солитоноподобные решения обнаружены в ряде нелинейных дифференциальных уравнений, но в мои планы не входит глубокий и подробный анализ поведения солитона в различных ситуациях и уравнениях. Поэтому я ограничился познавательной моделью — уравнением Кортевега де Фриза. Для читателя будет интересно и то, что энтропийным анализом солитона я, в определенной мере, подвожу своеобразный

итог. Солитоном исчерпывается список аналогий, привлекаемых мною для подтверждения и апробации текущих результатов теории ЭПС. Заккрытие списка аналогий означает также и завершение первой части настоящего исследования.

§ 2. Временная симметрия

I. В экстремальном пограничном слое существуют решения, имеющие одно и тоже внутреннее время для пакета (совокупности) маршрутов, входящих в состав конгруэнции. В этом случае внутреннее время будет обладать инвариантностью относительно конкретной реализации маршрута, входящего в состав пакета; свойство инвариантности определяет еще одну симметрию ЭПС — временную симметрию.

Таким образом, временная симметрия поддерживает законы сохранения внутреннего времени на пакете маршрутов. Перейдем к символической формулировке закона сохранения внутреннего времени. В кольце $\varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}$ введем преобразование комплексного времени

$$z \rightarrow \bar{z}; \quad z = \alpha \bar{z}; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

При этом преобразовании внутреннее время будет зависеть от нового комплексного времени

$$z = \alpha \bar{z}; \quad s = s(z); \quad s(z) \rightarrow s(\bar{z}).$$

В случае инвариантности внутреннего времени будет справедливо равенство времен

$$z = \alpha \bar{z}; \quad s(z) = s(\bar{z}).$$

Теперь следует обратиться к уравнению внутреннего времени

$$\frac{ds}{dz} = w(z); \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Это уравнение дает известную связь внутреннего времени с дивергентным инвариантом

$$s = \int^z w(z) dz.$$

Из этой формулы следует, что в случае существования временной симметрии дивергентный инвариант должен быть однородной функцией

$$w(z) = \frac{1}{\alpha} w(\bar{z}).$$

Таким образом, временная симметрия — закон сохранения внутреннего времени поддерживается однородностью дивергентного инварианта.

$$S_0 : \quad w(z) = \frac{1}{\alpha} w(\bar{z}) \rightarrow s(z) = s(\bar{z}).$$

II. Перейдем к обсуждению введенной временной симметрии.

Смысл инвариантности внутреннего времени достаточно прост.

На конгруэнции \mathcal{E}_k структура существует в виде совокупности маршрутов; по сути, через каждую точку структуры проходит свой маршрут.

Ясно, что для существования структуры, как единого целого, необходимы особые свойства, формирующие ее маршруты. Одно свойство — динамическое подобие мы можем без особых затруднений умозрительно представить. Именно динамическое подобие и определяет временная симметрия. Все происходящее допускает объяснение с использованием термина "автомодельность". Каждый маршрут в составе пакета имеет свое индивидуальное время, но в случае инвариантности путем перехода к единому масштабу времени мы все сводим к единому автомодельному решению.

Временная симметрия не является принадлежностью солитона — это фрагмент общей теории внутреннего времени, но в задаче о солитоне она играет ключевую роль. Солитон является первой структурой, в которой существует временная симметрия.

Этого утверждения достаточно для понимания сути солитона, но это всего лишь априорное заявление. Нам необходим дальнейший анализ для обоснования этого утверждения, детализации и выяснения механизма поддержания временной симметрии.

Следует обратить внимание и на то, что однородность дивергентного инварианта имеет важное значение в методологии и инструментальной технике энтропии и ЭПС. Близкие к этому свойству вопросы давно и подробно обсуждаются и в теории солитонов и в проблеме режимов с обострением.

Небольшая деталь: в теории солитонов близкий круг вопросов связывают обычно со свойством Пенлеве.

Характерный вариант однородного дивергентного инварианта задает известная комплексная скорость

$$S_1 : \quad w(z) = \frac{\bar{w}}{z} ; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Получается, что именно временной симметрии мы обязаны тем, что формулы S_1 часто встречаются в наших монографиях "Энтропия" и "Энтропия-2".

Однородный дивергентный инвариант, определяемый формулой S_1 , формирует логарифмическое внутреннее время

$$w(z) = \frac{\bar{w}}{z} \rightarrow s = \ln z.$$

В свою очередь, в случае существования логарифмического времени в "чистом виде" существует структурная энтропия

$$s = \ln z \rightarrow H_q = \ln V_q.$$

В итоге у нас возникает логическая цепочка

$$w(z) = \frac{\bar{w}}{z} \rightarrow s = \ln z \rightarrow H_q = \ln V_q.$$

У этой цепочки имеется интересная характерная черта: она относится к решениям, способным создавать структуру.

§ 3. Одномерное особое комплексное Гильбертово поле

I. Следуя материалам главы X "Тепловые структуры", введем в двумерном комплексном фазовом пространстве одномерное особое комплексное Гильбертово поле

$$L_0: \quad L_s = \{q, p \mid L_s \subset \Gamma; \Theta = -\dot{q}p - \Pi\}.$$

На этом многообразии каноническая система уравнений потенциала ускорений имеет известный вид

$$\dot{q} \equiv \dot{q}; \quad q \in \mathcal{D}_q; \quad \dot{q} = \frac{dq}{dz},$$

$$L_1: \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\dot{q} \frac{\partial p}{\partial q} - \frac{\partial \Pi}{\partial q}; \quad p \in \mathcal{D}_p.$$

Теперь введем на многообразии \mathcal{D}_q конгруэнцию

$$L_2: \quad \mathcal{D}_k = \left\{ q \mid q = q(z); \dot{q} = wq; \frac{\partial \Pi}{\partial q} = \frac{\partial^3 p}{\partial q^3} + (p - wq) \frac{\partial p}{\partial q} \right\}.$$

На конгруэнции \mathcal{D}_k каноническая система уравнений будет

$$L_3: \quad \dot{q} = wq,$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -\mathbf{p} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial^3 \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}^3}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Второе уравнение канонической системы L_3 представляет уравнение Кортевега де Фриза.

Здесь существует техническая деталь: обычно уравнение Кортевега де Фриза записывается в подвижной системе координат. У меня каноническая система уравнений L_3 записана в неподвижной системе координат.

§ 4. Организованная сплошная среда

Введем отображение

$$F: \quad \mathbf{q} \rightarrow \mathbf{p}; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q; \quad \mathbf{p} \in \Omega_p.$$

Ясно, что в этом случае

$$\mathbf{p} = F; \quad F = (\mathbf{q}, z).$$

Вводя сужения конфигурационного пространства и пространства импульса

$$\Omega_q \rightarrow \mathcal{E}_q; \quad \Omega_p \rightarrow \mathcal{E}_p,$$

отображение F будет

$$F: \quad \mathcal{E}_q \rightarrow \mathcal{E}_p; \quad \{\mathcal{E}_q, \mathcal{E}_p\} \subset L_s.$$

Последовательно выделяя из многообразия \mathcal{E}_q конгруэнцию \mathcal{E}_k получаем

$$F: \quad \mathcal{E}_k \rightarrow \mathcal{E}_p; \quad \{\mathcal{E}_k, \mathcal{E}_p\} \subset L_s.$$

Для восстановления солитоноподобных решений канонической системы L_3 выделим из множества ее решений совокупность организованных решений. Организованные решения формируют организованную сплошную среду; именно в организованной сплошной среде могут, в соответствии с материалами главы "Тепловые структуры", возникать структуры.

В данном случае структура — это солитон. В основе выделения из состава

виртуальной сплошной среды организованной среды лежит известный факт: *на конгруэнции \mathcal{E}_k существует внутренняя симметрия, определяющая организацию виртуальной сплошной среды.*

В этом случае внутренней симметрии будет соответствовать непрерывная (топологическая) группа G . Эта группа G будет определять организацию виртуальной сплошной среды. Организующее начало в сплошную среду вносит топологическая группа G на конгруэнции \mathcal{E}_k .

В основу конструирования нужной топологической группы G я положил следующую гипотезу.

На конгруэнции \mathcal{E}_k существует совокупность маршрутов, на котором импульс \mathbf{p} сохраняет постоянное значение.

Эта гипотеза представляет другой вариант гипотезы, сформулированной в главе "Тепловые структуры".

Введенная гипотеза существенно упрощает дело: нужная нам группа G содержится в главе "Тепловые структуры".

Эта группа определяет на конгруэнции \mathcal{E}_k совокупность инвариантных маршрутов; при этом свойство инвариантности означает, что любой элемент группы удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\cup \eta = 0 ; \varepsilon < |z| < R.$$

Теперь нам следует, опираясь на сформулированную гипотезу, отображение F принять равным элементу группы G .

$$F = \eta.$$

В этом случае из дифференциального уравнения группы следует

$$A_1 : \quad \frac{\partial F}{\partial z} = -w\mathbf{q} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}}.$$

Присоединение этого уравнения к уравнению Кортвега де Фриза дает новое уравнение над группой G

$$A_2 : \quad \frac{\partial^3 \mathbf{p}}{\partial q^3} = (w\mathbf{q} - \mathbf{p}) \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

При выводе этого уравнения учтено равенство $\mathbf{p} = F$. Уравнение A_2 и определяет организованную сплошную среду.

§ 5. Генератор группы

Одно из основных и характерных свойств солитоноподобных решений — существование бесконечного числа законов сохранения, обязано генератору группы G . Следуя главе "Тепловые структуры" введем аргумент

$$v = s - u$$

Если постулировать решение дифференциального уравнения группы в виде

$$\eta = \eta(v) ,$$

то из этого дифференциального уравнения следует

$$\cup \eta = 0 \rightarrow \cup v = 0.$$

Представление элемента группы в виде $\eta = \eta(v)$ означает, что аргумент $v = s - u$, будучи элементом группы G , является генератором группы.

Таким образом, мы установили, что генератором группы является элемент v . В дополнение к этому генератор группы v — единственный, что приводит к установлению ранга группы: группа G — топологическая группа первого ранга.

Легко показать, что на истинных движениях генератор группы сохраняет постоянное значение.

Обратимся к уравнениям потока \dot{q} и энтропийного внутреннего времени

$$\frac{dq}{dz} = wq ; \quad \frac{ds}{dz} = w.$$

Из этих уравнений следует

$$s - \ln q = v_0 ; \quad v_0 = \text{const.}$$

Таким образом, на одном отмеченном маршруте, входящем в состав пакета, формирующий солитон генератор группы сохраняет постоянное значение. Этот вывод приводит к основному результату

$$v = \text{const} \rightarrow \eta = \text{const} \rightarrow p = \text{const.}$$

Этот результат и утверждает основной вывод: уравнение организованной среды A_2 обладает бесконечным числом законов сохранения.

Ясно, что здесь речь идет о сохраняемости элементов группы. В многочисленных исследованиях этого, по своему уникального, факта сформированный выше вывод обычно переносят на уравнение Кортевега де Фриза и другие довольно многочисленные уравнения, обладающие солитоноподобными решениями. Выше я привнес уточнение: бесконечным числом законов сохранения обладает организованная сплошная среда. В теории солитона важное значение имеет утверждение о том, что вся совокупность законов сохранения порождается одним законом сохранения. Группа G дает наиболее простое объяснение этому явлению. Исходным законом сохранения, порождающим бесконечное число законов сохранения, является закон сохранения генератора группы.

§ 6. Уравнение плотности импульса

Уравнение плотности импульса получается в результате сужения уравнения A_2 на одиночный маршрут.

Поскольку над группой G $p(v)$, то входящие в уравнение A_2 производные имеют вид

$$\frac{\partial p}{\partial q} = -\frac{p_v}{q}; \quad p_v = \frac{\partial p}{\partial v},$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial q^2} = \frac{f}{q^2}; \quad f = \frac{\partial^2 p}{\partial v^2} + \frac{\partial p}{\partial v}; \quad \frac{\partial^3 p}{\partial q^3} = \frac{f_1}{q^3}; \quad f_1 = 3f + \frac{\partial f}{\partial v}.$$

На одиночном маршруте генератор группы сохраняет постоянное значение; это свойство приводит к очевидному результату

$$v = \text{const} \rightarrow \{p, p_v, f, f_1\} = \text{const}.$$

На основе этого результата из уравнения A_2 получается уравнение плотности импульса

$$K_0: \quad w = \frac{p_0}{q} + \frac{p_1}{q^3}, \quad p_0 = p; \quad p_1 = -\frac{f_1}{p_v}.$$

Здесь $\{p, f_1, p_v\}$ — константы, равные значениям соответствующих количеств при $v = v_0$.

Внося значение плотности импульса, определяемого формулой K_0 в уравнение потока \dot{q} , мы получаем дифференциальное уравнение

$$K_1: \quad \dot{q} = p_0 + \frac{p_1}{q^2}.$$

Но из уравнения K_0 мы можем получить и дифференциальное уравнение плотности импульса.

Из уравнения потока \dot{q} следует

$$\dot{q} = wq; \quad q = q_0 e^s; \quad \dot{s} = w.$$

Теперь уравнение плотности импульса будет

$$w = D_0 e^{-s} + D_1 e^{-3s}.$$

Этому уравнению соответствует дифференциальное уравнение плотности импульса

$$K_2: \quad \frac{d^2 \ln w}{dz^2} = -4 \frac{dw}{dz} - 3w^2; \quad \varepsilon < |z| < R.$$

В связи с тем, что уравнение K_2 не содержит в явном виде обобщенную координату, оно будет справедливо на конгруэнции Ξ_k .

§ 7. Характерные решения

Отличие солитона от тепловых структур обязано тому факту, что, в противоположность тепловым структурам, которые реализуются при условии ограниченности обобщенной координаты, он существует на маршрутах, ведущих к неограниченному росту обобщенной координаты. Это в корне меняет дело, определяя самостоятельность солитона как объекта исследования. В случае солитона мы должны отойти от вихревой структуры и изучать другие условия его существования как структуры. Будем предполагать, что целостность солитона как структуры поддерживается временной симметрией.

Как известно, в случае существования временной симметрии плотность импульса — дивергентный инвариант будет однородной функцией. Поэтому среди решений уравнения K_2 решение, соответствующее солитону должны обладать свойством однородности. В наиболее характерном случае однородное решение имеет вид

$$w = \frac{w_0}{z}.$$

В этом решении уравнению K_2 соответствуют два значения константы w_0

$$w_0 = \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Первое, хорошо известное значение $w_0 = 1$ соответствует инерциальной (консервативной) сплошной среде. Второе характерное значение $w_0 = \frac{1}{3}$ встречается первый раз и определяет новую в нашей теории среду — дисперсионную сплошную среду. Полученные константы соответствуют нулевым значениям констант уравнения K_1

$$w_0 = 1 \rightarrow p_1 = 0; \quad w_0 = \frac{1}{3} \rightarrow p_0 = 0.$$

Соответственно, обобщенная координата дисперсионной среды будет определяться формулой

$$q = q_0 z^{\frac{1}{3}}.$$

Теперь нам следует обратиться в прошлое и вспомним значение константы w_0 в диффузионной среде. Если для трех типов

одномерных сред — инерциальной, диффузионной и дисперсионной, принять общую формулу

$$q = q_0 z^\alpha,$$

то мы приходим к следующим любопытным значениям:

1. $w_0 = \alpha = 1$ — инерциальная среда,
2. $w_0 = \alpha = \frac{1}{2}$ — диффузионная среда,
3. $w_0 = \alpha = \frac{1}{3}$ — дисперсионная среда.

Существование некоторой закономерности здесь обнаруживается.

§ 8. Уравнение импульса

Для решения $w_0 = 1$ выполняется условие сохранения

$$wq = p_0.$$

Внося это уравнение в уравнение A_2 мы приходим к известному уравнению импульса.

$$\frac{\partial^3 p}{\partial q^3} = \frac{\partial}{\partial q} [p_0 p - \frac{1}{2} p^2].$$

Интегрируя это уравнение, получаем другое уравнение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial q^2} = p_0 p - \frac{1}{2} p^2.$$

Здесь константу интегрирования без ограничения общности я принял равной нулю.

Для решений вида

$$p = p(x); \quad x = q + ct.$$

последнее уравнение переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = p_0 p - \frac{1}{2} p^2.$$

Это уравнение и есть известное уравнение, определяющее форму солитона. [207, 366]

В частности, из этого уравнения простым путем получается классическое решение для формы уединенной волны в виде квадрата гиперболического секанса. [282]. Напомню, что решения вида $\{p = p(x) : x = q + ct\}$ соответствует галилеевой инвариантности уравнения Кортевега де Фриза.

§ 9. Компенсация

I. Несмотря на свою простоту, выполненный в настоящей главе энтропийный анализ солитона позволил мне установить несколько общих фактов, имеющих важное значение в общей проблеме энтропии и самоорганизации. Один из фактов относится к явлению компенсации. В процессе работы над двумя разделами "Нормальный экстремальный пограничный слой", "Внутреннее время" я систематически встречался с одним и тем же явлением — компенсацией. Первый раз компенсация обнаружена мною в задаче о взрывной неустойчивости, потом она возникла в странном аттракторе Лоренца, затем в познавательной модели тепловых структур и последний раз, в наиболее четком виде, в солитоне.

Последовательное накопление знаний о компенсации привело меня к мысли о том, что здесь мы имеем дело с общим фундаментальным явлением, возможно характерным для любых процессов самоорганизации. Говорить о существовании некоторого общего объединяющего принципа самоорганизации еще рано, но думать в этом направлении уже необходимо сейчас; при написании либо прочтении этих страниц.

Феноменология компенсации выглядит, примерно, так. Состояния ЭПС характеризуются конфликтом между несколькими сущностями виртуальной сплошной среды; в результате конфликта происходит взаимное уничтожение (компенсация) этих сущностей и среда приобретает новые свойства (самоорганизуется). В новой самоорганизованной среде и происходит событие — возникновение структуры. Получается, что структура является результатом баланса конфликтующих сущностей. Именно этот баланс и был назван мною компенсацией. В задаче о взрывной неустойчивости и в странном аттракторе Лоренца диссипации противостояла некоторая сущность смысл которой до конца неясен. Неясность глубинного смысла этот конфликтующей сущности привел меня к затруднениям в ее наименовании.

В результате, для нее я придумал переходный термин — возбужденная диссипация. Этот термин дал мне возможность объяснить механизм и результаты компенсации в терминах диссипации. Если в диссипативной сплошной среде отсутствует движение, то в ней существует опорная диссипация. В случае движения в среде возникает возбужденная диссипация и участниками конфликта становятся две диссипации — опорная и возбужденная.

При компенсации эти диссипации гасят друг друга и опорная диссипативная сплошная среда превращается в другую — инерционную сплошную среду.

В свою очередь, в инерционной, именно в инерционной

сплошной среде возникает структура, поведение которой мы потом и изучаем.

В задаче о взрывной неустойчивости мы изучаем взрывное разрушение предельного цикла, состоящего из трех взаимодействующих осцилляторов.

Здесь все происходящее состоит из двух этапов; на первом этапе развивается процесс компенсации, результатом которого становится структура — предельный цикл. А на втором этапе происходит процесс взрывного разрушения этой структуры.

Центральным фактом здесь является то, что опорная диссипативная среда в точке компенсации меняет свои свойства (самоорганизуется) и приобретает черты инерциальной среды. Второй важный факт: самоорганизация сплошной среды происходит не на всем энтропийном многообразии конфигурационного пространства, а только на одном маршруте. Получается, что на конгруэнции в данной ситуации существует один маршрут (либо конечное число), на котором реализована компенсация и который подчиняется законам инерциальной среды, находясь в диссипативной сплошной среде. Этот единственный особый маршрут и способен к созданию структуры.

В основных чертах, изменив проблемную ориентацию, описанный сценарий реализуется и в странном аттракторе Лоренца. Среда обитания странного аттрактора Лоренца — диссипативная сплошная среда.

Переход ламинарного движения в турбулентный поток сопровождается возникновением вихревой структуры. Но при этом, точка перехода совпадает с точкой компенсации. Странный аттрактор Лоренца описывает возникновение, функционирование и разрушение вихревой структуры, при этом процесс возникновения вихревой структуры оказывается тесно связанным с компенсацией.

В познавательной модели тепловых структур в конфликте участвуют источник и диффузия, при их определенном соотношении (то, что я называю компенсацией), по-видимому и будет возможно возникновение тепловых структур.

Наиболее простой и доступный сценарий компенсации дает солитон. Здесь две сущности: перенос и дисперсия на некотором особом маршруте гасят друг друга — происходит компенсация. При условии компенсации дисперсионная сплошная среда приобретает черты инерциональной среды. Именно на маршруте компенсации возникает и функционирует солитон.

Значительный вклад в выяснение роли компенсации и механизма возникновения солитона вносит классификация солитона. Солитон — это самостоятельный вид структуры в виртуальной сплошной среде. Солитон — не вихревая структура, это самосто-

тельная солитонная структура, возникающая и функционирующая в дисперсионной сплошной среде. Солитон создают перенос и дисперсия.

II. Здесь представляет интерес интерпретация солитона в терминах классической механики.

Уравнению Кортевега де Фриза, входящему в состав системы L_3 можно придать вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = -\frac{\partial\Pi}{\partial\mathbf{q}}, \quad \frac{\partial\Pi}{\partial\mathbf{q}} = \frac{\partial^3\mathbf{p}}{\partial\mathbf{q}^3} + (\mathbf{p} - w\mathbf{q})\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial\mathbf{q}}.$$

На группе G

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = 0; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k$$

и уравнение A_2 будет

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\mathbf{q}} = 0; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k.$$

В случае $w\mathbf{q} = \mathbf{p}_0$ и $\{\mathbf{p} = \mathbf{p}(x) : x = \mathbf{q} + ct\}$ из последнего уравнения следует

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\mathbf{q}} = 0 \rightarrow \Pi = \Pi_0.$$

Принимая без ограничения общности $\Pi_0 = 0$, мы приходим к выводу, что на траектории (маршруте) движения солитона потенциальная энергия равна нулю и солитон совершает свободное (бессилковое) движение. Отсюда следует, что компенсация (в данном случае равенство нулю потенциальной энергии) создает в дисперсионной сплошной среде условия, при которых возможно осуществление свободного движения структуры — солитона.

При постоянной скорости солитон движется как твердое тело, но, будучи эластичным в реализации, он сохраняет неизменной свою внешнюю геометрию благодаря свободному движению.

III. Вторым общим значимым результатом исследования двух разделов "Нормальный экстремальный пограничный слой" и "Внутреннее время" является формирование списка конфликтующих сущностей.

Этот список выглядит следующим образом

1. Перенос.
2. Диссипация.
3. Диффузия.
4. Дисперсия.
5. Источник.

Появятся ли в этом списке новые компоненты, покажет вторая часть монографии.

§ 10. Заключение

1. *Солитон — это самостоятельный вид структуры виртуальной сплошной среды. Он возникает в дисперсионной сплошной среде в результате конфликта между переносом и дисперсией.*

В этом конфликте наступает компенсация, когда влияние дисперсии ликвидирует перенос; на маршруте (траектории) компенсации и возникает структура — солитон.

2. *Маршрут на котором реализована компенсация обладает особыми свойствами; на нем стационарное движение солитона подчиняется законам инерциальной сплошной среды.*
3. *Солитон расположен в экстремальном пограничном слое.*
4. *При стационарном движении солитон обладает временной симметрией — инвариантностью внутреннего времени.*
5. *При постоянной скорости солитон движется как твердое тело, но, будучи эластичным в реализации, он сохраняет неизменной свою геометрию благодаря временной симметрии.*
6. *Каноническое уравнение потенциала ускорений, описывающее солитон над топологической группой первого ранга имеют бесконечное число законов сохранения. Эти законы сохранения обязаны своим происхождением одному закону — закону сохранения генератора группы. Существование бесконечного числа законов сохранения и определяет чрезвычайно богатый набор поведений солитона.*
7. *В настоящей книге я пока четко выделил и идентифицировал два вида структур, участвующих в проблеме самоорганизации:*

1) Вихрь — вихревая структура. 2) Солитон.

8. *Хотя настоящая глава имеет четкое проблемно-ориентированное название "Солитон", она содержит значительно более общие материалы. В одной из важнейших задач настоящей монографии — развитии феноменологии ЭПС, она, в определенном смысле, носит итоговый характер первой части книги. Солитон оказался последним, досконально изученным объектом нелинейной науки и его исследованием я закончил серию сопоставительных энтропийных анализов ряда наиболее известных и значимых результатов, фактов и теорий нелинейной науки и естествознания в целом. В итоге, я выполнил энтропийный анализ ключевых понятий, сущностей и фактов, составляющих основу современного состояния проблемы самоорганизации. Этот анализ включает следующие позиции:*

- 1) *Нелинейное взаимодействие трех связанных осцилляторов.*

-
- 2) Взрывная неустойчивость.
 - 3) Странный аттрактор Лоренца.
 - 4) Тепловые структуры.
 - 5) Солитон.
9. В центре внимания итогового обсуждения оказалась проблема компенсации. Как правило, в событиях которые мы связываем с самоорганизацией участвует компенсация, как результат конфликтующего взаимодействия различных сущностей, расположенных в ЭПС. Это обстоятельство в проблеме самоорганизации и выводит на ключевые позиции компенсацию. Может быть компенсация и содержит ключ к открытию некоторого общего принципа самоорганизации.
10. Содержащийся в двух разделах настоящей книги энтропийный анализ позволил мне сформулировать предварительный список конфликтующих сущностей. Этот список выглядит следующим образом:
- (а) Перенос.
 - (б) Диссипация.
 - (в) Диффузия.
 - (г) Дисперсия.
 - (д) Источник.

Раздел V

Калибровочный хаос

Глава XII. Двойственность описания

Глава XIII. Диффузия

Глава XIV. Калибровочный хаос

Глава XII

Двойственность описания

Содержание

§1. Разрушение импульса	281
§2. Формулировка проблемы двойственности	286
§3. Организованная среда	289
§4. Другая интерпретация энтропийной группы	295
§5. Познавательная модель	297
§6. Гармонический осциллятор	299
§7. Свободное движение	303
§8. Диффузия	305
§9. Суперпозиция	307
§10. Заключение	308

§ 1. Разрушение импульса

I. Исследование проблемы двойственности описания я решил начать с обсуждения фундаментального факта хаотической механики - разрушения импульса в ЭПС.

Разрушение импульса в ЭПС неоднократно обсуждалось мною в монографии "Энтропия" и на страницах настоящей книги, но это явление формирует феноменологическую базу проблемы двойственности описания я решил еще раз обратиться и к этому феномену. Здесь меня, прежде всего, интересует описание хаотического механизма разрушения; но существует и другой важный аспект. В классической механике одной из основных симметрий является закон сохранения импульса; эту симметрию поддерживает инвариант - импульс. Поэтому в факте разрушения импульса мы обнаруживаем факт разрушения инварианта. Ясно, что в зоне разрушения существует другая упорядоченность, отличные от упорядоченности классической механики, либо Гильбертова поля. Эта новая упорядоченность не описывается законами классической механики; здесь справедлива новая механика, которую я назвал хаотической механикой. При описании движения сплошной среды на Гильбертовом поле разрушение импульса сопровождается разрушением Гильбертова поля; поэтому в некотором узком смысле проблема разрушения импульса адекватна разрушению Гильбертова поля. В монографии "Энтропия" феноменологии разрушения Гильбертова поля посвящен самостоятельный параграф. Поскольку механизм зоны разрушения отличается от механики

внешней окрестности этой зоны, также входящей в состав ЭПС, то мы и приходим к существованию двойственности описания - как фундаментальной двойственности ЭПС. Выполним символичный анализ разрушения импульса на примере вещественного фазового пространства с вещественным временем. В гамильтоновой механике состояние ЭПС описывает следующая простейшая задача:

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}; H = \frac{1}{2} \|\mathbf{p}\|^2; \mathbf{q} \in \Omega_q,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}}; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega_q \subset R^n; \Omega_p \subset R_n.$$

Для принятого гамильтониана каноническая система будет

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p}$$

$$\dot{\mathbf{p}} = 0$$

Поскольку $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$; $\mathbf{p} = \mathbf{p}(t)$, то ее решение имеет вид

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0; \mathbf{p}_0 = \text{const.}$$

Это решение и представляет частную формулировку закона сохранения импульса. Как известно, классическая интерпретация здесь имеет вид; каноническая система уравнений описывает траекторию свободного движения твердой частицы. Ситуация резко меняется при переходе от свободного импульса к присоединенному импульсу

$$\mathbf{p}(t) \longrightarrow \mathbf{p}(\mathbf{q}, t).$$

В случае присоединенного импульса задачу будет описывать каноническая система уравнений потенциала ускорений вида:

$$A_1: \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \mathbf{q} \in \Omega_q; \Theta = -\frac{1}{2} \|\mathbf{p}\|^2$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}; \mathbf{p} \in \Omega_p; \mathbf{q}, \mathbf{p} \in \Pi$$

Здесь, как всегда, Π - многообразие потенциала ускорений.

Окончательный вид этой системы следующий:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p},$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -(\mathbf{p} | \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}) \mathbf{p}; \mathbf{q}, \mathbf{p} \in \Pi.$$

Решение этой системы хорошо известно и имеет вид (см. "Энтропия")

$$A_2 : \quad p = \frac{q}{t}.$$

В идеальной ситуации, когда известно точное значение обобщенной координаты из формулы A_2 следует точное значение импульса:

$$p = p_0 = \text{const.}$$

Но в природе идеальной ситуации нет; конструктивные несовершенства искажают обобщенную координату. В результате в реальной ситуации вместо формулы A_2 импульс будет описывать другая формула:

$$p = \frac{\tilde{q}}{t}; \quad \tilde{q} = q + O(\varepsilon).$$

Итогом этого будет то, что для малых значений времени $t \sim O(\varepsilon)$ импульс будет описывать порядковое уравнение:

$$A_3 : \quad (p - p_0) \sim O(1); \quad O(1) = \frac{O(\varepsilon)}{O(\varepsilon)}.$$

Порядковое уравнение A_3 и констатирует факт разрушения импульса. Но отсюда не следует, что хаотическое порядковое уравнение описывает истинное состояние зоны разрушения; он определяет запрет на применение формулы A_2 и канонических уравнений потенциала ускорений с потенциалом

$$\Theta = -\frac{1}{2} \| p \|^2.$$

Это означает, что уравнение A_1 не справедливо в зоне разрушения, и необходимо вводить другое описание. Механизм запрета, имеющий энтропийную природу, имеет простое энтропийное описание. По сути, явление запрета обязано своим существованием принципу максимума энтропии Панченкова. В соответствии с принципом максимума энтропия принимает на истинных состояниях максимальное, но конечное значение, имеющее порядок

$$H_f \sim -\ln \varepsilon,$$

где ε - калибровочный радиус.

Примем для энтропии и ее компонент известное представление

$$H_f = \ln V$$

$$H_q = \ln V_q; H_p = \ln V_p; V = V_q \cdot V_p.$$

В соответствии с одной из аксиом ЭПС внутри экстремального пограничного слоя выполняется неравенство

$$|V_q| < |V_p|$$

Принимая на границе ядра ЭПС стандартное условие $H_q = 0$; $t = \varepsilon$ и условие $\text{sgn} H_q = 1$; $t = \varepsilon$, переконструируем формулу структурной энтропии

$$H_q = \ln \bar{V}; \bar{V}_q = \frac{V_q}{V_q^0}; \bar{V}_q > 1$$

Здесь V_q^0 и является минимальным объемом конфигурального пространства - объемом, определяющим границу существования импульса инерциальной сплошной среды. Обобщенная координата инерциальной сплошной среды не может сформировать меньший объем; а для меньшего объема импульс внешнего описания не существует.

II. У нас достаточно оснований для отождествления зоны разрушения (внешнего) импульса с ядром ЭПС. Эти оснований опираются на аксиому калибровочного радиуса. Между минимальным объемом V_q^0 и малым калибровочным радиусом существует изоморфизм, и получается, что в теории ЭПС разрушение импульса определено аксиоматически. Здесь неискушенный читатель может интуитивно обнаружить связь с принципом дополнительности Бора (либо в другой терминологии - принципом неопределенности Гейзенберга). Я не буду подробно анализировать эту связь, а ограничусь только одним высказыванием - калибровочный радиус - это нечто больше, чем принцип дополнительности Бора.

Предположим, что нам известно описание сплошной среды в ядре ЭПС, и в этом описании существует свой, отличный от A_2 импульс. В этом случае, при движении вдоль оси времени вспять внешний импульс при достижении границы (либо ближайшей окрестности) ядра прекратит свое существование; а при пересечении границы ядра возникает другой (внутренний) импульс. В этом сценарии возникает интересная деталь; вместе с привычным нам импульсом классической механики (количеством движения) при двойственном описании возникает другой импульс. Этот "другой" импульс в произвольном случае не подчиняется законам классической механики, не является количеством движения, что побуждает меня снова обратиться к определению импульса.

В гамильтоновой механике импульс определяется следующим образом

$$A_4 : \quad \mathbf{p} + A = \text{grad}_p H \quad \text{grad}_p H = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial H}{\partial p_1} \\ \frac{\partial H}{\partial p_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial H}{\partial p_n} \end{array} \right\|.$$

Этому определению соответствует поток

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{p} + A.$$

Соответственно, на многообразии потенциала ускорений этому определению соответствует определение

$$A_5 : \quad \mathbf{p} + A = -\text{grad}_p \Theta.$$

Если существует потенциал импульса, то импульс имеет вид:

$$A_6 : \quad \mathbf{p} = \text{grad} \Psi.$$

Наиболее общим является аксиоматическое определение, как сопряженной координаты, формирующей фазовое пространство

$$A_7 : \quad \Omega = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} | \mathbf{q} \in \Omega_q; \mathbf{p} \in \Omega_p; \Omega = \Omega_q \times \Omega_p\}.$$

Определения импульса A_4 , A_5 и A_6 обязаны той или конкретизации виртуальной сплошной среды и способу ее математического описания. Определение A_7 инвариантно относительно способов описания и типов виртуальной среды сплошной среды. Поэтому в настоящей книге в общем случае, в отсутствие конкретизации, детализации и контекста импульс понимается в смысле определения A_7 .

III. Разрушение импульса не является единственным явлением, лежащем в основе проблемы двойственности описания. Этот пример хорош тем, что дает наглядный и простой сценарий одного из характерных состояний хаотической механики и ЭПС.

Двойственность состояния и двойственность описания - характерные черты ЭПС, формирующие облик хаотической механики, и здесь нам следует обратиться к исходным постулатам естествознания и принципу предельной некорректности. Двойственность состояния, двойственность описания, разрушение импульса - это следствия принципа предельной некорректности.

§ 2. Формулировка проблемы двойственности описания

Проблема двойственности описания может быть сформулировано в символьном виде в общем случае, но в этом пока нет необходимости. В настоящей главе нужна частная формулировка - двойственность описания на многообразии потенциала ускорений. На многообразии потенциала ускорений двойственность описания оказывается конструктивной и охватывает большое число естественных и, особенно физических проблем. Как известно, многообразие потенциала ускорений возникает в результате цепочки сужений комплексного фазового пространства.

$$\Omega \supset \Theta \supset M \supset \Pi$$

Геометрические объекты (многообразия), входящие в эту цепочку, имеют вид:

I. Фазовое пространство

$$\Omega = \{q, p | q \in \Omega_q; p \in \Omega_p; \Omega_q \subset \mathbb{C}^n; \Omega_p \subset \mathbb{C}_n; \\ \Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega \in \mathbb{C}^n \oplus \mathbb{C}_n\}$$

II. Энтропийное многообразие

$$\Theta = \{q, p | \Theta \subset \Omega; \Theta = \Theta_q \times \Theta_p; \Theta_q \subset \Omega_q; \Theta_p \subset \Omega_p; H_f\},$$

III. Соленоидальное многообразие

$$M = \{q, p | M \supset \Theta; \operatorname{div} A; A = \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z}\},$$

IV. Многообразие потенциала ускорений

$$K_0: \quad \Pi = \{q, p | \Pi \subset M; \Theta; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\}.$$

В цепочке сужений комплексного фазового пространства существует еще один объект - Гильбертово поле; но я сознательно его не включил в рассмотрение, поскольку проблему двойственности описания в нужной общности следует изучать на многообразии потенциала ускорений, а не на Гильбертовом поле. На многообразии потенциала ускорений энтропийные многообразия $\{\Theta_q; \Theta_p\}$ диффеоморфны; именно это свойство нам необходимо для предположения о существовании конгруэнции Θ_k на энтропийном многообразии Θ_q .

Итак, будем постулировать существование на многообразии \mathfrak{E}_q конгруэнции

$$K_1 : \quad \mathfrak{E}_\kappa = \{ \mathbf{q} | \mathfrak{E}_\kappa \subset \mathfrak{E}_q; \mathbf{q} = \mathbf{q}(z) \}.$$

Вторым предположением будет предположение о существовании на конфигурации \mathfrak{E}_κ потока

$$K_2 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad S_p \Lambda = \sigma_1; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_\kappa;$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dz}; \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$$

По определению

$$K_3 : \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} \triangleq \text{grad} \Theta; \quad \text{grad} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial q_1} \\ \frac{\partial}{\partial q_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial q_n} \end{array} \right\|.$$

Два уравнения $\{K_2, K_3\}$ и формируют каноническую систему уравнений:

$$K_4 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad S_p \Lambda = \sigma_1$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \text{grad} \Theta; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_\kappa$$

Эта система уравнений определена на многообразии потенциала ускорений; ей можно придать вид канонической системы уравнений потенциала ускорений. Для этого необходимо ввести потенциал ускорений градиентом

$$\text{grad}_p \Theta = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_\kappa; \quad \text{grad}_p = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial p_1} \\ \frac{\partial}{\partial p_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial p_n} \end{array} \right\|.$$

Схема введения потенциала ускорений своим градиентом разработана и подробно описана в разделе "Слабый экстремальный пограничный слой", и мы к ней возвращаться не будем. Просто надо иметь в виду то, что уравнению потока K_2 мы при необходимости можем придать вид первого уравнения канонической системы уравнений потенциала ускорений. Но здесь возникает второй вопрос, требующий дополнительного обсуждения. В книге "Энтропия" матрица плотности импульса Λ впервые возникла при представлении импульса в виде одной формы:

$$p \triangleq \Lambda q.$$

Это представление приводит к мысли о том, что первичнее (обладает приматом) импульс, либо матрица плотности. По мере развития сценария исследования энтропии у нас подсознательно оформилась мысль о примате импульса. Но это не так. Импульс обладает ретроспективным приматом при представлении потенциала ускорений в виде:

$$\Theta = -\frac{1}{2}(p | \bar{p})_{\mathcal{C}} - \Pi.$$

Но этот потенциал ускорений описывает только один тип виртуальной сплошной среды; для других типов сплошных сред - положение дел другое. В хаотической механике существует другое толкование; матрица плотности импульса имеет более общий смысл и обладает приматом. Один - форма импульса дает один из числа возможных способов определения импульса и, по сути, являемся уравнением состояния. Собственно, это новое толкование матрицы плотности импульса и лежит, в определенной мере, в основе изучаемой версии двойственности описания.

Введем в конфигурационном пространстве два многообразия

$$\begin{aligned}\Omega_q^+ &= \{q \mid |g_j| > \alpha\epsilon; j = 1, 2 \dots n, \alpha > 0\}, \\ \Omega_q^- &= \{q \mid \|g_j\| < \frac{\alpha_1}{\epsilon}; j = 1, 2 \dots n, \alpha_1 > 0\}.\end{aligned}$$

В свою очередь, введем также два потенциала ускорений:

$$K_5: \quad \Theta_+; \forall q \in \Omega_q^+; \Theta_-; \forall q \in \Omega_q^-.$$

Потенциал Θ_- будем называть левым потенциалом ускорений, а потенциал Θ_+ - правым потенциалом ускорений. Левому и правому потенциалам ускорений будут соответствовать левая и правая матрицы плотности импульса, а также левый и правый дивергентные инварианты

$$\Theta_+ \longrightarrow \{\Lambda_+; \sigma_1^+\}; \Theta_- \longrightarrow \{\Lambda_-; \sigma_1^-\}.$$

Зададим функциональные свойства потенциалов ускорений в виде

$$K_6: \quad 1. \operatorname{grad} \Theta_+ \in C^\omega(\Omega_q^+); \quad 2. \Theta_- \in C^\omega(\Omega_q^-).$$

Здесь символом $C^\omega(\Omega_q)$ обозначено множество аналитических функций, единственной особенностью которых в точках $q_j = 0$ является полюс. Множество $C^\omega(\Omega_q)$ содержит аналитические функции, содержащие в точках $q_j = 0$ устранимую особую точку. В плоскостях комплексного переменного

$$D_j = \{q_j \mid q_j = q'_j + iq''_j\}$$

в разложении $\operatorname{grad} \Theta_+$ в ряд Лорана содержится только главная часть, а в разложении Θ_- - только правильная часть. Потенциалы ускорений K_5 и лежат в основе двойственного описания. Двойственное описание содержит две системы уравнений:

I. Правая система уравнений:

$$K_7: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda^+ \mathbf{q}; \quad S_p \Lambda^+ = \sigma_1^+; \\ \frac{\partial \mathbf{p}_+}{\partial z} = \operatorname{grad} \Theta_+; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_\kappa^+; \quad \operatorname{grad} \Theta_+ \in C^\omega(\Omega_q^+).$$

II. Левая система уравнений:

$$K_8: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda^- \mathbf{q}; \quad S_p \Lambda^- = \sigma_1^-; \\ \frac{\partial \mathbf{p}_-}{\partial z} = \operatorname{grad} \Theta_-; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_\kappa^-; \quad \Theta_- \in C^\omega(\Omega_q^-).$$

Математические модели K_7, K_8 и составляют двойственное описание ЭПС на многообразии потенциала ускорений.

§ 3. Организованная среда

При выделении из состава сплошной среды организованной среды я исхожу из следующего предположения: в отличие от неорганизованной сплошной среды, организованная среда обладает внутренней симметрией, поддерживаемой непрерывной группой. Отсюда мы приходим к сформулированному в главе "Тепловые структуры" выводу: на конгруэнции \mathfrak{D}_κ существует внутренняя симметрия, определяющая организацию диссипативной сплошной среды. Для описания организационной симметрии в одномерной задаче я ввел непрерывную группу первого ранга.

$$G = \{\eta \mid U\eta = 0; \quad U = \frac{\partial}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial u}\}$$

Здесь $u = \ln \mathbf{q}$, а внутреннее время определяется уравнением внутреннего времени

$$\frac{ds}{dz} = w; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Теперь нам предстоит выполнить обобщение этой группы на произвольный многомерный случай и изучить свойства организационной симметрии. Вначале выполним это исследование для случая многообразия потенциала ускорений, обладающего потенциалом импульса Ψ . Если $\Psi = \Psi(\mathbf{q}, z)$; $\mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_\kappa$, то полная производная по времени будет

$$\frac{d\Psi}{dz} = \frac{\partial\Psi}{\partial z} + L_\xi\Psi; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_\kappa,$$

где $L_\xi\Psi$ — производная Ли на конфигурации \mathfrak{Q}_κ . Здесь производная Ли имеет вид:

$$L_\xi\Psi = (\dot{\mathbf{q}} | \text{grad}\bar{\Psi})_{\mathfrak{Q}_\kappa},$$

$$(\dot{\mathbf{q}} | \text{grad}\bar{\Psi})_{\mathfrak{Q}_\kappa} = \sum_{j=1}^n \dot{q}_j \frac{\partial\Psi}{\partial q_j}; \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dz}.$$

Для конструирования группы будем предполагать существование среди всей совокупности решений $\Psi = \Psi(q, z)$ решения вида:

$$\Psi = \Psi(\vartheta); \quad \vartheta = s - u; \quad u = u(\mathbf{q}).$$

В этом случае

$$\text{grad}\Psi = -\frac{\partial\Psi}{\partial v} \cdot \text{grad}u,$$

и для потока

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda\mathbf{q}$$

$$L_\xi = -\frac{\partial\Psi}{\partial\vartheta} \left(\Lambda | \frac{\partial u}{\partial \ln \mathbf{q}} \right)_{\mathfrak{Q}_\kappa}.$$

Выбор отображения u подчиним условию

$$\frac{\partial u}{\partial \ln \mathbf{q}} = E.$$

Поскольку $(E | \bar{\Lambda})_{\mathbb{C}} = \sigma_1$, то теперь производная Ли будет

$$L_1 : \quad L_{\xi} \Psi = -\sigma_1 \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta}.$$

Будем предполагать, что на группе G справедливо уравнение

$$L_2 : \quad \frac{d\Psi}{dz} = 0; \quad \Psi \in G.$$

Если вспомнить, что

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} \frac{ds}{dz}; \quad \Psi = \Psi(\vartheta).$$

из $\{L_1, L_2\}$ получаем

$$\frac{ds}{dz} = \sigma_1$$

Отождествляя дивергентный инвариант σ_1 с комплексной скоростью

$$\sigma_1 \equiv w,$$

мы устанавливаем вид аргумента ϑ

$$L_3 : \quad \vartheta = s - u; \quad u = \ln V_q; \quad V_q = \prod_{j=1}^n q_j.$$

В свою очередь, если вспомнить одну из известных формул для структурной энтропии

$$H_q = \ln V_q; \quad V_q = \prod_{j=1}^n q_j,$$

мы устанавливаем равенство

$$u = H_q,$$

приводящее к знаменитой формуле энтропийного внутреннего времени, справедливой при выполнимости закона сохранения:

$$\vartheta = \text{const} \longrightarrow s = H_q$$

Теперь у нас есть все заготовки для формирования непрерывной группы первого ранга. Эта группа имеет вид:

$$L_4 : \quad G = \{\eta | U\eta = 0; U = \frac{\partial}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial u}\};$$

$$u = H_q; H_q = \ln V_q; V_q = \prod_{j=1}^n q_j; \frac{ds}{dz} = w.$$

Нетрудно заметить, что также как и в одномерном случае, в группе G существует единственный генератор

$$L_5 : \quad \vartheta = s - u; u = H_q.$$

В группе G существует бесконечное число законов сохранения, инициируемых одним законом - законом сохранения генератора группы.

$$\vartheta = \vartheta_0; \vartheta_0 = \text{const.}$$

Первый результат анализа группы приводит к фундаментальному факту, содержащемуся в следующем утверждении:

Утверждение XII.1 *Энтропийное внутреннее время существует в диссипативной сплошной среде, обладающей симметрией относительно непрерывной группы первого ранга G .*

II. Второй фундаментальный результат получается следующим образом.

Важную роль в теории ЭПС играет потенциал импульса вида

$$\Psi = -\varkappa \vartheta.$$

При подобном задании импульс будет

$$\mathbf{p} = \varkappa \frac{\partial H_q}{\partial \mathbf{q}}$$

Это широко известное по моей монографии "Энтропия" уравнение при

$$H_q = \ln V_q; V_q = \prod_{j=1}^n q_j$$

приводит к импульсу

$$L_6 : \quad p = \frac{\varkappa}{q}; \quad \frac{1}{q} = \begin{vmatrix} \frac{1}{q_1} \\ \frac{1}{q_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{q_n} \end{vmatrix}.$$

Формула генерирует два важных факта.

Первый факт: Уравнение L_6 - это фундаментальное уравнение теории хаоса - уравнение гиперболичности.

$$L_7 : \quad pq = \varkappa E; \quad pq = \begin{vmatrix} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ \vdots \\ p_n q_n \end{vmatrix}.$$

Второй факт содержится в следующем утверждении.

Утверждение XII.2 Импульс, удовлетворяющий уравнению гиперболичности L_6 , обладает инвариантностью относительно матрицы плотности импульса.

Свойство инвариантности импульса оказывается очень важным в хаотической механике. Представление L_6 оказывается достаточно общим и справедливым для представительного набора матриц плотности импульса, комплексной скорости и конгруэнций.

Отмечу еще одну деталь. Уравнение гиперболичности является следствием глобальной симметрии $H_f = \text{const}$ при специальном выборе энтропии и ее компонент

$$H_f = \ln V;$$

$$H_q = \ln V_q; \quad H_p = \ln V_p; \quad V = V_q \cdot V_p$$

В этом случае имеем

$$H_f = \text{const} \longrightarrow V = \text{const},$$

и для известных способов задания объемов

$$V_q = \prod_{j=1}^n q_j; \quad V_p = \prod_{j=1}^n p^j; \quad V = \prod_{j=1}^n q_j p^j$$

получаем

$$V = \text{const} \longrightarrow \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = \text{æE}.$$

В методологическом плане здесь интересным является то, что непрерывная группа содержит фундаментальное уравнение хаоса - уравнение гиперболичности.

III. Обратимся теперь к основному уравнению Гильбертова поля - уравнению потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta; \mathbf{q} \in \Gamma.$$

С другой стороны на группе G справедливо уравнение

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = w \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta}; \Psi \in G.$$

Из этих двух уравнений получается нужное уравнение в окончательном виде

$$L_8 : w \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} = \Theta; \mathbf{q} \in \mathfrak{A}_\kappa.$$

IV. Перейдем теперь к изучению задачи, в которой отсутствует предположение о существовании потенциала импульса. Внесем условие о том, что импульс принадлежит энтропийной группе G .

Поскольку

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + L_\xi \mathbf{p},$$

то

$$\forall \mathbf{p} \in G; \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -L_\xi \mathbf{p}.$$

В этом случае уравнение импульса

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \text{grad} \Theta$$

приводит к уравнению

$$L_9 : L_\xi \mathbf{p} = -\text{grad} \Theta; \mathbf{p} \in G.$$

Это уравнение является основным уравнением энтропийной группы на многообразии потенциала ускорений.

§ 4. Другая интерпретация энтропийной группы

Как известно, в главе "Тепловые структуры" в основу конструирования энтропийной группы я принял гипотезу, расширенная формулировка которой имеет вид: *На конгруэнции \mathcal{E}_k существует совокупность маршрутов, на которых импульс либо потенциал импульса сохраняют постоянные значения.* Но существует и другая интерпретация группы G , значительно углубляющая феноменологию этой группы. Рассмотрим подробно эту интерпретацию.

Пусть на конфигурации \mathcal{E}_k :

I. Существует некоторое количество

$$\zeta = \zeta(\mathbf{q}, z); \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

II. Существует отображение

$$T_q : z \rightarrow \mathbf{q}; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k; z = T_q \cdot \mathbf{q}.$$

III. Существует обратное отображение

$$T_z : \mathbf{q} \rightarrow z; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k; \mathbf{q} = T_z \cdot z.$$

В этом случае мы можем сформировать двойственность

$$\zeta(\mathbf{q}, t) = \begin{cases} \zeta(\mathbf{q}, T_q \mathbf{q}) = \zeta(\mathbf{q}); \\ \zeta(T_z z, z) = \chi(z) \end{cases}$$

Этой двойственности соответствует уравнение

$$M_0 : \zeta(\mathbf{q}, T_q \cdot \mathbf{q}) = \zeta(T_z \cdot z, z);$$

или в более простой записи

$$M_1 : \zeta(\mathbf{q}) = \chi(z).$$

Ясно, что уравнение M_1 есть некоторый инвариант

$$M_2 : J = \zeta(\mathbf{q}) - \chi(z).$$

В более частной обстановке усовершенствуем описанную схему определения инварианта на конфигурации.

Пусть на конфигурации \mathcal{E}_k существует:

II а. Внутреннее время

$$\frac{ds}{dz} = w \rightarrow s = s(z).$$

II 6. Структурная энтропия

$$H_q = H_q(\mathbf{q}).$$

III. Дивергентный инвариант

$$\frac{dH}{dz} = \sigma_1.$$

IV. Связь комплексной скорости с дивергентным инвариантом

$$w = \sigma_1.$$

V. Поток

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \sigma_1 = S_p \Lambda.$$

VI. Энтропийный инвариант

$$H_q^0 = s - H_q; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_\kappa; H_q^0 = \text{const.}$$

Как известно из монографии "Энтропия", симметрию H_q^0 поддерживает калибровочная структура и, следовательно, эта симметрия выделяет на конфигурации совокупность калибровочных маршрутов - маршрутов (линий тока либо траекторий), по которым происходит движение калибровочных структур. Теперь у нас есть два инварианта J и H_q^0 . Пусть инвариант J принадлежит некоторому множеству MJ

$$J \subset MJ.$$

Будем предполагать, что среди инвариантов J существует инвариант \hat{J} , зависящий от инварианта H_q^0 :

$$\hat{J} = \hat{J}(H_q^0); \hat{J} \in MJ; MJ \subset MJ.$$

Теперь введем расширение, учитывающее сход с калибровочного маршрута

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(t) \longrightarrow \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_\kappa$$

$$M_3: H_q^0 \rightarrow \vartheta; \vartheta = s - u; u = H_q$$

При этом расширении инвариант перейдет в функцию аргумента ϑ

$$M_4: \hat{J} = \hat{J}(\vartheta),$$

обладающую свойством

$$M_5 : \quad \frac{d\hat{J}}{dz} = 0; \quad \forall \frac{ds}{dz} = w; \quad \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad w = \sigma_1.$$

Но аргумент ϑ есть генератор энтропийной группы и тогда, отождествляя функцию $\hat{J} = \hat{J}(\vartheta)$ с элементом группы

$$\hat{J}(\vartheta) = \eta,$$

мы устанавливаем, что уравнение M_5 есть уравнение энтропийной группы G

$$U\eta = 0.$$

Интерес и значимость описанного выше способа конструирования энтропийной группы обязаны тому, что он содержит строгую формулировку условий существования и общности изучаемой группы G . Общность энтропийной группы G определяется следующим утверждением.

Утверждение XII.3 *Непрерывная группа первого ранга G - энтропийная группа существует тогда, когда на конгруэнции \mathcal{E}_κ существует энтропийное внутреннее время.*

Содержащийся в этом утверждении результат чрезвычайно важен для хаотической механики, поскольку он устанавливает существование некоторого эквивалента между энтропийным внутренним временем и топологической группой первого ранга G . Значит мы, постулируя (либо доказывая) существование внутреннего времени можем без снижения общности вводить внутреннюю симметрию и изучать групповые решения уравнений ЭПС. Развивая эту мысль, далее я прихожу к выводу о том, что внутреннее время привносит организацию в диссипативную сплошную среду. Далее, привнося организацию в диссипативную сплошную среду, внутреннее время становится мерой организации. Продолжая далее, мы приходим к исходному определению энтропии как меры упорядоченности - меры организации. Это свойство энтропии подробно описано мною в главе "Семантика энтропии" монографии "Энтропия".

§ 5. Познавательная модель

В качестве познавательной модели двойственности описания можно рассматривать одномерную задачу и начать описание познавательной модели с обращения к известной двойственности

представления импульса. В одномерной задаче одна из формулировок двойственности представления импульса имеет вид:

$$S_0 : \quad p = \begin{cases} p(z); & p(z) \in \Omega_p \\ p(q, z); & p(q, z) \in \Pi \end{cases}.$$

Поскольку речь идет о познавательной модели многообразия потенциала ускорений можно в частной постановке принять гамильтоново описание первой компоненты двойственности S_0 . Для первой компоненты канонические уравнения имеют стандартный вид:

$$S_1 : \quad \begin{aligned} \dot{q} &= \frac{\partial H}{\partial p}, \\ \dot{p} &= -\frac{\partial H}{\partial q}. \end{aligned}$$

Для второй компоненты примем канонического уравнения импульса в форме

$$S_2 : \quad \begin{aligned} \dot{q} &= wq, \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \text{grad}\Theta; \quad q \in \mathfrak{A}_\kappa. \end{aligned}$$

Будем изучать симметричные решения системы S_2 на энтропийной группе G . В этом случае уравнение импульса перейдет в частный случай уравнения L_9 :

$$S_3 : \quad w \cdot q \cdot \frac{\partial p}{\partial q} = -\frac{\partial \Theta}{\partial q}; \quad p \in G; \quad \Omega_q \subset \mathbb{C}^1$$

Далее вводя в ЭПС уравнение гиперболичности

$$p \cdot q = ae,$$

из уравнения S_3 получаем

$$S_4 : \quad \frac{w \cdot ae}{q} = \frac{\partial \Theta}{\partial q}; \quad q \in \mathfrak{A}_\kappa$$

Это уравнение и является основным уравнением познавательной модели - правым уравнением двойственности. В качестве левой системы уравнений может рассматриваться система Гамильтона

S_1 , либо каноническое уравнение импульса без их сужения на энтропийную группу. Необходимо обратить внимание читателя на узость и ограниченность введенной познавательной модели. Ее основное преимущество - простота, достигаемая путем существенных ограничений; она дает возможность простыми средствами установить ряд значимых фактов, но при этом большое число явлений и фактов исчезает при упрощении. Например, богатый набор вихревых структур и связанных с ними состояний, определяющих самоорганизацию, существуют в задачах большой размерности. Эти факты и явления отсутствуют в одномерной познавательной модели. Эта познавательная модель в некотором смысле адекватна плоским задачам гидродинамики; несмотря на свою частность плоские задачи гидродинамики были предметом многочисленных исследований в течении всего XX века.

§ 6. Гармонический осциллятор

I. Важным характерным примером познавательной модели двойственности описания является задача о гармоническом осцилляторе. Познавательная ценность этого примера заключается в том, что здесь наиболее просто и наглядно демонстрируется идея двойственности описания с одной стороны и двойственности состояния с другой стороны. Второй важный вопрос здесь следующий. В гамильтоновой механике в этом примере все ясно и просто; но в этом случае мы имеем твердую частицу. Но правомочен вопрос "что создает гармонические колебания в сплошной среде?" Здесь уже не все ясно; неясность ассоциируется с тем, что на глубинном уровне этот вопрос связан с вопросом о корпусно-волновой природе, либо структуре материи и о двойственности "волна-частица". Но удовлетворительного решения эти вопросы еще не получили, поскольку, если бы положительные решения существовали, концептуальные основы квантовой механики были бы приведены в порядок. Поэтому в задаче о гармоническом осцилляторе за внешней простотой скрываются важные сведения.

II. Гамильтониан гармонического осциллятора

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{p}^2 + \frac{\omega^2}{2} \mathbf{q}^2$$

порождает каноническую систему

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p};$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\omega^2 \mathbf{q}$$

Из этой системы и получается линейное уравнение колебаний

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\omega^2 \mathbf{q}$$

В гамильтоновой механике это уравнение описывает колебания твердой частицы. Если рассматривать колебания в сплошной среде, то необходимо вместо системы Гамильтона принять каноническую систему потенциала ускорений S_2 . В этой системе потенциал ускорений будет

$$\Theta = -\frac{1}{2}\mathbf{p}^2 - \frac{\omega^2}{2}\mathbf{q}^2.$$

Соответствующая этому потенциалу ускорений каноническая система имеет вид

$$I_0: \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{w}\mathbf{q},$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -\mathbf{p} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} - \omega^2 \mathbf{q}.$$

Принимая импульс в виде один - формы

$$\mathbf{p} = \mathbf{w}\mathbf{q}.$$

Из уравнения импульса получим известное уравнение Риккати

$$\dot{w} = -w^2 - \omega^2.$$

Стационарное решение уравнения Риккати ($\dot{w} = 0$; $w = i\omega$) снова приводит нас к уравнению одномерного осциллятора

$$\dot{\mathbf{q}} = i\omega \mathbf{q}.$$

Отмечу, что в задаче I_0 существует потенциал импульса, определяемый формулой

$$\Psi = \frac{i\omega}{2}\mathbf{q}^2.$$

Поскольку здесь

$$\{\Theta, \Psi\} \in C^\omega(\Omega_q^-), \quad \Omega_q^- = \{\mathbf{q} \mid |\mathbf{q}| < \frac{\alpha_1}{\varepsilon}; \alpha_1 > 0\},$$

то система уравнений I_0 будет левой системой уравнений, описывающей внутреннее решение (внутри ядра ЭПС).

III. Внешняя диссипативная сплошная среда изучается на основе уравнений S_4 . В этом случае следует принять $w = i\omega$; что приводит к уравнению

$$\frac{\partial \Theta^+}{\partial \mathbf{q}} = -\frac{i\omega \varkappa}{\mathbf{q}}$$

Решение этого уравнения будет

$$\Theta^+ = \frac{N + i\Gamma}{2\pi} \ln \mathbf{q}$$

Здесь $N + i\Gamma = -2\pi i\omega \varkappa$

В гидродинамической интерпретации это решение описывает вихреисточник с интенсивностью вихря Γ и интенсивностью источника N_0 . Принимая для большей определенности интенсивность источника равной нулю, мы приходим к основному результату

$$И_1 : \quad \Theta^+ = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \mathbf{q}$$

Этот результат гласит следующее:

Утверждение XII.4 *В познавательной модели двойственности описания гармонические колебания в сплошной среде внешнего описания создают вихрь.*

Если во внешнем описании импульс определить потенциалом импульса

$$\mathbf{p}_+ = \frac{\partial \Psi_+}{\partial \mathbf{q}},$$

то потенциал импульса определится формулой

$$\Psi_+ = \varkappa \ln \mathbf{q} + \Psi_0; \quad \Psi_0 = \Psi_0(s)$$

Принимая $\Psi_+ \in G$, получаем

$$\Psi_+ = \varkappa(\ln \mathbf{q} - s).$$

С учетом $H_q = \ln \mathbf{q}$, эта формула преобразуется к виду

$$И_2 : \quad \Psi_+ = \varkappa(H_q - s)$$

Формула $И_2$ имеет ключевое значение в теории энтропии и хаотической механике. В монографии "Энтропия" она впервые

установлена в главе "Некорректная экстремальная задача в теории энтропии" (без учета Ψ_0) и лежат в основе теории диффузии главы "Диффузия". Она заслуживает подробного обсуждения и анализа; но здесь мы этот анализ приводить не будем, перенеся его в следующую главу. К предмету настоящего параграфа имеет прямое отношение следующая деталь.

В задаче о гармоническом осцилляторе структурная энтропия выполняет роль потенциала импульса вихря в потоке диссипативной сплошной среды.

Представляет интерес также следующее: формула для внешнего импульса в зависимости от интерпретации обобщенной координаты.

$$\mathbf{q} = \begin{cases} \mathbf{q} \in \Omega_q \\ \mathbf{q} = \mathbf{q}(z); \mathbf{q}(z) \in \Xi_k \end{cases}$$

дает пространственно-подобное описание, либо временно-подобное описание

$$\mathbf{p}_+ = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{q}_{\mathbf{x}}} & \text{пространственно-подобное описание;} \\ \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{q}(z)} & \text{временно-подобное описание} \end{cases}$$

Во временно-подобном описании

$$\mathbf{p}_+ = \mathbf{p}_0 e^{-i\omega z}$$

и каноническая система этого решения будет

$$\dot{\mathbf{q}} = i\omega \mathbf{q}$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -i\omega \mathbf{p}.$$

Эта известная система уравнений диссипативной сплошной среды. Перейдем к подведению итогов. Главный вывод здесь следующий.

Утверждение XII.5 *Гармонический осциллятор определяют различные потенциалы ускорений двойственности описания.*

$$\Theta_- = -\frac{1}{2}\mathbf{p}^2 - \frac{\omega^2}{2}\mathbf{q}^2 \longrightarrow \ddot{\mathbf{q}} = -\omega^2 \mathbf{q}$$

$$\Theta_+ = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \mathbf{q} \longrightarrow \dot{\mathbf{q}} = i\omega \mathbf{q}$$

Следующее утверждение достаточно очевидно.

Утверждение XII.6 *Предельный цикл, как конкретная реализация гармонического осциллятора, расположена на границе двух сред, определяющих двойственное состояние ЭПС.*

Если выделенной (инерциальной) среде придать смысл структуры, то тогда мы приходим к единому объекту - гидродинамическому вихрю. При этом собственно вихрь - ядро вихря расположен в ядре ЭПС, а тело ЭПС будет содержать гидродинамическое поле, создаваемое этим вихрем. Ясно, что состояние ядра вихря может быть описано уравнениями гамильтоновой механики; тогда как поле, создаваемое вихрем, описывается уравнениями теории энтропии, удовлетворяющим принципу предельной некорректности.

Утверждение XIII.7 *В случае гармонического осциллятора двойственное описание относится к структуре (вихрю), расположенной в ядре ЭПС, и полю, создаваемому вихрем в диссипативной сплошной среде.*

Двойственность состояния здесь также очевидна. Первое состояние - вихрь в ядре ЭПС (структура). Второе состояние - поле вихря.

§ 7. Свободное движение

Другой характерный пример возникает при задании комплексной скорости

$$N_0 : \quad w = \frac{w_0}{q}.$$

Для принятого значения комплексной скорости из уравнения S_4 следует уравнение

$$\frac{\partial \Theta_+}{\partial q} = \frac{w_0 \varpi}{q^2}.$$

Нужное решение имеет вид

$$N_1 : \quad \Theta_+ = -\frac{M}{2\pi} \frac{1}{q}.$$

Здесь $M = 2\pi w_0 \varpi$. В гидродинамической интерпретации потенциал ускорений N_1 - это потенциал диполя с интенсивностью M . Далее, для комплексной скорости N_0 поток на конфигурации будет

$$\dot{q} = w_0.$$

Если отождествлять w_0 с импульсом инерциальной среды, то мы снова восстановим движение частицы в отсутствие внешнего поля (свободное движение)

$$w_0 = p_0; \dot{q} = p_0.$$

Во внешнем описании движение, при котором выполняется закон сохранения импульса, обязано диполю.

Следует обратить внимание на важную деталь; при отождествлении $w_0 = p_0$ мы, по сути дела, вводим другой (еще один) импульс, но уже не удовлетворяющий уравнению гиперболичности $p q = \infty$. Во внутреннем состоянии свободное движение описывает гамильтониан $H = \frac{1}{2} p^2$, приводящий к системе уравнений

$$\begin{aligned} \dot{q} &= p; \\ \dot{p} &= 0. \end{aligned}$$

Если внутреннее описание относится к сплошной среде, то потенциал ускорений и уравнение импульса будут

$$\Theta_- = -\frac{1}{2} p^2; \frac{\partial p}{\partial z} = -p \frac{\partial p}{\partial q}.$$

Для импульса в виде один-формы из уравнения импульса следует известное простейшее уравнение Риккати

$$\dot{w} = -w^2.$$

Решение уравнения Риккати $w = \frac{1}{z}$ дает импульс

$$p = \frac{q}{z}.$$

Подробный анализ импульса, описываемого этой формулой, содержится в §1.

Таким образом, в задаче о свободном движении двойственность описания имеет вид

$$\Theta_- = -\frac{1}{2} p^2 \longrightarrow \dot{q} = p_0; \Theta_+ = -\frac{M}{2\pi} \frac{1}{q} \longrightarrow \dot{q} = w_0$$

В этом примере наибольший интерес представляет потенциал диполя, генерирующий стационарное движение.

§ 8. Диффузия

I. Если задать комплексную скорость следующим образом

$$N_0 : \quad w = \frac{w_0}{q^2},$$

то во внешнем описании уравнение потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Theta_+}{\partial q} = \frac{w_0 \varpi}{q^3}$$

приводит к следующей гидродинамической особенности - квадруполью

$$N_1 : \quad \Theta_+ = -\frac{w_0 \varpi}{2q^2}.$$

С другой стороны уравнение потока будет выглядеть так

$$N_2 : \quad \dot{q} = \frac{w_0}{q}.$$

Из уравнения N_2 следует известное по моей монографии "Энтропия" решение, соответствующее диффузионной среде

$$N_3 : \quad q = q_0 \sqrt{z}.$$

Здесь интересным является то, что у диффузионной сплошной среды отсутствует сопряженная среда, представляющая предмет внутреннего описания и имеющая траекторию типа N_3 . Это означает, что отсутствует гладкий переход от внешнего описания к внутреннему и наоборот. Этот ключевой факт хорошо известен; впервые он был обнаружен при анализе инерциальной сплошной среды на Гильбертовом поле; что и нашло отражение в особом Гильбертовом поле. Моя теория диффузии, разработанная в книге "Энтропия" и исходит из факта отсутствия гладкого (регулярно) перехода между конгруэнциями.

Гладкий переход между конгруэнциями существует в случае вихреисточника и диполя и перестает существовать для квадрупольей и мультиполей.

II. Диссипативный импульс, удовлетворяющий уравнению гиперболичности, обладает интересным свойством

$$p \cdot q = \varpi; \quad \frac{1}{q^n} \frac{\partial p}{\partial q} \sim \frac{\partial^n p}{\partial q^n}$$

На основе этого свойства легко устанавливаются два важных факта. Если принять для потенциала ускорений представление

$$\Theta = \frac{a_2}{q^2},$$

мы обнаруживаем, что этот потенциал ускорений может конструироваться за счет члена

$$\frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial q},$$

либо за счет члена

$$\frac{\partial^2 p}{\partial q^2}.$$

При этом

$$\forall p = \frac{\infty}{q}; \quad \frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial q} = \begin{cases} \frac{1}{\infty} p \frac{\partial p}{\partial q} - \text{перенос} \\ -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial q^2} - \text{диффузия} \end{cases}$$

Получается, что для $p = \frac{\infty}{q}$ одно и тоже значение $w = \frac{w_0}{q^2}$ порождает перенос и диффузия. Это и приводит к важному явлению компенсации (см. например глава "Солитон").

Обратимся теперь к потенциалу ускорений свободной инерциальной среды

$$\Theta = -\frac{1}{2} p^2.$$

Если ввести импульс $p = wq$, то система канонических уравнений потенциала ускорений будет

$$\dot{q} = p;$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -p \frac{\partial p}{\partial q}.$$

Ее, описанное в §6, решение имеет вид $p = \frac{q}{z}$.

Другой результат получается для симметричных решений этой системы на группе G . В этом случае уравнение S_4 будет

$$\frac{w \cdot \infty}{q} = -p \frac{\partial p}{\partial q}$$

откуда с учетом $p = wq$ получаем

$$\frac{\partial p}{\partial q} = -\frac{a}{q^2}; \rightarrow p = \frac{ae}{q}$$

Таким образом, мы установили, что два различных решения, соответствующих инерциальной и диффузионной средам, вытекают из одной канонической системы уравнений потенциала ускорений. Первое решение для инерциальной среды восстанавливается в отсутствие постулирования внутренней симметрии; тогда как второе, определяющее диффузию, существует на энтропийной группе G . Отсюда следует, что внесение элемента организации в состояние среды приводит к резкому изменению ее свойств и другому решению. В этом случае двойственность описания обязана не различию потенциала ускорений, а различию уравнений и решений, обязанных существованию либо несуществованию внутренней симметрии. Поскольку существование внутренней симметрии обязано внутреннему времени, мы приходим к выводу о том, что инерциальная сплошная среда энтропийным внутренним временем не обладает.

§ 9. Суперпозиция

В ЭПС известный гидродинамический принцип суперпозиции удовлетворяется для потенциала ускорений. Изучим принцип суперпозиции на познавательной модели. Введем в плоскости комплексного переменного кольцо

$$D_q = \{q | \varepsilon < |q| < \sqrt{\varepsilon}\}.$$

Во внешнем описании градиент потенциала ускорений будет мероморфной функцией, имеющей только главную часть лорановского разложения

$$\text{grad}\Theta_+ = \sum_{n=1}^n \frac{a_{-n}}{q^n}.$$

В гидродинамической интерпретации каждый член этого разложения соответствует конкретной гидродинамической особенности. Именно это свойство и лежит в основе принципа суперпозиции. Получается, что общий потенциал ускорений равен сумме частных потенциалов ускорений (потенциалов ускорений гидродинамических особенностей).

В соответствие с уравнением S_4 принятому лорановскому разложению потенциала ускорений соответствует лорановское разложение комплексной скорости

$$w = \sum_{n=0}^n \frac{w_{-n}}{q^n}; \quad w_n = \frac{a_{-(n+1)}}{ae}.$$

Эта формула разъясняет специфику принципа суперпозиции в ЭПС. В существенно нелинейной проблеме ЭПС линейное суммирование частных решений оказывается справедливым для комплексной скорости; но не пригодно для конгруэнций.

Как уже известно, первый член разложения $grad\Theta_+$ соответствует вихреисточнику, второй - диполью, третий - квадруполью, четвертый и выше - мультиполям. В свою очередь соответствие первых членов двух разложений имеет вид:

1. Вихреисточник: $\Theta_+ = a_{-1} \ln q \rightarrow w = w_0$

2. Диполь: $\Theta_+ = \frac{a_{-2}}{q} \rightarrow w = \frac{w_{-1}}{q}$

3. Квадруполь: $\Theta_+ = \frac{a_{-3}}{q^2}; \rightarrow w = \frac{w_{-2}}{q^2}$

Здесь полезно напомнить, что между основными сущностями и типом гидродинамической особенности существует однозначная связь:

1. Диссипация \rightarrow вихреисточник.

2. Инерция \rightarrow диполь.

3. Диффузия \rightarrow квадруполь.

Интересно расположение сущностей в иерархии гидродинамических особенностей; оказывается инерция расположена ниже диссипации. При этом в развиваемой теории ротор (вихрь) рассматривается как мнимая диссипация.

§ 10. Заключение

1. Двойственность описания является следствием одного из основных свойств ЭПС - двойственности состояния.
2. Двойственность состояния предполагает существование двух типов сплошных сред: левой сплошной среды и правой сплошной среды.
3. Организованность сплошной среды характеризуется внутренней симметрией относительно топологической группы первого ранга - энтропийной группы.
4. Существование энтропийной группы приводит к существенным продвижениям в исследовании правой - некорректной сплошной среды.

5. Между энтропийным внутренним временем и введенной топологической группой существует тесная связь: энтропийное внутреннее время существует в диссипативной сплошной среде, обладающей симметрией относительно топологической группы первого ранга.
6. На конгруенции, соответствующей некорректной задаче, импульс удовлетворяет фундаментальному уравнению теории хаоса - уравнению гиперболичности. При этом, импульс, удовлетворяющий уравнению гиперболичности, обладает инвариантностью относительно матрицы плотности импульса.
7. Энтропийная группа содержит фундаментальное уравнение хаоса - уравнение гиперболичности.
8. Существует некоторый эквивалент между энтропийным внутренним временем и топологической группой первого ранга - энтропийной группой; группа существует тогда, когда на конгруенции \mathcal{E}_κ существует внутреннее время.
9. В познавательной модели двойственности описания гармонические колебания в диссипативной сплошной среде внешнего описания создает вихрь.
10. Предельный цикл, как конкретная реализация гармонического осциллятора, расположен на границе двух сред, определяющих двойственное описание ЭПС.
11. В случае гармонического осциллятора двойственное описание относится к структуре (вихрю), расположенной в ядре ЭПС и полю, создаваемому вихрем в диссипативной сплошной среде.
12. У диффузионной сплошной среды внешнего описания отсутствует сопряженная среда, составляющая предмет внутреннего описания и имеющая общую предельную траекторию.
13. В случае диффузии отсутствует гладкий переход от внешнего описания к внутреннему и наоборот. Этот факт я впервые обнаружил при анализе инерциональной сплошной среды на Гильбертовом поле, что и привело к выделению особого многообразия - особого Гильбертова поля.
14. Инерциальная сплошная среда энтропийным внутренним временем не обладает.

Глава XIII

Диффузия

Содержание

§1. Диффузия и классическая механика	310
§2. Некорректная экстремальная задача	313
§3. Градиентные уравнения энтропии	317
§4. Структурная энтропия — потенциал импульса	319
§5. Диффузионное поле	328
§6. Формулировка проблемы	336
§7. Плоский вихрь	338
§8. Третья среда	341
§9. Два состояния	343
§10. Заключение	347

§ 1. Диффузия и классическая механика

I. Одной из интереснейших проблем, которую я последовательно изучаю, является проблема диффузии. Достаточно много внимания я уделил диффузии в первой монографии "Энтропия"; в настоящей книге я часто обращался и возвращался к ее изучению - можно сказать, что нить "Диффузия" непрерывно идет через все настоящее исследование. Существует представительный набор фактов, определяющих повышенный интерес к этой проблеме, среди которых я назову несколько основных:

1. Взаимоотношение диффузии и классической механики.
2. Самоорганизация и диффузия.
3. Статистическая механика и теория случайных марковских процессов.
4. Виртуальность и случайность.
5. Упорядоченность и диффузия.

И, наконец, самый главный - диффузия, которая является идеальным объектом нашей теории энтропии. В ней, с одной стороны, удаётся показать наиболее оригинальные черты нашей теории, а с другой стороны, сама диффузия - как некоторая сплошная среда, является объектом теории ЭПС. Следовательно, диффузия выступает в роли органического и неотъемлемого элемента хаотической механики. По сути, мы должны засвидетельствовать то, что диффузия является объектом хаотической механики.

Одним из важных феноменологических результатов моей книги "Энтропия" является установление трех типов виртуальных сплошных сред: инерциальной, диссипативной, диффузионной.

Вхождение диффузии в состав трех основных типов определяет ее роль и место в хаотической механике - новые исследования в этой новой науке будут неполными в отсутствии диффузии. Теперь я подхожу к ключевому методологическому звену обсуждения: при всей важности и значимости многочисленных задач хаотической механики я всегда на передний план выдвигаю проблему самоорганизации. И здесь обнаруживается мой личный интерес к проблеме диффузии. Меня, прежде всего, интересует вопрос о том, какую роль играет диффузионная сплошная среда в возникновении, эволюции и разрушении структур. Это главный вопрос. За этим вопросом следует и второй вопрос: трех выделенных типов сплошных сред достаточно ли для полного и исчерпывающего описания всех мыслимых и немыслимых, известных и неизвестных объектов естествознания и всех тайн природы. Положительный ответ на этот вопрос откроет возможность определения общности и замкнутости хаотической механики.

II. В физике XX века существует два основных раздела, определяющих фундамент всего естествознания. Это классическая механика и теория диффузии. Классическая механика лежит в основе описания всех сущностей, имеющих материализацию и в которых имеют смысл понятия кинетической и потенциальной энергии. Теория диффузии тесно связана с теплопроводностью и тепловой энергией. Ученые достаточно давно установили, что законы теплопроводности не есть законы классической механики, в связи с чем возникла крайне важная и интересная задача взаимоотношения теории диффузии и классической механики.

Эта задача в течении XX века систематически и периодически активно обсуждается, но удовлетворительного решения еще не получила. В настоящее время задача совместного анализа классической механики и диффузии должна быть решена. Без ее решения трудно рассчитывать на крупные продвижения в хаотической механике и теории самоорганизации. Здесь должна быть полная ясность, поскольку сама по себе задача совместного анализа должна быть одной из первых задач общей теории самоорганизации.

III. В проблеме диффузии я исхожу из следующего тезиса: энтропийное описание является единственным и естественным описанием процессом диффузии, поскольку диффузия является некорректной проблемой. Некорректность проблемы диффузии является исходным положением моего исследования. Ключевые фундаментальные результаты в энтропийной теории диффузии получены мной в книге "Энтропия"; здесь я продолжил эти исследования. Эти материалы, совместно с новыми материалами насто-

ящей главы и представляют тот необходимый объем знаний для дальнейшего последовательного развития хаотической механики.

В целях полноты изложения, систематичности, ясности и автономности я некоторые наиболее интересные и важные материалы книги "Энтропия" включил в настоящую главу. Отмечу одну важную деталь. В монографии "Энтропия" исследование диффузии выполнено в вещественном фазовом пространстве, тогда как новые материалы относятся к комплексному фазовому пространству. Я решил не отходить от подлинника, и в настоящей главе материалы по диффузии, взятые из монографии "Энтропия", относятся к вещественному фазовому пространству; тогда как новые результаты посвящены диффузии в комплексном фазовом пространстве.

IV. Как уже хорошо известно из книги "Энтропия", в основе нашей методологии энтропии лежит философия упорядоченности, но при этом предполагается, что упорядоченность существует в зоне действия фундаментального экстремального принципа - принципа максимума энтропии Панченкова. С другой стороны, принципу максимума энтропии мною придан максимальный уровень общности; именно максимальный уровень общности этого экстремального принципа в совокупности с упорядоченностью и выдвигает ещё одну важную проблему естествознания. Речь идёт о согласовании концепции упорядоченности с теорией случайных процессов, в которой базовую роль играет философия неупорядоченности. В конструктивном плане из этой большой общей проблемы я в книге "Энтропия" выбрал первую приоритетную задачу - задачу описания инструментальными средствами нашей энтропийной теории диффузионных марковских процессов. В общей проблеме сопоставления нашей теории энтропии с теорией случайных процессов легко выделяются две характерные задачи, ярко иллюстрирующие феноменологию упорядоченности и неупорядоченности. Эти задачи следующие:

1. Теория энтропии - консервативная виртуальная сплошная среда на Гильбертовом поле.

2. Теория случайных процессов - броуновское движение.

Поэтому одной из задач, подробно изученной в книге "Энтропия", является задача о броуновской диффузии.

Предварительно следует отметить следующее: поскольку объект нашей теории энтропии - виртуальная сплошная среда - является самостоятельной сущностью и статистический ансамбль - всего лишь одна из частных, но не единственных реализаций этого объекта, я разработал в монографии новый формальный символический язык, практически не содержащий понятий и терминов теории случайных процессов. Кроме этого, что составляет один из основных результатов монографии "Энтропия", на основе нового

символьного языка были разработаны инструментальные средства (математическая технология), адекватные по общности исходному принципу максимума энтропии. В связи с этим в задаче сопоставления нашей теории энтропии и теории случайных процессов ключевую роль играет проблема описания и исследования задач теории случайных процессов новым символьным языком и инструментальными средствами нашей теории энтропии.

§ 2. Некорректная экстремальная задача теории энтропии

В основе энтропийной теории диффузии лежит фундаментальное уравнение

$$P_0: \quad \mathbf{p} = \text{grad} H_q; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q};$$

Это уравнение является уравнением экстремума некорректной экстремальной задачи теории энтропии; поэтому нам необходимо привести здесь материалы по исследованию этой задачи.

Важно отметить, что уравнение P_0 имеет более общий смысл; её применение не ограничивается проблемой диффузии, а распространяется на другие многочисленные задачи хаотической механики. Поэтому уравнение P_0 входит в число основных уравнений хаотической механики.

Если ввести потенциал импульса, то уравнение P_0 будет иметь другую, эквивалентную формулировку

$$P_1: \quad \mathbf{p} \triangleq \text{grad} \Psi; \quad \Psi = H_q; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{Q}$$

Уравнение P_1 имеет ясную и очевидную интерпретацию: *Среди состояний ЭПС существуют состояния, в которых структурная энтропия является потенциалом импульса.*

Этот факт является определяющим для диффузии. Характерным свойством диффузионных процессов является то, что в них потенциал импульса равен структурной энтропии.

Это свойство определяет первое глубинное различие между теорией диффузии и классической механикой.

В классической механике потенциал импульса - главная функция Гамильтона, не равен структурной энтропии.

Доказательство этого важного утверждения содержится в материалах настоящей главы.

II. Опираясь на постулат двойственности и восьмую аксиому виртуальной сплошной среды, можно ввести на энтропийном

многообразии еще одну фундаментальную симметрию – циклическую симметрию. Включение в число фундаментальных симметрий виртуальной сплошной среды циклической симметрии я произвел аксиоматически, путем присоединения к известным аксиомам дополнительной аксиомы.

Аксиома циклической симметрии. *Энтропийное многообразие фазового пространства обладает циклической симметрией.*

Дадим символьное описание циклической симметрии. Введем в рассмотрение группу S_2 . Группа S_2 – симметрическая циклическая группа подстановок второй степени с транспозицией (\mathbf{q}, \mathbf{p}) . В группе S_2 транспозиция – цикл длины 2 – имеет вид (\mathbf{q}, \mathbf{p}) . Элементы цикла (\mathbf{q}, \mathbf{p}) – сопряженные величины. Будем полагать, как всегда, что \mathbf{q} – обобщенная координата, а \mathbf{p} – сопряженный импульс. Теперь мы можем дать определение циклической симметрии.

Определение XIII.1 *Циклическая симметрия – инвариантность относительно группы S_2 .*

Если на энтропийном многообразии существует структура вида $F(\mathbf{q}, \mathbf{p})$, то при циклической симметрии она переходит в себя при реализации одного цикла

$$P_2 : \quad F(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \xrightarrow{(\mathbf{q}, \mathbf{p})} F(\mathbf{q}, \mathbf{p}),$$

$$F(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \in \mathfrak{E}.$$

Этот пример удобен для введения другой симметрии – циклической антисимметрии.

В принципе можно допустить существование в виртуальной сплошной среде процессов, подчиняющихся другой симметрии, противоположной циклической симметрии – циклической антисимметрии. В случае циклической антисимметрии структура $F(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ ведет себя следующим образом:

$$F(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \xrightarrow{(\mathbf{q}, \mathbf{p})} -F(\mathbf{q}, \mathbf{p}).$$

Теперь перейдем к ключевому звену. На принятом онтологическом уровне описания виртуальной сплошной среды можно ввести следующую феноменологию:

I. Движение виртуальной сплошной среды – это нарушение циклической симметрии.

II. Нарушение циклической симметрии обладает циклической антисимметрией.

Замечательным является тот факт, что фундаментальная двойственность – двойственность представления энтропии – обладает циклической симметрией. Как известно,

$$H_f \triangleq H_q + H_p.$$

Это представление обладает циклической симметрией по индексам. Замечу, что циклической симметрии можно было бы дать более общий смысл. В этом случае мы бы получили новую логику: двойственность представления энтропии является следствием циклической симметрии.

В качестве первого примера конструктивного использования приведенного выше факта приведу следующее утверждение.

Утверждение XIII.1 *Энтропия H_f , определенная на мере Лебега $M = |\Pi\tau|$, обладает циклической симметрией.*

В этом примере

$$H_q(\mathbf{q}) \xrightarrow{(\mathbf{q}, \mathbf{p})} H_p(\mathbf{p}).$$

А это означает, что опорная диссипативная среда обладает большей глубиной циклической симметрии, чем циклическая симметрия по индексам.

III. Как известно [378], экстремальная задача

$$P_3 : \quad \Psi = \max \Phi;$$

$$\Phi = \int_0^t L \, dt_1;$$

$$L = \frac{dP}{dt}; \quad P(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \in C^2(\Omega)$$

будет некорректной в принятом мною смысле [397].

Она не имеет решения в лагранжевом формализме, поскольку ее уравнение Эйлера вырождается в тождество

$$0 \equiv 0.$$

Смысл этого очевиден: без дополнительных постулатов любая экстремаль с закрепленными концами является решением экстремальной задачи P_3 .

Первым постулатом будет классификация экстремальной задачи P_3 как некорректной экстремальной задачи. Далее будем

предполагать, что экстремальные решения расположены на энтропийном многообразии

$$\mathfrak{E} = \{q, p | \mathfrak{E} \subset \Omega; \Omega \subset \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}_n; P\}.$$

Еще одно предположение, обязанное циклической симметрии, имеет вид: в задаче P_3 существует циклическая симметрия.

В итоге в задаче P_3 выделяется множество, удовлетворяющее трем постулатам:

1. *Экстремальная задача P_3 – некорректная экстремальная задача.*
2. *Решения задачи P_3 расположены на энтропийном многообразии.*
3. *Задача P_3 обладает циклической симметрией.*

IV. Как уже было отмечено выше, в лагранжевом формализме экстремальная задача P_3 не имеет решения, но можно сконструировать новый формализм, включающий в себя элементы двух формализмов: лагранжева и гамильтонова. В новом формализме экстремальные решения, удовлетворяющие трем постулатам, существуют и имеют вид [378].

$$P_4 : \quad p = \text{grad } P; \quad q \in \Omega_q;$$

$$q = \text{grad } P; \quad p \in \Omega_p.$$

Здесь

$$\{\text{grad } P; q \in \Omega_q\} = \frac{\partial P}{\partial q};$$

$$\{\text{grad } P; p \in \Omega_p\} = \frac{\partial P}{\partial p}.$$

Формулы P_4 и представляют уравнения экстремалей. На уравнениях P_4 лагранжиан будет таким:

$$P_5 : \quad L = (p|\dot{q}) + (q|\dot{p}).$$

В итоге в нашей некорректной экстремальной задаче вместо уравнения Эйлера основными структурами будут градиентные уравнения P_4 и лагранжиан P_5 .

§ 3. Градиентные уравнения энтропии

I. Для перехода к энтропии необходимо отождествить структуру P с энтропией H_f . Выполняя отождествление и вспоминая двойственность представления энтропии, получаем

$$L_0 : \quad \begin{aligned} P &\equiv H_f; \quad H_f = H_q + H_p, \\ p &= \text{grad } H_q; \quad q \in \Omega_q; \\ q &= \text{grad } H_p; \quad p \in \Omega_p. \end{aligned}$$

Здесь существует принципиально важный элемент: уравнение

$$L_1 : \quad p = \text{grad } H_q$$

получено как решение некорректной экстремальной задачи P_3 . Таким образом, мы установили, что уравнение P_3 является уравнением экстремума некорректной экстремальной задачи.

В хаотической механике этот результат имеет фундаментальное значение:

- он дает строгое обоснование уравнению L_1 , лежащему в основе исследования энтропии как меры энтропийного многообразия;
- он устанавливает тесную связь теории энтропии, как меры энтропийного многообразия, с нашей теорией некорректных экстремальных задач;
- по сути дела, он объединяет две теории, начала которых носили самостоятельный характер, в одну теорию.

Но наибольшее методологическое значение имеет следующий фундаментальный факт, содержащийся в утверждении.

Утверждение XIII.2 *Опорная диссипативная среда существует на решениях некорректной экстремальной задачи.*

Замечание.

Из утверждения следует, что состояния опорной диссипативной среды не описываются лагранжевой механикой.

II. Обратимся снова к лагранжиану

$$L = (p|\dot{q}) + (q|\dot{p}).$$

В соответствии с циклической симметрией и введенной феноменологией у меня есть основание для выделения двух типов билинейной формы, входящих в лагранжиан:

I тип — симметричная билинейная форма

$$(p|\dot{q}) \xrightarrow{(q,p)} (q|\dot{p}),$$

II тип — антисимметричная билинейная форма

$$(p|\dot{q}) \xrightarrow{(q,p)} -(q|\dot{p}).$$

Для первого типа

$$L = 2(p|\dot{q}).$$

Для второго типа

$$L_2 : \quad L = 0; \quad (p|\dot{q}) + (q|\dot{p}) = 0.$$

Обратим внимание на важную деталь: в случае антисимметричных билинейных форм лагранжиан также обладает циклической антисимметрией

$$L \xrightarrow{(q,p)} -L.$$

Но на действительных движениях виртуальной сплошной среды эта циклическая антисимметрия уничтожается путем аннулирования лагранжиана; результатом аннулирования и будет уравнение L_2 .

Вторым примечательным фактом является то, что в проблемах естествознания реализуется оба типа билинейных форм. Для первого типа лагранжиан представляет удвоенную точную форму укороченного действия

$$L_3 : \quad L = 2(p|\dot{q}) \rightarrow \quad \omega = p \cdot dq.$$

Но в этом случае структуру P не следует отождествлять с энтропией. Нас же больше интересует уравнение второго типа

$$L_4 : \quad (p|\dot{q}) + (q|\dot{p}) = 0; \quad q \in \mathcal{D}_q; \quad p \in \mathcal{D}_p.$$

В распределениях уравнение L_4 выразится так:

$$L_5 : \quad \langle p|\dot{q} \rangle + \langle q|\dot{p} \rangle = 0; \quad p \in \mathcal{D}'(\sigma J); \quad q \in \mathcal{D}(\sigma J).$$

Наконец обратим внимание на формальное сходство уравнения L_5 и уравнения обобщенной производной. Но отсюда не следует, что все распределения являются экстремалами некорректной экстремальной задачи; к уравнениям L_4, L_5 надо добавить уравнения L_1 .

Система уравнений

$$(p|\dot{q}) + (q|\dot{p}) = 0; \quad q \in \mathcal{D}_q; \quad p \in \mathcal{D}_p;$$

$$L_6 : \quad p = \frac{\partial H_q}{\partial \dot{q}};$$

$$q = \frac{\partial H_p}{\partial \dot{p}},$$

и определяет экстремали изучаемой экстремальной задачи.

III. В заключение замечу, что уравнения гамильтонова векторного поля с функцией Гамильтона

$$H = \alpha(\hat{x}|\hat{x}); \hat{x} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{p}; \hat{x} = \text{col}\{q_1 p_1, q_2 p_2 \dots q_n p_n\}$$

удовлетворяют системе L_6 .

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Зададим на энтропийном многообразии кососимметрическую метрику и определим характеристическую поверхность, как подмногообразие с кососимметрической метрикой

$$\Sigma = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Sigma \subset \mathcal{E}, H, \xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Векторное поле, расположенное на характеристической поверхности, будет описываться канонической системой и первое уравнение L_6 примет вид

$$L_7: \left(\mathbf{p} \left| \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} \right. \right) - \left(\mathbf{q} \left| \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} \right. \right) = 0, \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \} \in \Sigma.$$

Простейшее его решение дается формулами

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} = \omega \mathbf{p}, \quad \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = \omega \mathbf{q}.$$

ω – диагональная матрица.

Функция Гамильтона, соответствующая такому решению, выглядит так

$$H = (\omega|\vartheta); \vartheta \in \mathbb{R}^n; \vartheta = \mathbf{q} \cdot \mathbf{p}; \vartheta = \text{col}\{q_1 p_1; q_2 p_2; \dots q_n p_n\}.$$

Но это хорошо известная функция Гамильтона опорной диссипативной среды, поскольку $\vartheta = \hat{x}$.

§ 4. Структурная энтропия — потенциал импульса

I. Следуя нашей книге "Энтропия", будем исходить не из Больцмановского представления энтропии, а из представления

$$S_0: H_f = \{H_f(\mathbf{q}, \mathbf{p}) | H_f \in C^1(\mathcal{E})\}.$$

Если опираться на это представление, то необходимы два базовых геометрически объекта:

I. Вещественное фазовое пространство

$$\Omega = \{q, p | \Omega \subset \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}_n\}.$$

II. Энтропийное многообразие

$$\mathfrak{E} = \{q, p | \mathfrak{E} \subset \Omega, H_f\}.$$

На энтропийном многообразии энтропия H_f определяется формулой S_0 , а само многообразие имеет структуру

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_q \times \mathfrak{E}_p.$$

Кроме того, справедлива циклическая симметрия – двойственность представления

$$H_f = H_q + H_p.$$

Теперь воспользуемся основными результатами исследования некорректной экстремальной задачи теории энтропии, содержащейся в §3.

1. Градиентные уравнения энтропии

$$S_1 : \quad \begin{aligned} p &= \text{grad} H_q; \quad q \in \mathfrak{E}_q, \\ q &= \text{grad} H_p; \quad p \in \mathfrak{E}_p. \end{aligned}$$

Здесь

$$\{\text{grad} H_q; \quad q \in \mathfrak{E}_q\} = \frac{\partial H_q}{\partial q},$$

$$\{\text{grad} H_p; \quad p \in \mathfrak{E}_p\} = \frac{\partial H_p}{\partial p}.$$

2. Уравнение экстремума некорректной экстремальной задачи

$$S_2 : \quad (p|\dot{q}) + (q|\dot{p}) = 0; \quad \{q, p\} \subset \mathfrak{E},$$

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt}; \quad \dot{p} = \frac{dp}{dt}.$$

Выделим на энтропийном многообразии подмногообразие с ко-симметрической метрикой, содержащее потенциалы ускорений и импульса

$$S_3: \quad \hat{\Gamma}_d = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \hat{\Gamma}_d \subset \mathfrak{A}, \Theta, \Psi, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Далее, я наделю многообразие $\hat{\Gamma}_d$ структурами – градиентными уравнениями энтропии и уравнением экстремума некорректной экстремальной задачи. В этом случае у нас и появляется уже хорошо известный фундаментальный результат

$$S_4: \quad \Psi \triangleq H_q,$$

а уравнение S_2 будет иметь формулировку

$$S_5: \quad (\mathbf{p}|\dot{\mathbf{q}}) + (\mathbf{q}|\dot{\mathbf{p}}) = 0; \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \} \subset \hat{\Gamma}_d.$$

В свою очередь канонические уравнения многообразия $\hat{\Gamma}_d$ будут иметь вид

$$S_6: \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{q}} &= -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \mathbf{p} \in \mathfrak{A}_p, \\ \dot{\mathbf{p}} &= \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}; \mathbf{q} \in \mathfrak{A}_q. \end{aligned}$$

В итоге из $\{S_5, S_6\}$ получаем уравнение

$$S_7: \quad \left(\mathbf{q} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right) - \left(\mathbf{p} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \right. \right) = 0; \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \} \subset \hat{\Gamma}_d.$$

Одно из решений уравнения S_7 выделяется следующим образом: предположим, что потенциал ускорений Θ – однородная функция степени m относительно аргумента "p", тогда по теореме Эйлера об однородных функциях

$$m\Theta = \left(\mathbf{p} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \right. \right).$$

В этом случае из уравнения S_7 получаем

$$m\Theta = \left(\mathbf{q} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right).$$

Но это уравнение есть уравнение теоремы Эйлера об однородных функциях степени m относительно аргумента " \mathbf{q} ". Равенство степени однородности потенциала ускорений по аргументам $\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\}$ возможно, если на многообразии $\hat{\Gamma}_d$ импульс имеет вид

$$S_8 : \quad \mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q}.$$

Обратим внимание на важную деталь: представление S_8 утверждает, что на многообразии Γ_d существует только присоединенный импульс $\mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{q}, t)$, а следовательно, многообразия $\{\mathcal{Q}_q, \mathcal{Q}_p\}$ – диффеоморфны. В этом случае с учетом однородности Θ во втором уравнении канонической системы градиент потенциала ускорений определяется следующим образом

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \middle| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \right),$$

здесь $\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \middle| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \right)$ – вектор

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \middle| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \right) = \left\| \begin{array}{c} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \middle| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial q_1} \right) \\ \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \middle| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial q_2} \right) \\ \vdots \\ \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \middle| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial q_n} \right) \end{array} \right\|.$$

II. Первый фундаментальный результат, положенный в основу исследования настоящей главы, дан формулой S_4 и имеет формулировку: *"структурная энтропия – потенциал импульса"*. Второй необходимый нам фундаментальный результат с формулировкой *"структурная энтропия – логарифмическая масса"* также содержится в главе XVIII монографии "Энтропия". Его символическая формулировка имеет вид

$$H_q \triangleq \beta \ln \eta.$$

Для определенности в проблеме описания диффузионных марковских процессов я принял значение $\beta = -1$. В этом случае

$$H_q \triangleq -\ln \eta.$$

С целью более выпуклого выделения базовых структур полезно дать совместную формулировку двух фундаментальных уравнений:

$$S_9: \quad \Psi \triangleq H_q, \quad H_q \triangleq -\ln \eta.$$

Этим фундаментальным уравнениям соответствует уравнение связи импульса и плотности виртуальной сплошной среды конфигурационного пространства

$$S_{10}: \quad \mathbf{p} = -grad \ln \eta; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q.$$

III. Подробно рассмотрим задачу для потенциала ускорений со степенью однородности $m = 1$. В этой задаче следует принять потенциал ускорений в виде

$$\Theta = -(\mathbf{A}|\mathbf{p}); \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}(t).$$

Имеем

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} = -\mathbf{A}; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} = -\left(\mathbf{A} \left| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \right.\right).$$

Каноническая система:

$$S_{11}: \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A},$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\left(\mathbf{A} \left| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} \right.\right).$$

Уравнение импульса, соответствующее этой канонической системе, будет

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{A}|\mathbf{p}).$$

Из этого уравнения следует уравнение потенциала импульса

$$S_{12}: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -2 \left(\mathbf{A} \left| \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right.\right) - C.$$

Поскольку из фундаментальных уравнений S_{12}

$$\Psi = -\ln \eta,$$

то уравнению S_{12} соответствует другое уравнение

$$S_{13}: \quad \frac{\partial \ln \eta}{\partial t} = -2 \left(\mathbf{A} \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right.\right) + C.$$

Уравнение S_{13} содержит один частный случай уравнения Фоккера-Планка.

Предположим, что скалярное произведение $\left(A \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right)$ является инвариантом – зависит только от времени; тогда из уравнения P_{17} получаем ряд частных случаев, зависящих от выбора $C = C(t)$ и соответствующих известным результатам. Например, при выборе

$$C = \left(A \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right)$$

имеем уравнение

$$S_{14}: \quad \frac{\partial \ln \eta}{\partial t} = - \left(A \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right).$$

Но это уравнение есть уравнение Фоккера-Планка системы без белых шумов с уравнением Ланжевена

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A},$$

совпадающим с первым уравнением канонической системы уравнений.

Этот же случай соответствует условию сохранения массы конфигурационного пространства, которому соответствует уравнение неразрывности

$$\frac{d \ln \eta}{dt} = 0; \quad \forall \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

При другом выборе функции $C(t)$ уравнению S_{13} можно придать вид

$$\frac{\partial \ln \eta}{\partial t} = - \left(A \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right) + C_1.$$

Здесь функция $C_1 = C_1(t)$ будет учитывать белые шумы в условиях действия предположения об инвариантности члена $\left(A \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right. \right)$. И это уравнение снова будет уравнением диффузии (Фоккера-Планка), соответствующим одному частному случаю уравнения Ланжевена

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A} + \xi(t),$$

$\xi(t)$ – случайный процесс типа белого шума.

Обращаю внимание читателей на то, что наиболее важным фактом, установленным в рассмотренной задаче, является адекватность уравнений потенциала ускорений и уравнения неразрывности при $C = \left(A \left| \frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \right| \right)$.

Приведу еще небольшую деталь. Уравнение S_{14} может быть записано и в более привычной для теории диффузии виде

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \left(A \left| \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{q}} \right| \right).$$

IV. На многообразии $\hat{\Gamma}_d$ для степени однородности потенциала ускорений $m = 2$ подробно исследуем одномерную задачу. В случае $m = 2$ в одномерной задаче диффузии потенциал ускорений имеет вид

$$\Theta = -\frac{s}{4}\mathbf{p}^2,$$

здесь s – коэффициент диффузии.

Для этого потенциала ускорений Θ каноническая система уравнений будет

$$\dot{q} = \frac{s}{2}\mathbf{p},$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{s}{4}\frac{\partial}{\partial q}\mathbf{p}^2; \{q, \mathbf{p}\} \in \hat{\Gamma}_d.$$

В свою очередь из этой системы следует уравнение импульса и уравнение потенциала импульса.

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{s}{2}\frac{\partial \mathbf{p}^2}{\partial q}; q \in \Omega_q,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{s}{2}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial q}\right)^2 + C.$$

Дадим теперь формулировки уравнения характеристики и уравнения потенциала импульса в терминах плотности виртуальной сплошной среды конфигурационного пространства. На основе фундаментальных уравнений S_9, S_{10} получаем

$$S_{15}: \quad \dot{q} = -\frac{s}{2}grad \ln \eta,$$

$$\frac{\partial \ln \eta}{\partial t} = \frac{s}{2} \left(\frac{\partial \ln \eta}{\partial q} \right)^2 - C.$$

Принимая предположение о сохранении массы m_q , имеем уравнение неразрывности в виде

$$S_{16}: \quad \frac{\partial \ln \eta}{\partial t} = \frac{s}{2} \left(\frac{\partial \ln \eta}{\partial q} \right)^2 + \frac{s}{2} \frac{\partial^2 \ln \eta}{\partial q^2}.$$

В этом уравнении второй член правой части является дивергенцией векторного поля \dot{q} с обратным знаком

$$\operatorname{div} \dot{q} = -\frac{s}{2} \frac{\partial^2 \ln \eta}{\partial q^2}.$$

Постулируя существование дивергентного инварианта $\sigma_1 = \operatorname{div} \dot{q}$ и принимая во втором уравнении S_{15} функцию $C(t)$ равной дивергентному инварианту

$$C = \sigma_1,$$

приходим к тождественности уравнения неразрывности и второго уравнения S_{15} . Поскольку в терминах потенциала импульса

$$\sigma_1 = \frac{s}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q^2},$$

то уравнение потенциала импульса имеет вид

$$S_{17}: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{s}{2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial q} \right)^2 + \frac{s}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q^2}; \quad q \in \Omega_q.$$

Ясно, что уравнения S_{16} и S_{17} адекватны, и мы приходим к главному результату:

Утверждение XIII.3 *Если существует дивергентный инвариант σ_1 и функция $C(t)$ в уравнении потенциала импульса равна этому инварианту, то в одномерной задаче диффузии в однородной среде уравнения неразрывности и потенциала импульса совпадают.*

Сформулированный главный результат имеет ключевое значение в проблеме сопоставления двух методологий: методологии энтропии и методологии теории случайных процессов. Уравнение

потенциала импульса S_{17} отражает факт существования упорядоченности в диффузионной случайной среде, но эта упорядоченность своеобразна; ее структура такова, что два независимых уравнения, имеющих совершенно различный смысл, сливаются в одно уравнение.

Напомню одну техническую деталь: уравнение неразрывности S_{16} переходит в известное уравнение диффузии в однородной среде

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{s}{2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial q^2}; \quad q \in \Omega_q.$$

V. Фундаментальное решение уравнения диффузии получим из уравнения потенциала импульса S_{17} . Примем потенциал импульса в виде

$$\Psi = \Psi_0 + \frac{\alpha q^2}{2t}.$$

Для этого значения потенциала импульса из уравнения импульса находим $\alpha = \frac{1}{s}$.

Константе $\alpha = \frac{1}{s}$ соответствуют:

- импульс $p = \frac{q}{st}$;
- уравнение характеристики $2t\dot{q} = q$;
- дивергентный инвариант $\sigma_1 = \frac{1}{2t}$.

Из уравнения потенциала импульса следует

$$\dot{\Psi}_0 = \sigma_1 \rightarrow \dot{\Psi}_0 = \frac{1}{2t}; \quad \Psi_0 = \ln \sqrt{t} + C_0.$$

В результате мы получаем нужное нам решение

$$S_{18}: \quad \Psi = \ln \sqrt{t} + \frac{q^2}{2st} + C_0; \quad q \in \Omega_q.$$

Это значение потенциала импульса приводит к известному фундаментальному решению

$$\eta = \frac{D_0}{\sqrt{t}} e^{-\frac{q^2}{2st}},$$

здесь $D_0 = e^{-C_0}$.

Регулярное решение уравнения характеристики имеет вид

$$q = q_0 \sqrt{t}.$$

Если считать, что уравнение характеристики есть уравнение линии тока, то это решение на выбранной линии тока дает следующее значение плотности диффузионной среды:

$$\eta = \frac{\tilde{D}_0}{\sqrt{t}}; \quad \tilde{D}_0 = D e^{-\frac{q_0^2}{2s}}.$$

При определении структурной энтропии через потенциал импульса имеем

$$S_{19} : \quad \Psi \triangleq H_q; \quad H_q = H_q^0 + \ln \sqrt{t}.$$

В итоге мы получим значение структурной энтропии одномерной диффузионной среды, определяемое формулой S_{19} . Формула S_{19} приводит ко второму важному выводу:

Утверждение XIII.4 *В диффузионной среде, определяемой потенциалом импульса S_{18} , происходит рост структурной энтропии.*

Полезно сделать следующее замечание: приведенное выше исследование допускает обобщение на многомерный случай, но я этого делать не буду, поскольку в следующем параграфе будет разработан другой, более общий, конструктивный и эффективный метод, также опирающийся на основные идеи и результаты некорректной экстремальной задачи теории энтропии.

§ 5. Диффузионное поле

I. Обратимся снова к некорректной экстремальной задаче теории энтропии. Как известно, на многообразии, содержащем структуру – уравнение необходимого условия экстремума некорректной экстремальной задачи теории энтропии функция Гамильтона будет

$$L = 0 \rightarrow H_0 = (\dot{q} | p).$$

В стандартном представлении потенциала ускорений

$$\Theta = \Theta_0 - \Pi$$

примем $\Theta_0 = -H_0$, и тогда потенциал ускорений будет

$$G_0 : \quad \Theta = -(\dot{\mathbf{q}}|\mathbf{p}) - \Pi.$$

Теперь, введем на Гильбертовом поле подмногообразии, содержащее структуру – потенциал ускорений G_0 .

$$G_1 : \quad \mathcal{L}_s = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} | \mathcal{L}_s \subset \Gamma; \Theta = -(\dot{\mathbf{q}}|\mathbf{p}) - \Pi\}.$$

Подмногообразие \mathcal{L}_s обладает одним замечательным свойством, которое мы подробно опишем ниже. Рассмотрим инерциальную виртуальную среду, описываемую потенциалом ускорений:

$$G_2 : \quad \Theta = -T - (\mathbf{F}|\mathbf{p}) - \Pi; \quad T = \frac{\varepsilon}{2} \|\mathbf{p}\|^2; \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, t, \varepsilon).$$

На подмногообразии Гильбертова поля с потенциалом ускорений G_2 инерциальные свойства виртуальной сплошной среды определяются энергией импульса, зависящей от параметра ε . В этом случае $T = T(\varepsilon)$ и, в целом, $\Theta = \Theta(\varepsilon)$.

Рассмотрим предельное значение.

$$\Theta(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \downarrow 0} \Theta.$$

Имеем

$$\forall |\mathbf{p}| \sim O(1); \quad \mathbf{F} \xrightarrow{\varepsilon \downarrow 0} \dot{\mathbf{q}}; \quad T(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \downarrow 0} 0; \quad \Theta(\varepsilon) \xrightarrow{\varepsilon \downarrow 0} \Theta = -(\dot{\mathbf{q}}|\mathbf{p}) - \Pi.$$

В этом случае предельная инерциальная среда теряет инерциальные свойства и мы приходим к заключению о существовании на Гильбертовом поле подмногообразия, на котором инерциальная сплошная среда потеряла свойство инерциальности. Этим подмногообразием и является построенное выше многообразие \mathcal{L}_s . На многообразии \mathcal{L}_s первое уравнение канонической системы уравнений (уравнение характеристики) обращается в тождество

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} = -\dot{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{L}_s; \quad \dot{\mathbf{q}} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}} \rightarrow \dot{\mathbf{q}} \equiv \dot{\mathbf{q}}.$$

Факт существования этого тождества приводит к выводу о том, что на многообразии \mathcal{L}_s существует произвол (либо свобода) в выборе векторного поля $\dot{\mathbf{q}}$. И, по сути, задача оказывается недоопределенной. Уравнение потенциала ускорений на \mathcal{L}_s будет

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Theta; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{L}_s \rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -(\dot{\mathbf{q}}|\mathbf{p}) - \Pi.$$

Поскольку полная производная по времени потенциала импульса

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial t} + (\dot{\mathbf{q}}|\mathbf{p}); \mathbf{q} \in \mathcal{L}_s,$$

то уравнению потенциала ускорений можно придать вид

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\Pi.$$

Сравнивая это уравнение с уравнением асимптотического программирования и принципа Гамильтона

$$\frac{d\Psi}{dt} = L,$$

устанавливаем, что многообразию \mathcal{L}_s соответствует

экстремальная задача вариационного исчисления с вырожденным лагранжианом

$$G_3: \quad L = -\Pi.$$

Здесь уместно напомнить, что на основе лагранжева формализма мы в задаче с лагранжианом G_3 никаких интересных результатов и решений не получим.

Все, что здесь описывается, находится на другом онтологическом уровне – уровне некорректных экстремальных задач.

II. Введем сужение многообразия \mathcal{L}_s путем задания на нем двух известных фундаментальных энтропийных структур:

$$\Psi \triangleq H_q; H_q \triangleq -\ln \eta.$$

В результате я выделил новое многообразие с названием "Диффузионное поле"

$$\mathcal{D}_s = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} | \mathcal{D}_s \subset \mathcal{L}_s; \Psi = H_q; H_q = -\ln \eta\}.$$

Диффузионное поле является базовым геометрическим объектом энтропийного описания диффузионных марковских процессов.

III. Отличительной чертой диффузионного поля является то, что основные уравнения Гильбертова поля на нем допускают адекватную формулировку в терминах структурной энтропии и плотности виртуальной сплошной среды конфигурационного пространства.

Второй, чрезвычайно важный факт: на диффузионном поле сохранилась свобода выбора векторного поля $\dot{\mathbf{q}}$ многообразия \mathcal{L}_s . Эта свобода необходима нам для реализации в полном объеме идеи описания случайных процессов инструментальными средствами теории энтропии.

Здесь сконструирована мною ситуация, в определенной мере соответствующая известной в теории случайных процессов ситуационной двойственности "стохастические дифференциальные уравнения – уравнения Фоккера-Планка".

Перейдем к анализу основных уравнений диффузионного поля. На диффузионном поле уравнение потенциала ускорений имеет вид

$$G_4: \quad \frac{\partial \ln \eta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial \ln \eta}{\partial \mathbf{q}} \middle| \dot{\mathbf{q}} \right) + \Pi; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

Аналогично уравнение асимптотического программирования имеет формулировку

$$G_5: \quad \frac{d \ln \eta}{dt} = \Pi; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

В уравнении G_4 учтено, что импульс на диссипативном поле определяется уравнением связи

$$\mathbf{p} \triangleq -grad \ln \eta.$$

IV. Внесем в теорию закон сохранения массы конфигурационного пространства

$$m_q = \text{const}; \quad m_q = 1.$$

Как известно, в этом случае справедливо уравнение неразрывности

$$G_6: \quad \frac{d \ln \eta}{dt} = -div \dot{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

Если принять $\Pi = -div \dot{\mathbf{q}}$, то уравнения G_5 и G_6 будут тождественны, что приводит к важному результату, содержащемуся в следующем утверждении.

Утверждение XIII.5 Если на диффузионном поле принять $\Pi = -div \dot{\mathbf{q}}$, то уравнение потенциала ускорений совпадает с уравнением неразрывности при существовании симметрии – закона сохранения массы конфигурационного пространства.

Рассматривая общий случай, когда масса может и не быть сохраняющейся величиной, и вспоминая, что уравнения потенциала ускорений и неразрывности рассматриваются мною в смысле распределений, мы приходим и к общему результату:

Утверждение XIII.6 *На диффузионном поле уравнение потенциала ускорений и уравнение неразрывности эквивалентны.*

Здесь эквивалентность означает, что уравнение потенциала ускорений и уравнение неразрывности являются двумя формулировками одного и того же уравнения.

V. Рассмотрим задачу о диффузии в неоднородной среде на диффузионном поле, являющейся одной из основных задач теории диффузионных процессов. Примем поток $\dot{\mathbf{q}}$ в виде

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2}S \cdot \text{grad}\chi; \chi = \ln \eta,$$

здесь $S = S(\mathbf{q}, t)$ – матрица-функция $n \times n$.

Принятому значению $\dot{\mathbf{q}}$ соответствует дивергенция

$$\text{div}\dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2}\text{div}S\text{grad}\chi.$$

Полагая $\Pi = -\text{div}\dot{\mathbf{q}}$, из уравнения G_4 получаем уравнение

$$G_7: \quad \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{1}{2}(S\text{grad}\chi | \text{grad}\chi) + \frac{1}{2}\text{div}S\text{grad}\chi; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s,$$

$$\chi = \ln \eta.$$

Поскольку

$$(S\text{grad}\chi | \text{grad}\chi) + \text{div}S\text{grad}\chi = \frac{1}{\eta}\text{div}S\text{grad}\eta,$$

то, с учетом этого равенства, уравнение G_7 примет известный вид уравнения диффузии в неоднородной среде:

$$G_8: \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{2}\text{div}S\text{grad}\eta; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

Как уравнение потенциала ускорений, уравнение диффузии G_7 имеет формулировку:

$$G_9: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2}(S\text{grad}\Psi | \text{grad}\Psi) + \frac{1}{2}\text{div}S\text{grad}\Psi; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

Таким образом, в нашем распоряжении имеется три вида уравнения диффузии, определяемых формулами (G_7, G_8, G_9).

VI. Исследованная выше задача допускает обобщение, учитывающее перенос диффузионной среды. Для построения этого обобщения зададим уравнение характеристики в виде

$$G_{10}: \quad \dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2} S \cdot \text{grad} \chi + \mathbf{F}; \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, t); \quad \mathbf{F} \in C^n(\Omega_q).$$

В этом случае дивергенция будет

$$\text{div} \dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2} \text{div} S \text{grad} \chi + \text{div} \mathbf{F},$$

и при $\Pi = -\text{div} \dot{\mathbf{q}}$ из уравнения G_4 следует уравнение

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{1}{2} (S \text{grad} \chi | \text{grad} \chi) + \frac{1}{2} \text{div} S \text{grad} \chi - (\mathbf{F} | \text{grad} \chi) - \text{div} \mathbf{F}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

Это уравнение и есть одна из известных символьных формулировок уравнения Фоккера-Планка. Другая, более известная и распространенная формулировка представляет обобщение уравнения диффузии G_8 :

$$G_{11}: \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{2} \text{div} S \text{grad} \eta - (\mathbf{F} | \text{grad} \eta) - \eta \text{div} \mathbf{F}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s.$$

Уравнение G_{11} является классической формулировкой уравнения Фоккера-Планка. В терминах потенциала импульса уравнение Фоккера-Планка имеет вид

$$L_{11}: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2} (S \text{grad} \Psi | \text{grad} \Psi) + \frac{1}{2} \text{div} S \text{grad} \Psi - (\mathbf{F} | \text{grad} \Psi) + \text{div} \mathbf{F}.$$

Семантика этого уравнения очевидна: на диффузионном поле в задаче с уравнением характеристики G_{10} уравнение потенциала ускорений является уравнением Фоккера-Планка.

VII. Существует принципиальное различие в общей логической схеме теории диффузионных марковских процессов и энтропийной теории диффузии. В теории диффузионных марковских процессов существует двойственность описания "стохастическое дифференциальное уравнение - уравнение Фоккера-Планка".

Следуя этой двойственности, в конкретной проблеме заданному стохастическому дифференциальному уравнению, например, уравнению Ланжевена, ставится в соответствие уравнение

Фоккера-Планка. В нашей теории на подмногообразии Гильбертова поля (диффузионном поле) существует другая двойственность описания – ”обыкновенное дифференциальное уравнение характеристик – уравнение потенциала ускорений”. В этом случае по заданному уравнению характеристик определяется конкретный вид уравнения потенциала ускорений, которое и является основой дальнейшего исследования.

Но на диффузионном поле уравнение потенциала ускорений совпадает с уравнением Фоккера-Планка; это фундаментальное свойство диффузионного поля. В итоге мы получили ситуацию, когда двум различным типам обыкновенных дифференциальных уравнений (детерминированному уравнению характеристик и стохастическому дифференциальному уравнению) соответствует уравнение Фоккера-Планка. Здесь для конкретного уравнения Фоккера-Планка должна существовать эквивалентность в определенном смысле между потоками, описываемыми детерминированным уравнением характеристик и стохастическим дифференциальным уравнением.

Строгий смысл эквивалентности содержится в следующем определении. [378]

Определение XIII.2 Потоки:

1) *описываемый уравнением характеристик уравнения потенциала ускорений диффузионного поля*

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} - \frac{1}{2} S \text{grad} \chi; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s; \mathbf{F} \in C^n(\Omega_q); \chi = \ln \eta,$$

2) *описываемый стохастическим дифференциальным уравнением Ланжевена*

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} + \mathbf{K}; \mathbf{q} \in \mathcal{D}_s,$$

\mathbf{K} – случайный вектор,

структурно эквивалентны, если выполняются условия:

1. *Конфигурационные пространства диффузионной среды и диффузионного марковского процесса совпадают.*
2. *Диффузионная среда обладает симметрией: ее масса – сохраняющаяся величина и $m_q = 1$.*
3. *Плотность диффузионной среды равна плотности распределения вероятности диффузионного марковского процесса.*

VIII. Сформулированной выше структурной эквивалентности должны соответствовать строгие конструктивные условия, имеющие вид математических уравнений. Выводы подробный анализ этих условий эквивалентности содержится в нашей книге ”Энтропия”.

Замечу, что полученные результаты анализа полностью согласуются с классической теорией диффузионных процессов.

IX. Открытие в составе Гильбертова поля диффузионного поля и обнаружение особых свойств виртуальной сплошной среды, расположенной на диффузионном поле, заставило меня снова вернуться к вопросу о классификации виртуальных сплошных сред. Как известно, в материалах монографии "Энтропия" четко выделены два типа виртуальных сплошных сред: инерциальная, диссипативная.

При этом отличительной чертой инерциальной сплошной среды является то, что она находится на Гильбертовом поле. Из материалов настоящей главы следует, что на Гильбертовом поле существует предельное подмногообразие – диффузионное поле, содержащее виртуальную сплошную среду со свойствами, существенно отличающимися от свойств инерциальной сплошной среды. *Главное отличие состоит в том, что предельная среда не имеет свойства инерциальности; это безинерциальная среда.* Второе отличие состоит в том, что в предельной среде существует только присоединенный импульс; на диффузионном поле свободный импульс отсутствует.

Новым фундаментальным фактом является то, что на диффузионном поле два различных уравнения, описывающие принципиально различные стороны существования виртуальной сплошной среды; уравнение потенциала ускорений, описывающее базовый геометрический объект теории (энтропийное многообразие), и уравнение неразрывности, отражающее основное свойство виртуальной сплошной среды (сплошность), *совпали.*

Совпадение этих двух основных уравнений заставило меня в книге "Энтропия" по новому посмотреть на проблему упорядоченности потока виртуальной сплошной среды на диффузионном поле. В целом я пришел к выводу о концептуальном оформлении предельной инерциальной среды в виде самостоятельного типа – диффузионной сплошной среды. Диффузионную сплошную среду я решил ввести с помощью следующего определения.

Определение XIII.3 *Диффузионной сплошной средой называется виртуальная сплошная среда, расположенная на диффузионном поле*

$$\mathcal{D}_s = \{q, p | \mathcal{D}_s \subset \mathcal{L}_s; \Psi = H_q; H_q = -\ln \eta\},$$

$$\mathcal{L}_s = \{q, p | \mathcal{L}_s \subset \Gamma; \Theta = -(\dot{q}|p) - \Pi\}.$$

Теперь, в составе нашей концептуальной модели естествознания, методологии и теории энтропии существует три типа виртуальных сплошных сред: инерциальная, диссипативная, диффузионная.

§ 6. Формулировка проблемы

I. В достаточно общей постановке состояние виртуальной сплошной среды на комплексном многообразии потенциала ускорений описывается задачей, включающей два типа уравнений:

1. Уравнение структурной энтропии.

2. Каноническое уравнение потенциала ускорений.

Символьная формулировка этой задачи, включающая только уравнения, имеет вид:

Общая задача.

$$1. \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \sigma_1 = \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q$$

$$2. \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q; \Lambda = \operatorname{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \operatorname{grad} \Theta; \{\mathbf{q}; \mathbf{p}\} \in \Pi$$

Ограничение общности в этой задаче обязаны конкретизации энтропийного многообразия - многообразию потенциала ускорений, постулированию существования дивергентного инварианта и диагональному виду матрицы плотности импульса.

Но эта задача для проблемы диффузии оказывается ещё слишком общей; нужно вводить ещё одно важное предположение. Этим предположением является постулат о существовании потенциала импульса. В этом случае

$$\mathbf{p} = \operatorname{grad} \Psi$$

и задача будет иметь формулировку

$$M_0: 1. \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \sigma_1 = \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q$$

$$2. \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q; \Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta; \{\mathbf{q}, \mathbf{p}\} \in \Gamma$$

Ясно, что включение потенциала импульса автоматически означает переход от многообразия потенциала ускорений к Гильбертовому полю.

Здесь мы и обнаруживаем еще одну характерную черту проблемы диффузии - *процессы диффузии происходят на Гильбертовом поле.*

II. В общем описании мы должны постулировать зависимость потенциала импульса от структурной энтропии.

$$M_1 \quad \Psi \triangleq \Psi(H_q)$$

Именно существование этой зависимости и определяет единую связанную формулировку математической проблемы. На зависимость M_1 можно смотреть как на определяющее уравнение, либо в отсутствии производных - уравнение состояния. Возможность существования и, главное, необходимость этого уравнения в произвольном случае неочевидна; здесь отсутствие уравнения M_1 на начальном этапе компенсируется изменением логики исследования и глубоким теоретическим анализом. В конечном итоге любые уравнения состояния компенсируют беспомощность той или иной теории путем привнесения эмпирических данных.

Но в нашем случае существует чрезвычайно благоприятную обстановку. Существуют два частных случая, описывающих два основных раздела физики:

1. Классическая механика.
2. Теория диффузии.

III. В первом случае потенциал импульса не зависит от структурной энтропии.

$$M_2 : \quad \Psi \neq \Psi(H_q)$$

Именно этот вариант и реализован в классической механике, с ним мы обычно связываем наши представления о регулярном состоянии.

В этом случае уравнение структурной энтропии и уравнение потенциала ускорений оказываются разомкнутыми, и общая задача разделяется на две независимые задачи.

Первая задача - это движение Гильбертова поля, а вторая задача - эволюция структурной энтропии. В классической физике до появления моей монографии "Энтропия" вторая задача, попросту говоря, отсутствовала. Как отсутствовала и структурная энтропия. Последствия постулата об отсутствии связи потенциала импульса от структурной энтропии разнообразны и многогранны, полный их анализ проводить я не буду. Остановлюсь лишь на одном.

Утверждение XIII.7. *В случае отсутствия зависимости потенциала импульса от структурной энтропии отсутствует энтропийное внутреннее время.*

В этом утверждении речь идет об энтропийном внутреннем времени как о глубинном свойстве виртуальной сплошной среды, определяющем внутреннюю симметрию.

Именно это свойство - отсутствие энтропийного внутреннего времени и характерно для классической механики. Это определяет и то, почему классическая механика в своем развитии обошлась и до сих пор обходится без теории энтропии.

IV. Второй случай также хорошо известен по монографии "Энтропия" и материалам настоящей главы.

$$M_3 : \quad \Psi \triangleq \beta H_q$$

В частности, эта модель и описывает диффузионные процессы.

Как известно, в этой модели два уравнения; уравнение потенциала ускорений и уравнение структурной энтропии сливаются в одно уравнение. При этом общее уравнение может принять облик уравнения потенциала ускорений либо уравнения структурной энтропии. В случае облика уравнения потенциала ускорений мы получаем формулировку проблемы и выполняем исследование диффузии в терминах нашей теории потенциала ускорений. В этом случае диффузия в чистом виде становится разделом теории потенциала ускорений. В другом случае мы приходим к различным уравнениям марковских случайных процессов, (включая уравнения Фоккера - Планка), уравнениям теплопроводности либо диффузии и их обобщениями на комплексное фазовое пространство.

Следует заметить, что модель M_3 не исчерпывается теорией диффузии; точно также как модель M_2 не исчерпывается классической механикой.

§ 7. Плоский вихрь

I. Рассмотрим простейшую одномерную задачу

$$\dot{\mathbf{q}} = w\mathbf{q}$$

$$L_0 : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right)^2$$

Покажем что в этой задаче существует два решения. Известное решение этой задачи имеет вид

$$L_1 : \quad \Psi = \frac{1}{2} w \mathbf{q}^2; \quad w = \frac{1}{z}$$

Очевидно, что это решение соответствует инерциальной сплошной среде. Второе решение восстанавливается как элемент топологической группы G . Если $\Psi \in G$, то из L_0 получаем простейшее

уравнение познавательной модели главы "Двойственность описания".

$$wq = \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial q}$$

Стандартным путем, внося условие глобальной симметрии и уравнение гиперболичности,

$$H_f = \text{const} \longrightarrow p \cdot q = \varkappa; \frac{\partial \Psi}{\partial q} = \frac{\varkappa}{q}$$

получаем второй, также известный результат

$$w = \frac{\varkappa}{2q^2}$$

Этому решению соответствует поток

$$\dot{q} = \frac{\varkappa}{2q}$$

определяющий диффузионную сплошную среду.

Рассмотрим теперь импульс. В первом решении

$$p = wq; \dot{q} = p,$$

тогда как во втором решении

$$\{p \cdot q = \varkappa; w = \frac{\varkappa}{2q^2}\} \longrightarrow \dot{q} = \frac{1}{2}p$$

Таким образом, в полученных решениях связь скорости \dot{q} с импульсом оказалась различной:

$$\dot{q} = \begin{cases} p & \text{- инерциальная среда;} \\ \frac{1}{2}p & \text{- диффузионная среда.} \end{cases}$$

Ясно, что в приведенном примере первое решение есть внутреннее решение

$$\Psi \in C^\omega(\Omega_q^-)$$

тогда как второе решение - внешнее

$$\Psi \in C^\omega(\Omega_q^+)$$

Переходя к уравнению импульса

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -\mathbf{p} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}}$$

и вводя полную производную $\frac{d\mathbf{p}}{dz}$, мы получаем два вида уравнения для различных решений

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = \begin{cases} 0 & \text{- инерционная среда;} \\ \frac{1}{2}\mathbf{p} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} & \text{- диффузионная среда.} \end{cases}$$

В свою очередь

$$\frac{d\Psi}{dz} = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}}\right)^2 & \text{- инерционная среда,} \\ 0 & \text{- диффузионная среда.} \end{cases}$$

В итоге мы получаем симметричное представление:

1. Инерциальная среда: $\frac{d\mathbf{p}}{dz} = 0$;

2. Диффузионная среда: $\frac{d\Psi}{dz} = 0$.

Это представление поясняет принципиальное различие двух решений; в первом решении сохраняется импульс, а во втором - потенциал импульса.

II. Перейдем теперь от уравнения простейшей одномерной задачи к познавательной модели главы "Двойственность описания".

Обратимся к уравнению потенциала ускорений, если $\Psi \in G$, то из уравнения потенциала ускорений следует известное уравнение познавательной модели

$$L_2: \quad w \cdot \mathbf{q} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} = -\Theta$$

Как известно, из анализа познавательной модели в случае вихревых движений комплексная скорость - сохраняющаяся величина

$$w = w_0; w_0 = \text{const.}$$

Внося это значение комплексной скорости в уравнение L_2 , для решения $\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{q}}$ получаем

$$\Theta = \Theta_0; \Theta_0 = \text{const.}$$

Этот результат имеет важное значение в теории диффузии; получается что *в диффузионной среде в одномерной задаче вихревое поле отсутствует.*

Но теперь нам необходимо обратиться к другой интерпретации решения

$$\Theta = \Theta_0.$$

Обратимся к уравнению связи потенциала ускорений и функции Гамильтона

$$L_3 : \quad \Theta = -H.$$

В случае существования в диффузионной среде многообразий (характеристических поверхностей), на которых задано уравнение связи L_3 условие постоянства потенциала ускорений примет вид условия постоянства функции Гамильтона (закона сохранения энергии)

$$\Theta = \Theta_0 \longrightarrow H = H_0.$$

Функция Гамильтона в классической механике определяет структуру и, следовательно, условие её постоянства может быть интерпретировано как условие сохранения структуры. Ясно, что у нас достаточно оснований для конкретизации обсуждаемой структуры в виде вихревой структуры. И здесь, при подобной конкретизации, мы приходим ко второму важному выводу; *в одномерной диффузионной среде могут существовать вихревые структуры.*

Заметим, что, опираясь на материалы анализа познавательной модели, мы могли восстановить вихревое поле путем перехода от уравнения потенциала ускорений к уравнению импульса, но этот переход означает изменение типа виртуальной сплошной среды.

Как известно, и это чрезвычайно важно, диффузионная сплошная среда расположена на Гильбертовом поле; переход к многообразию потенциала ускорений означает автоматическое изменение типа сплошной среды.

Итогом выполненного в настоящем параграфе анализа будет вывод: *в одномерной диффузионной среде не существуют вихревые поля; в ней могут существовать только вихревые структуры.*

§ 8. Третья среда

I. Обращаясь к материалам главы "Двойственность описания", введем два потенциала ускорений:

$$A_0 : \quad \Theta_+; \forall \mathbf{q} \in \Omega_q^+; \Theta_-; \forall \mathbf{q} \in \Omega_q^-$$

$$\Omega_q^+ = \{\mathbf{q} | |\mathbf{q}| > \alpha \epsilon; j = 1, 2 \dots n; \alpha > 0\}$$

$$\Omega_q^- = \{q \mid |q| < \frac{\alpha_1}{\varepsilon}; j = 1, 2 \dots n; \alpha > 0\}$$

Потенциал ускорений Θ_- описывает инерциальную сплошную среду, а потенциал ускорений Θ_+ - диссипативную сплошную среду.

Принципиальное различие этих двух сплошных сред обязано тому, что они расположены на различных энтропийных многообразиях: инерциальная среда - на Гильбертовом поле, а диссипативная - на многообразии потенциала ускорений, либо, в общем случае, энтропийном многообразии более высокого иерархического уровня. Это различие определяет то, что основным уравнением инерциальной среды является уравнение потенциала ускорений

$$A_1 : \quad \frac{\partial \Psi_-}{\partial z} = \Theta_- ; q \in \Gamma.$$

Тогда как; на многообразии потенциала ускорений диссипативная среда описывается уравнением импульса

$$A_2 : \quad \frac{\partial p_+}{\partial z} = \text{grad} \Theta_+ ; q \in \Pi$$

При этом, как известно,

$$A_3 : \quad \Theta_- \in C^\omega(\Omega_q^-); \text{grad} \Theta_+ \in C^\omega(\Omega_q^+).$$

Здесь следует сделать акцент на следующее обстоятельство: уравнения A_1, A_2 характеризуют ту или иную среду в общем случае; известно ряд примеров и математических методов либо приемов, когда диссипативная среда описывается уравнениями Гильбертова поля. Например диссипация Релея может быть описана уравнением A_1 . Но мы здесь говорим о диссипативной среде внешнего описания - среде, удовлетворяющей условиям A_0, A_3 . Условия A_0, A_3 являются необходимыми условиями существования вихревых полей; поэтому речь идет скорее не о диссипативной, а о вихре-диссипативной сплошной среде.

II. Введем пересечение конфигурационных пространств

$$\hat{\Omega}_q = \Omega_q^+ \cup \Omega_q^-.$$

Теперь на этом пересечении определим потенциал ускорений

$$A_4 : \quad \Theta \forall q \in \hat{\Omega}_q ; \Theta \in C^\omega(\hat{\Omega}_q)$$

Ясно, что что потенциалу ускорений A_4 на Гильбертовом поле будет соответствовать уравнение

$$A_5 : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \Theta \in C^\omega(\hat{\Omega}_q) ; \hat{\Omega} = \Omega_q^+ \cup \Omega_q^- ; q \in \Gamma$$

Уравнение A_5 описывает расположенную на Гильбертовом поле третью сплошную среду. Эта третья сплошная среда и есть диффузионная среда.

Соберем теперь основные уравнения трех сплошных сред вместе.

I. Инерциальная сплошная среда

$$\frac{\partial \Psi_-}{\partial z} = \Theta_- ; q \in \Gamma ; \Theta_- \in C^\omega(\Omega_q^-)$$

II. Диссипативная среда

$$\frac{\partial p_+}{\partial z} = \text{grad} \Theta_+ ; q \in \Pi ; \text{grad} \Theta_+ \in C^\omega(\Omega_q^+)$$

III. Диффузионная среда

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \Theta \in \Gamma ; \Theta \in C^\omega(\hat{\Omega}_q) ; \hat{\Omega}_q = \Omega_q^+ \cup \Omega_q^-.$$

Эти основные уравнения снова привели нас к известной классификации: в виртуальной сплошной среде четко выделились три типа:

- инерциальная сплошная среда,
- диссипативная сплошная среда,
- диффузионная сплошная среда.

При этом, в случае расположения этих сред на многообразии потенциала ускорений, либо Гильбертовом поле, термином "диссипативная сплошная среда" я назвал вихре-диссипативную сплошную среду.

Вихре-диссипативная сплошная среда - это среда, в которой могут существовать плоские вихревые поля.

§ 9. Два состояния

I. Уникальным свойством диффузионной сплошной среды является то, что в ней происходит согласованное поведение двух сущностей: переноса (инерции) и диффузии.

Результатом этого согласованного поведения является то, что в среде возникает организованность; в свою очередь организованность и создает то, что описывается уравнением диффузии, либо теплопроводности - диффузионное поле. Возникшая в результате согласованного поведения переноса и диффузии организованная сплошная среда, обладает внутренней симметрией, определяемой топологической (энтропийной) группой G.

Существование внутренней симметрии приводит к заключению о том, что диффузионная сплошная среда не аморфное бесструктурное сообщество, а организованная сущность. В этом случае, в соответствие с материалами предыдущих глав мы можем ожидать возможность возникновения, либо существования структур в диффузионной сплошной среде. Приведенное ниже исследование дает утвердительный ответ на этот вопрос. Да. В диффузионной сплошной среде могут существовать структуры, подчиняющиеся законам гамильтоновой механики. Это становится возможным благодаря существованию в диффузионной сплошной среде двух характерных состояний.

Здесь полезно снова обратиться к первому параграфу настоящей главы; я, в противоположность теории случайных процессов, последовательно развиваю теорию диффузии, как теорию некоей организации, возникающей в результате согласованного поведения двух сущностей; переноса (инерции) и диффузии. Согласованное поведение приводит к возникновению компенсации, которая, в свою очередь, и лежит в основе существования двух характерных состояний. Одно из характерных состояний, соответствующее полной компенсации, описывается уже не законами диффузии, а законами гамильтоновой механики.

II. Поясним механизм согласованного поведения на примере одномерной задачи L_0 .

Для второго решения простейшего одномерного уравнения

$$\Psi = \varkappa H_q + \Psi_0; H_q = \ln q$$

оказывается справедлива известная формула

$$B_0: \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q^2} = -\frac{1}{\varkappa} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial q} \right)^2$$

Эта формула и иллюстрирует идею согласованного поведения и компенсации.

Если однородная диффузионная среда обладает внутренней симметрией - существованием энтропийного внутреннего времени, то диффузия оказывается линейно зависимой от инерции (переноса).

Рассмотрим теперь уравнение

$$B_1 : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\alpha_1 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right)^2 + \alpha_2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{q}^2}$$

Полная компенсация в этом уравнении характеризуется условием

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{q}^2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} \right)^2;$$

отсюда

$$\varkappa = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Таким образом, при значении $\varkappa = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ в диффузионной среде, описываемой уравнением B_1 , произойдет полная компенсация. При этом потенциал импульса Ψ_0 примет постоянное значение.

III. В общей задаче

$$B_2 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \mathbf{q} \in \Gamma$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta; \Theta \in C^\omega(\hat{\Omega}_q)$$

представим потенциал ускорений так

$$\Theta \triangleq \Theta_d - H,$$

где Θ_d - потенциал ускорений однородной диффузионной среды; H - гамильтониан.

При этом

$$\Theta_d \in C^\omega(\Omega_q^+); H \in C^\omega(\Omega_q^-)$$

В произвольном состоянии, в отсутствие полной компенсации в ЭПС существует область, в которой

$$|\Theta_d| \gg |H|$$

В этой области и будет реализовываться первое характерное состояние, известное как однородная диффузионная среда

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q};$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta_d$$

Это состояние реализуется на особом многообразии Гильбертова поля - диффузионном поле.

Полная компенсация характеризуется условием

$$\Theta_d = 0 ; q \in \mathcal{E}_k$$

В этом случае

$$\Theta = -H$$

и уравнение потенциала ускорений перейдет в классическое уравнение Гильбертова поля - уравнение Гамильтона-Якоби комплексного фазового пространства.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -H ; q \in \Gamma$$

Уравнение Гамильтона-Якоби определяет другое характерное состояние диффузионной среды - состояние полной компенсации. В случае вещественного фазового пространства это состояние будет включать и классическую механику.

Здесь нужно иметь ввиду следующий момент. Два выделенных характерных состояния диффузионной сплошной среды имеют резко отличающиеся свойства; так что следует говорить о двух различных типах сплошных сред, каждая из которых соответствует одному характерному состоянию. Эти среды нам хорошо известны:

1) Некомпенсированное состояние - однородная диффузионная среда.

2) Состояние полной компенсации - инерциальная сплошная среда.

Анализ двух характерных состояний приводит к интересной интерпретации классической механики:

Классическая механика описывает одну из реализаций особого состояния диффузионной сплошной среды, характеризующаяся полной компенсацией.

В этой интерпретации движения, подчиняющиеся законам классической механики, происходит на структурном аттракторе, характеризуемом полной компенсацией. По сути дела, свойство полной компенсации и определяет структурный аттрактор.

Определение XIII.4 Структурный аттрактор - это маршрут на конгруэнции \mathcal{E}_k (траектории, либо линия тока), на котором реализована полная компенсация.

§ 10. Заключение

1. В настоящий момент четко выделены три типа виртуальных сплошных сред: инерциальная сплошная среда, диссипативная сплошная среда, диффузионная сплошная среда.
2. Существуют принципиальные различия в состояниях, математическом описании и свойствах этих сплошных сред.

Прежде всего это относится к их расположению на энтропийных многообразиях. В случае многообразий с кососимметрической метрикой диссипативная сплошная среда расположена на многообразии потенциала ускорений, инерциальная сплошная среда - на Гильбертовом поле, а диффузионная сплошная среда - на диффузионном поле.

3. Классическая механика - это раздел механики инерциальной сплошной среды, как правило, ассоциирующийся с понятием "регулярного движения".
4. Диффузионная сплошная среда - это некорректная среда и проблема диффузии, будучи предельно некорректной полностью является проблемой теории ЭПС и разделом хаотической механики.
5. Одно из принципиальных различий теории диффузии и классической механики состоит в том, что в теории диффузии потенциал импульса тождественен структурной энтропии, тогда как в классической механике главная функция Гамильтона не может быть структурной энтропией.
6. На диффузионном поле уравнение потенциала ускорений и уравнение структурной энтропии сливаются в одно уравнение. Это фундаментальное свойство устанавливает тесную связь теории потенциала ускорений с проблемой диффузии и открывает значительные перспективы исследования диффузионных процессов методами теории потенциала ускорений.
7. Фундаментальным свойством диффузионных процессов является то, что в них наблюдается согласованное поведение переноса (инерции) и диффузии. Результатом этого стало то, что диффузионная сплошная среда приобрела свойство организованной среды, обладающей внутренней симметрией над топологической (энтропийной) группой.
8. Существование внутренней симметрии означает, что диффузионная сплошная среда обладает энтропийным внутренним временем.
9. Фундаментальную роль в теории ЭПС и проблеме самоорганизации играет существование двух состояний диффузионной сплошной среды.
10. При реализации полной компенсации возникает состояние диффузионной сплошной среды, описываемое уравнениями Гамильтона - Якоби комплексного фазового пространства.

11. Анализ двух характерных состояний приводит к интересной интерпретации классической механики.

Классическая механика описывает особое состояние диффузионной сплошной среды, характеризующееся полной компенсацией. В этом случае движение, подчиняющееся законам классической механики происходит на структурном аттракторе, характеризуемом полной компенсацией.

Важность этих фактов для проблемы самоорганизации обязано тому, что в диффузионной среде могут существовать структуры - объекты классической механики.

12. Существенное продвижение в энтропийной теории диффузии обязано комплексному фазовому пространству.

Глава XIV

Калибровочный хаос

Содержание

§1. Калибровочная структура	349
§2. Хаотические колебания	352
§3. Фрагмент теории энтропийной группы	356
§4. Потенциал ускорений	358
§5. Диффузионный хаос	362
§6. Включение гамильтониана	366
§7. Диссипативная среда	369
§8. Две среды	374
§9. Анализ диссипативной среды	376
§10. Заключение	378

§ 1. Калибровочная структура

И. В настоящей главе я снова обращаюсь к одному из перво-
степенных фактов раздела "Слабый экстремальный пограничный
слой" — разрушению дивергентного инварианта.

Напомню, что в этом разделе установлено и подробно исследо-
ван механизм возникновения крупномасштабного хаоса, опираю-
щегося на разрушение дивергентного инварианта.

В свою очередь, сценарий разрушения дивергентного инвари-
анта четко и ясно описывается известным по монографии "Эн-
тропия" и материалам настоящей книги порядковым уравнением

$$A_0 : \quad \frac{1}{O(\varepsilon)} + \frac{1}{O(\varepsilon)} = O(1).$$

Содержательная интерпретация этого механизма следующая:
*в экстремальном пограничном поле существуют состояния, ког-
да дивергентный инвариант конструируется как малая разность
больших величин; эти состояния обладают чувствительной зави-
симостью от начальных данных и формируют крупномасштабный
хаос.*

В свою очередь, на этих состояниях из-за конструктивных не-
совершенств структура — дивергентный инвариант, подвергается
разрушению и, по сути дела, крупномасштабный хаос и разруше-
ние дивергентного инварианта связаны причинно-следственным
отношением.

Необходимо особо выделить ключевую деталь: хаос возникает тогда, когда среди элементов матрицы плотности импульса появляются бесконечно большие по модулю и разные по знаку элементы. Эти элементы вступают в когерентное взаимодействие, определяемое формулой A_0 , результатом которого и становятся разрушение дивергентного инварианта и крупномасштабный хаос.

Но это только одна сторона чрезвычайно важного и интересного явления; вторая сторона относится к новой структуре, возникающей одновременно с разрушением дивергентного инварианта либо калибровочным хаосом. Следуя базовым концепциям хаоса, мы должны ожидать в состояниях ЭПС, характеризующих крупномасштабным хаосом, возникновения новой структуры. Другими словами, мы должны состояние разрушения дивергентного инварианта, описываемое порядковым уравнением A_0 идентифицировать как событие, в котором происходит самоорганизация — возникновение новой структуры. Обстоятельное исследование раздела "Слабый экстремальный пограничный слой" полностью подтвердили это высказывание. Да, в ЭПС, характеризующем крупномасштабным хаосом возникает и существует новая структура.

Теперь меня интересует уровень общности идеи разрушения дивергентного инварианта по сценарию порядкового уравнения A_0 .

Оказывается, что эта идея имеет значительный уровень общности, существенно выходящей за рамки слабого экстремального пограничного слоя в вещественном фазовом пространстве.

В этом вопросе возникает и второй притягательный момент: идея формирования дивергентного инварианта по правилу A_0 оказывается чрезвычайно конструктивной и фундаментальной.

Эта проблема и изучается в настоящей главе; она полностью посвящена самоорганизации по правилу A_0 . При этом я, в рамках настоящей главы, ограничиваюсь случаем двумерной задачи в комплексном конфигурационном пространстве.

Здесь я общую теорию предыдущих глав и разделов книги применяю к конкретному объекту — двумерной задаче, а, с другой стороны, внимательно изучаю новые явления, факты, знания, возникающие при переходе от одномерного конфигурационного пространства к двумерному.

II. Перейдем теперь к доказательству фундаментального факта — существованию двумерной калибровочной структуры.

Стандартным способом в четырехмерном комплексном фазовом пространстве введем энтропийное многообразие

$$A_1: \quad \mathfrak{A} = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathfrak{A} \subset \Omega, \mathfrak{A} = \mathfrak{A}_q \times \mathfrak{A}_p\},$$

$$\mathfrak{A}_q = \{\mathbf{q} \mid \mathfrak{A}_q \subset \Omega_q\}, \quad \mathfrak{A}_p = \{\mathbf{p} \mid \mathfrak{A}_p \subset \Omega_p\}.$$

Выделим в составе энтропийного многообразия конфигурационного пространства конгруэнцию $\mathcal{E}_k \subset \mathcal{E}_q$ и определим на конгруэнции поток

$$A_2 : \quad \begin{aligned} \dot{q}_1 &= \alpha_1 \sigma_1 q_1 ; \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \\ \dot{q}_2 &= \alpha_2 \sigma_1 q_2 ; \{q_1, q_2\} \in \mathcal{E}_k. \end{aligned}$$

Для потока A_2 оказывается справедливой лемма.

Лемма двумерной калибровочной структуры. Если на энтропийном многообразии двумерного конфигурационного пространства

$$\mathcal{E}_q = \{q \mid \mathcal{E}_q \subset \Omega_q\}$$

существует конгруэнция $\mathcal{E}_k \subset \mathcal{E}_q$, определяемая потоками

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \alpha_1 \sigma_1 q_1 ; \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \\ \dot{q}_2 &= \alpha_2 \sigma_1 q_2 ; \{q_1, q_2\} \in \mathcal{E}_k, \end{aligned}$$

то в пределе при $|\alpha_1| \rightarrow \infty$ на конгруэнции \mathcal{E}_k возникает двумерная калибровочная структура, описываемая уравнением гиперболичности

$$q_1 q_2 = \beta ; \beta = const.$$

Доказательство.

Дифференциальные уравнения потока на конгруэнции приводят к уравнению

$$A_3 : \quad \dot{q}_1 q_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \dot{q}_2 q_1.$$

Поскольку $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, то

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = -\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_1}}.$$

Отсюда получаем

$$\lim \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = -1, |\alpha_1| \rightarrow \infty.$$

Внося значение этого предела в уравнение A_3 , имеем уравнение гиперболичности

$$A_4 : \quad \frac{dq_1 q_2}{dz} = 0 \rightarrow q_1 q_2 = \beta.$$

Как известно, структурная энтропия двумерной задачи определяется формулой

$$A_5: \quad H_q = \ln V_q; \quad V_q = q_1 q_2.$$

В свою очередь, калибровочная структура определяется условием.

$$\operatorname{Re} H_q = \operatorname{const}$$

При определении структурной энтропии формулой A_5 , уравнение гиперболичности A_4 обеспечивает сохранение действительной части структурной энтропии. Это и приводит к заключению о существовании на конгруэнции \mathcal{E}_k калибровочной структуры, описываемой уравнением гиперболичности A_4 .

Лемма доказана. ■

§ 2. Хаотические колебания

I. Исследование калибровочного хаоса начнем с анализа условия существования гиперболической калибровочной структуры.

На Гильбертовом либо диффузионном полях уравнению потенциала ускорений можно придать стандартный вид уравнения асимптотического программирования

$$B_0: \quad \frac{d\Psi}{dz} = -\Pi; \quad \mathbf{q} \in \Gamma.$$

Если потенциал импульса принадлежит энтропийной группе G , то на конгруэнции \mathcal{E}_k функция Π равна нулю и уравнение B_0 будет

$$\Psi \in G; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k$$

или

$$B_1: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\mathcal{L}_\epsilon \Psi; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

$$\mathcal{L}_\epsilon = \left(\Lambda \mid \frac{\partial \overline{\Psi}}{\partial \ln \mathbf{q}} \right)_{\mathbb{C}^2} \text{ — производная Ли.}$$

$$\left(\Lambda \mid \frac{\partial \overline{\Psi}}{\partial \ln \mathbf{q}} \right)_{\mathbb{C}^2} = \lambda_1 \frac{\partial \Psi}{\partial \ln q_1} + \lambda_2 \frac{\partial \Psi}{\partial \ln q_2}.$$

Сравнивая уравнение B_1 с исходным уравнением потенциала ускорений получаем уравнение

$$B_2 : \quad \left(\Lambda \mid \frac{\partial \Psi}{\partial \ln \mathbf{q}} \right)_{\mathbb{C}^2} = -\Theta ; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k.$$

Напомним, что если в соответствие с математической техникой энтропийной группы G принять

$$\Psi = \Psi(v) ; \quad v = s - H_q,$$

то уравнение B_2 перейдет в уравнение L_8 главы "Двойственность описания". Но мы этот шаг предпринимать не будем, а будем исходить из предположения, что B_2 есть расширение уравнения L_8 .

Перейдем к анализу уравнения B_2 . Если потенциал импульса задать градиентом

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\mathfrak{x}}{\mathbf{q}} ; \quad \frac{\mathfrak{x}}{\mathbf{q}} = \text{col} \left\{ \frac{\mathfrak{x}_1}{q_1} ; \frac{\mathfrak{x}_2}{q_2} \right\} ,$$

то из уравнения B_2 следует уравнение

$$B_3 : \quad \lambda_1 \mathfrak{x}_1 + \lambda_2 \mathfrak{x}_2 = -\Theta.$$

Теперь, задавая элементы диагональной матрицы плотности импульса следующим образом

$$B_4 : \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= \varphi_1 + \alpha_1 w, \quad \lambda_2 = \varphi_2 + \alpha_2 w, \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= 1 ; \quad \varphi_1 + \varphi_2 = 0, \end{aligned}$$

из уравнения B_3 имеем

$$B_5 : \quad \varphi_1(\mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}_2) + \alpha_2(\mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}_2)w + \mathfrak{x}_2 w = -\Theta.$$

Если $\mathfrak{x}_1 \neq \mathfrak{x}_2$, то без ограничения общности в уравнении B_5 можно принять $\varphi_1 = 0$. Но с функцией φ_1 , имеющий смысл калибровочного члена, прежде всего, связывается возникновение и существование хаотических колебаний. Ситуация резко меняется в особом случае

$$\mathfrak{x}_1 = \mathfrak{x}_2 = \mathfrak{x}.$$

В этом случае $\mathfrak{x}_1 \neq 0$ и в уравнении B_5 может принять произвольные значения. Но случай $\mathfrak{x}_1 = \mathfrak{x}_2$ соответствует существованию в сплошной среде внутренней симметрии, задаваемый энтропийной группой G .

Таким образом, в случае существования симметрии над группой G в двумерной задаче могут возникать и функционировать калибровочные структуры, определяемые функцией φ . В свою очередь, функция φ порождает хаос; и мы здесь снова приходим к фундаментальному заключению о том, что хаос существует в организованной среде, обладающей внутренней симметрией.

Этот вывод создает основу для выбора метода исследования; калибровочный хаос необходимо изучать методом энтропийной группы G .

II. В случае $\varkappa_1 = \varkappa_2 = \varkappa$ из уравнения B_5 получается частный случай общего уравнения L_8 главы XII

$$\varkappa w = -\Theta ; \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k.$$

В свою очередь, вспоминая, что $w = \sigma_1$, поток $\dot{\mathbf{q}}$ будет описываться уравнениями

$$B_6 : \quad \dot{q}_1 = -\frac{\alpha_1}{\varkappa} \Theta q_1,$$

$$\dot{q}_2 = -\frac{\alpha_2}{\varkappa} \Theta q_2.$$

Теперь, в соответствии с леммой двумерной калибровочной структуры будем предполагать существование на конгруэнции \mathfrak{E}_k гиперболической калибровочной структуры

$$B_7 : \quad q_1 q_2 = \beta.$$

Рассмотрим частный случай, описываемый потенциалом ускорений

$$\Theta = \frac{a_1}{q_1} + \frac{a_2}{q_2}.$$

Для принятого потенциала ускорений система уравнений B_6 будет

$$\dot{q}_1 = -\frac{a_1 \alpha_1}{\varkappa} - \frac{a_2 \alpha_2}{\varkappa} \frac{q_1}{q_2},$$

$$\dot{q}_2 = -\frac{a_2 \alpha_2}{\varkappa} - \frac{a_1 \alpha_1}{\varkappa} \frac{q_2}{q_1}.$$

Присоединяя к этой системе уравнение гиперболической структуры мы приходим к трем уравнениям

$$B_8 : \quad \dot{q}_1 = \tilde{a}_1 - \tilde{a}_2 q_1^2,$$

$$\begin{aligned}\dot{q}_2 &= \tilde{b}_1 - \tilde{b}_2 q_2^2, \\ q_1 q_2 &= \beta, \\ \tilde{a}_1 &= -\frac{a_1 \alpha_1}{\alpha} ; \tilde{a}_2 = \frac{a_2 \alpha_1}{\alpha \beta} ; \tilde{b}_1 = -\frac{a_2 \alpha_2}{\alpha} ; \tilde{b}_2 = \frac{a_1 \alpha_2}{\alpha \beta}.\end{aligned}$$

Полагая

$$q_1 = s_1 \frac{\dot{u}_1}{u_1} ; q_2 = s_2 \frac{\dot{u}_2}{u_2},$$

два уравнения Риккати, входящих в B_8 , преобразуются в уравнения

$$\begin{aligned}\ddot{u}_1 &= \omega_1 u_1, \quad \ddot{u}_2 = \omega_2 u_2, \\ \omega_1 &= \frac{\tilde{a}_1}{s_1} ; \omega_2 = \frac{\tilde{b}_1}{s_2} ; s_1 = \frac{1}{\tilde{a}_2} ; s_2 = \frac{1}{\tilde{b}_2}.\end{aligned}$$

В калибровочной структуре будут существовать хаотические незатухающие колебания, если

$$\operatorname{Im} \omega_1 = \operatorname{Im} \omega_2 = 0; \{ \operatorname{Re} \omega_1, \operatorname{Re} \omega_2 \} < 0.$$

Далее, из уравнения B_7 получаем

$$\frac{\dot{u}_1}{u_1} \frac{\dot{u}_2}{u_2} = \tilde{\beta} ; \tilde{\beta} = \frac{\beta}{s_1 s_2}.$$

Отсюда следует условие калибровочного хаоса

$$\omega_1 = \omega_2.$$

Это условие дает связь коэффициентов

$$a_1 = a_2.$$

Эти значения коэффициентов наделяют потенциал ускорения известным свойством — циклической симметрией.

В изучаемом частном случае условие циклической симметрии определяет изотропное конфигурационное пространство.

Дам полезное разъяснение.

Хаос, сопровождающий существование на энтропийном многообразии двумерного конфигурационного пространства гиперболической калибровочной структуры, я и буду называть калибровочным хаосом.

Таким образом, из приведенного выше анализа следует, что в изотропном конфигурационном пространстве может существовать гиперболическая калибровочная структура и крупномасштабный калибровочный хаос.

III. Изученный выше калибровочный хаос допускает интересную гидродинамическую интерпретацию. Вследствие неоднородности потока в нем возникают на конкретной линии тока два плоских диполя одинаковой интенсивности; эти диполи формируют потенциал ускорений, создающий калибровочный хаос (хаотические незатухающие колебания).

Возникновение диполей означает потерю сплошности потока, что и приводит к заключению о том, что причиной хаоса в изучаемом случае является потеря сплошности.

§ 3. Фрагмент теории энтропийной группы

Для развития эффективной теории и математической техники нам необходимо дальнейшее развитие теории энтропийной группы. Здесь мы рассмотрим более подробно вопрос о реализации тождественности уравнений потенциала ускорений и структурной энтропии на топологической энтропийной группе G .

Исходные математические конструкции в этой задаче следующие:

$$\Psi \subset G, \quad \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad q \in \mathfrak{A}_k; \quad \sigma_1 = w,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta, \quad \Psi = -\mathfrak{A}v; \quad v = s - u; \quad u = H_q,$$

$$H_q = \ln V_q; \quad V_q = \Pi q, \quad w \frac{\partial \Psi}{\partial v} = \Theta.$$

Для

$$\Psi = -\mathfrak{A}v; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial v} = -\mathfrak{A}$$

и из уравнения группы G получаем известное уравнение

$$\mathfrak{A}w = -\Theta.$$

Теперь уравнение структурной энтропии будет

$$D_1: \quad \frac{dH_q}{dz} = \frac{\Theta}{\mathfrak{A}}.$$

В свою очередь

$$\frac{d\Psi}{dz} = \mathfrak{A} \frac{dH_q}{dz} - \mathfrak{A} \frac{ds}{dz},$$

но в силу уравнения энтропийного внутреннего времени

$$\frac{ds}{dz} = w,$$

и теперь

$$\frac{d\Psi}{dz} = \varkappa \left(\frac{dH_q}{dz} - w \right).$$

По уравнению структурной энтропии

$$\frac{dH_q}{dz} - w = 0$$

и мы снова приходим к уравнению группы G

$$\frac{d\Psi}{dz} = 0$$

Таким образом, мы снова приходим к выводу: в случае существования энтропийного времени и потенциала импульса поток на конгруэнции \mathcal{E}_k обладает внутренней симметрией над топологической группой G .

Теперь, следуя дальше, получаем уравнение

$$\forall \Psi = -\varkappa v ; \angle_{\xi} \Psi = \varkappa \frac{dH_q}{dz},$$

$$D_2 : \quad \angle_{\xi} \Psi = -\Theta.$$

Поскольку

$$\frac{d\Psi}{dz} = \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \angle_{\xi} \Psi,$$

то $\forall \Psi \in G$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\angle_{\xi} \Psi.$$

Определяя производную Ли уравнением D_2 мы восстанавливаем уравнение потенциала ускорений.

Основной результат настоящего фрагмента теории энтропийной группы имеет вид

$$\varkappa \frac{dH_q}{dz} = -\Theta \rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \forall \Psi \in G.$$

Проще говоря, на энтропийной группе уравнение потенциала ускорений и уравнение структурной энтропии сливаются в одно уравнение. Обратное утверждение здесь не справедливо; нельзя говорить о том, что все его решения принадлежат группе G .

Для наших текущих и будущих целей важен другой факт: связь энтропийного внутреннего времени (либо организованности сплошной среды) с группой G .

Уже известные нам факты показывают, что между этими сущностями существует тесная связь и энтропийная группа является неотъемлемым элементом теории ЭПС и самоорганизации.

На эмоциональной ноте можно сказать, что если искать где-то самоорганизацию, то это нужно делать на энтропийной группе.

Топологическая группа G выполняет роль своеобразного ключа к тайнам самоорганизации; в противном случае нас ждут большие и труднопреодолимые математические трудности. Стратегический обход этих математических трудностей я сделал раньше, связав свойство организации сплошной среды с ее групповыми свойствами.

Мой исходный тезис читателю хорошо известен; *организованная сплошная среда обладает внутренней симметрией*.

§ 4. Потенциал ускорений

I. Следуя материалам главы "Двойственность описания" введем в двумерном комплексном конфигурационном пространстве многообразии

$$\Omega_q^+ = \{q \mid |q_j| > \alpha\epsilon; j = 1, 2; \alpha > 0\}.$$

На этом многообразии определен потенциал ускорений

$$I_0: \quad \Theta_+ \quad \forall q \in \Omega_q^+.$$

Теперь наделим потенциал ускорений функциональным свойством

$$I_1: \quad \Theta_+ \in C^\omega(\Omega_q^+).$$

Напомню, что символом $C^\omega(\Omega_q^+)$ я обозначил множество аналитических функций, единственной особенностью которых в точках $q_j = 0$ является полюс.

В области аналитичности

$$D_{q_2}^+ = \{q_2 \mid |q_2| > \alpha\epsilon\}$$

в разложении потенциала ускорений в ряд Лорана будет содержаться только главная часть

$$И_2 : \quad \Theta_+ = \sum_{n=1}^k \frac{a_n}{q_2^n}.$$

Если в сплошной среде, определяемой потенциалом ускорений, существует калибровочная гиперболическая структура, то, исключая координату q_2 по правилу

$$q_2 = \frac{\beta}{q_1}$$

мы ряд Лорана $И_2$ преобразуем в другой ряд, существующий в области

$$D_{q_1}^+ = \{q_1 \mid |q_1| < \frac{\alpha_1}{\varepsilon}\}$$

$$И_3 : \quad \Theta_+ = \sum_{n=1}^k \bar{a}_n q_1^n ; \quad \bar{a}_n = \frac{a_n}{\beta^n}.$$

Таким образом, на одномерном многообразии существования калибровочной структуры при переходе от координаты q_2 к координате q_1 в разложении потенциала ускорений главная часть Лорана преобразуется в правильную часть.

Символьная формулировка этого преобразования имеет вид

$$И_4 : \quad \Theta_+ \in C^\omega(D_{q_2}^+) \rightarrow \Theta_+ \in C^\omega(D_{q_2}^-).$$

Этот фундаментальный результат имеет важное принципиальное значение в теории калибровочного хаоса.

По сути, преобразование $И_4$ генерирует преобразование

$$И_5 : \quad q_2 \rightarrow q_1, \\ \Theta_+ \in C^\omega(\Omega_{q_2}^+) \rightarrow \Theta_+ \in C^\omega(\hat{D}_{q_1}).$$

Здесь \hat{D}_{q_1} кольцо аналитичности

$$И_6 : \quad \hat{D}_{q_1} = \{q_1 \mid \alpha\varepsilon < |q_1| < \frac{\alpha_1}{\varepsilon}\}.$$

Семантика этого акта следующая.

На конгруэнции \mathcal{E}_k , имеющей смысл двумерного многообразия конфигурационного пространства, калибровочная гиперболическая структура организовывает расслоение, каждый слой которого имеет структуру одномерного многообразия. На расслоении, в случае потенциала ускорений I_1 , возникает кольцо аналитичности I_6 ; в кольце \hat{D}_{q_1} разложение потенциала ускорений уже содержит правильную и главную части. При этом, возникновение правильной части обязано координате q_2 . Получается, что в калибровочной структуре координата q_2 влияет на координату q_1 через правильную часть потенциала ускорений $\Theta_+ \in C^\omega(\hat{D}_{q_1})$.

II. Материалы первого пункта дают рецепт задания потенциала ускорений на одномерном гиперболическом многообразии.

Воспользуемся этим рецептом для изучения двух характерных задач.

В качестве первой задачи рассмотрим задачу о движении калибровочной структуры на Гильбертовом поле в отсутствие диффузии.

Определим состояние сплошной среды потенциалом ускорений

$$\Theta = \frac{a_1}{q_1} + a_0 + a_1 q_1.$$

Для этого потенциала ускорений первое уравнение системы B_6 будет

И₇ :

$$\dot{q} = b_0 b_1 q + b_2 q^2$$

$$b_0 = -\frac{\alpha_1}{\varkappa} a_1 ; b_1 = -\frac{\alpha_1}{\varkappa} a_1 ; b_2 = -\frac{\alpha_1}{\varkappa} a_1.$$

Здесь я для простоты первую обобщенную координату обозначил символом q .

В задаче четко выделяются два случая:

1. $b_2 = 0$

$$\dot{q} = b_0 + b_1 q.$$

В этом случае отсутствует влияние второй степени свободы, поскольку $a_1 = 0$ и уравнение описывает несвязанный линейный осциллятор.

2. $b_2 \neq 0$

Принимая

$$b_0 + b_1 q + b_2 q^2 = b_2 y^2 + d_0, \quad y = q + c_0,$$

$$c_0 = \frac{b_1}{2} ; d_0 = b_0 - \frac{b_1^2}{4},$$

уравнение И₇ переходит в простейшее уравнение Риккати

$$И_8 : \quad \dot{y} = b_2 y^2 + d_0.$$

В этом уравнении Риккати могут существовать хаотические колебания; условия их существования подробно описаны в §2.

Здесь существует интересная деталь: во втором случае возникновение хаоса обязано связанности, доставляемой гиперболической калибровочной структурой.

Второй факт: в случае отсутствия диффузии на Гильбертовом поле хаотические колебания описывает уравнение Риккати.

III. Случай диффузии описывает потенциал ускорений

$$\Theta = \frac{a_{-2}}{q_1^2} + a_0 + a_1 q_1^2.$$

Этот потенциал ускорений порождает дифференциальное уравнение

$$И_9 : \quad \dot{q} = \frac{b_{-1}}{q} + b_1 q + b_3 q^3.$$

В частном случае $b_{-1} = 0$ уравнение $И_9$ упрощается

$$\dot{q} = b_1 q + b_3 q^3.$$

Простейшим способом можно перейти от этого уравнения к уравнению второго порядка

$$\ddot{q} = b_1^2 q + 3b_1 b_3 q^3 + 3b_3^2 q^5.$$

В области

$$|b_3^2 q^5| \ll \{|b_1 b_3 q^3| ; |b_1^2 q|\}$$

будет справедливо приближенное уравнение

$$\ddot{q} = b_1^2 q + 3b_1 b_3 q^3.$$

Это известное уравнение Дюффинга; условия реализации хаотических движений, описываемых уравнением Дюффинга, подробно изучены в главе "Странный аттрактор Лоренца". Частный случай $b_1 = 0$ соответствует частичной компенсации; компенсации диффузии, создаваемой первой обобщенной координатой. Отсюда мы приходим к первому выводу: в диффузионной среде при частичной компенсации может существовать калибровочный хаос, при определенных условиях описываемый уравнением Дюффинга.

Если ввести новую переменную x по правилу $q^2 = x + v_0$, то уравнение И₉ перейдет в уравнение Риккати

$$И_{10}: \quad \frac{dx}{dz} = D_0 + D_1 x^2,$$

$$v_0 = -\frac{b_1}{2b_3}; \quad D_0 = 2b_{-1} + 2b_1 v_0 + 2b_3 v_0^2, \quad D_1 = 2b_1 + 4b_3 v_0.$$

Как известно, при некоторых значениях параметров $\{D_0, D_1\}$ существует нелинейные хаотические колебания, описываемые уравнением Риккати И₁₀. Эти нелинейные хаотические колебания и представляют калибровочный хаос.

IV. Основной вывод, следующий из результатов исследования двух характерных задач следующий.

В обоих случаях задания потенциала ускорений существует хаос, но хаос этот различен, так что следует говорить о двух видах хаоса.

Эти типы следующие:

1. Диффузионный хаос.
2. Инерциальный хаос.

Глубинные различия этих видов хаоса нам хорошо известны. Диффузионный хаос существует на особом Гильбертовом (либо диффузионном) поле, а инерциальный — на Гильбертовом поле.

§ 5. Диффузионный хаос

I. Подробно изучим калибровочный хаос на энтропийном многообразии -диффузионном поле.

На диффузионном поле уравнение потенциала ускорений имеет известный вид

$$L_0: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta; \quad \Theta = -\mathcal{L}_\xi \Psi - \Pi; \quad q \in D_s.$$

Будем теперь постулировать существование на диффузионном поле гиперболической калибровочной структуры, описываемой уравнением гиперболичности

$$q_1 q_2 = \beta.$$

Внесем также предположение о том, что потенциал импульса зависит только от обобщенной координаты $\{q_1, q_2\}$

$$\Psi = \Psi(q_1, q_2); \quad q \in D_s.$$

В этом случае

$$\Psi = \Psi(q_1, q_2) \rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 ; \mathbf{q} \in D_s$$

и мы приходим к важному следствию

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \rightarrow \Theta = 0 ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Этот результат и определяет уравнение калибровочного хаоса на диффузионном поле

$$L_1 : \quad \mathcal{L}_\xi \Psi = -\Pi.$$

На конгруэнции \mathfrak{D}_k , входящей в состав диффузионного поля поток $\dot{\mathbf{q}}$ будет

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \alpha_1 \sigma_1 q_1 ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k \\ \dot{q}_2 &= \alpha_2 \sigma_1 q_2 ; \alpha_1 + \alpha_2 = 1. \end{aligned}$$

Теперь будем искать решение в стандартном виде

$$L_2 : \quad \Psi = H_q ; H_q = \ln V_q ; V_q = q_1 q_2.$$

В этом случае

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} = \frac{1}{\mathbf{q}} ; \frac{1}{\mathbf{q}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_1} \\ \frac{1}{q_1} \end{array} \right\|$$

и производная Ли будет

$$L_3 : \quad \mathcal{L}_\xi \Psi = \sigma_1.$$

Отсюда с учетом L_1 получаем уравнение

$$L_4 : \quad \sigma_1 = -\Pi.$$

Теперь уравнения потока примут вид

$$L_5 : \quad \dot{q}_1 = -\alpha_1 \Pi q_1 ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k,$$

$$\dot{q}_2 = -\alpha_2 \Pi q_2.$$

На диффузионном поле функцию Π можно задать в виде

$$\Pi = \gamma \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q_2^2} \right).$$

Для потенциала импульса

$$\Psi = H_q; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q_1^2} = -\frac{1}{q_1^2}; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial q_2^2} = -\frac{1}{q_2^2}$$

и имеем

$$\Pi = -\gamma \left(\frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} \right).$$

На одномерном гиперболическом многообразии эта функция будет

$$L_6: \quad \Pi = -\gamma \left(\frac{1}{q_1^2} + \frac{q_1^2}{\beta^2} \right).$$

Это значение приводит к уравнению потока на одномерном гиперболическом многообразии

$$L_7: \quad \dot{q}_1 = \alpha_1 \gamma \left(\frac{1}{q_1} + \frac{q_1^3}{\beta^2} \right).$$

Для новой зависимой переменной $x = q_1^2$ это уравнение примет вид уравнения Риккати

$$L_8: \quad \frac{dx}{dz} = D_0 + D_1 x^2, \quad D_0 = 2\alpha_1 \gamma; \quad D_1 = \frac{2\alpha_1 \gamma}{\beta^2}.$$

Уравнение L_8 по виду совпадает с уравнением I_{10} предыдущего параграфа и, следовательно, здесь будут справедливы все выводы, сделанные на основе уравнения I_{10} .

Главный вывод: на диффузионном поле в случае существования гиперболической калибровочной структуры для ряда значений коэффициентов $\{D_0, D_1\}$ существует специфический вид калибровочного хаоса — диффузионный хаос.

Этот диффузионный хаос характеризуется условием $\Theta = 0$.

На конгруэнции \mathcal{E}_k потенциал ускорений равен нулю в случае полной компенсации, что и приводит к другому важному выводу: необходимым условием существования диффузионного хаоса является компенсация. Но одновременно с компенсацией на

диффузионном поле существует и гиперболическая калибровочная структура.

Этот факт приводит к существованию ранее прогнозируемой тесной связи трех сущностей: компенсации, гиперболической структуры, диффузионного хаоса.

Необходимо также отметить важную деталь: *диффузионный хаос не всегда сопровождает существование гиперболической структуры.*

Существуют значения параметров $\{D_0, D_1\}$ для которых при наличии гиперболической калибровочной структуры диффузионный хаос не существует. Это явление определяет еще одно характерное свойство калибровочного хаоса — *перемежаемость*.

II. Интересно сравнить построенное выше описание диффузионного хаоса с групповым описанием §2.

В случае группового решения вместо уравнений L_5 оказываются справедливыми уравнения B_6 .

$$L_9: \quad \begin{aligned} \dot{q}_1 &= -\tilde{\alpha}_1 \Theta q_1, \\ \dot{q}_2 &= -\tilde{\alpha}_2 \Theta q_2. \end{aligned}$$

Отличие этих уравнений от уравнений L_5 определяется отличием энтропийных многообразий; уравнения L_9 справедливы на Гильбертовом поле, тогда как уравнения L_5 — на диффузионном поле.

Если на Гильбертовом поле потенциал ускорений задать в стандартном виде

$$\Theta = -\frac{m}{2} \sum_{j=1}^2 p_j^2 - \Pi,$$

то при $m \rightarrow 0$ $\Theta = -\Pi$ и мы приходим к тождественности уравнений L_5 и L_9 .

Первый член в потенциале ускорений Гильбертова поля учитывает инерцию и условие $m = 0$ определяет безинерционную среду.

Отсюда получаем, что диффузионное описание калибровочного хаоса совпадает с групповым описанием, в котором отсутствует инерционный член.

Полезно обратить внимание на то, что двум описаниям соответствуют два уравнения для комплексной скорости

$$\begin{aligned} \mathfrak{x}w &= \Pi; \quad \mathfrak{q} \in D_s, \\ \Psi &\subset G; \quad \mathfrak{x}w = -\Theta; \quad \mathfrak{q} \in \Gamma. \end{aligned}$$

При этом уравнение группового описания имеет более общий смысл.

§ 6. Включение гамильтониана

Более детально изучим введенный в главе "Диффузия" механизм участия гамильтониана в теории диффузии.

Следуя разработанной теории диффузии поток на диффузионном поле примем в виде

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{s}{2} \mathbf{p} + \mathbf{A}$$

$$\mathbf{p} = \text{grad} \Psi ; \mathbf{A} = \left\| \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \end{matrix} \right\| ; \text{div} \mathbf{A} = 0.$$

Далее, в потенциале ускорений

$$\Theta = -\mathcal{L}_\xi \Psi - \Pi$$

функцию Π примем в виде

$$\Pi \triangleq -\frac{s}{2} \Delta \Psi + \tilde{\Pi} ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Для принятых потока $\dot{\mathbf{q}}$ и функции Π уравнение потенциала ускорений будет

$$K_0 : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\frac{s}{2} \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial q_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial q_2} \right)^2 \right] + \frac{s}{2} \Delta \Psi - \\ \left(A_1 \frac{\partial \Psi}{\partial q_1} + A_2 \frac{\partial \Psi}{\partial q_2} \right) - \tilde{\Pi} ; \mathbf{q} \in D_s$$

В состоянии компенсации потенциал импульса удовлетворяет уравнению компенсации

$$K_1 : \quad \Delta \Psi = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial q_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial q_2} \right)^2.$$

Будем искать решение уравнения компенсации, удовлетворяющее условию

$$p_j^2 - \frac{\partial p_j}{\partial q_j} = 0 ; j = 1, 2 ; \mathbf{p} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}}.$$

Этому условию удовлетворяет решение

$$\mathbf{p} \mathbf{q} = -1 ; \mathbf{p} \mathbf{q} = \left\| \begin{matrix} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \end{matrix} \right\|.$$

Отсюда следует вывод, что в состоянии компенсации потенциал импульса имеет вид

$$\Psi = -H_q ; H_q = \ln V_q ; V_q = q_1 q_2.$$

Для произвольного состояния примем для потенциала импульса представление

$$K_3 : \quad \Psi = -H_q + \Psi_0 ; \Psi_0 = \Psi_0(z).$$

В этом случае уравнение K_0 перейдет в уравнение

$$K_4 : \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial z} = \frac{A_1}{q_1} + \frac{A_2}{q_2} - \tilde{\Pi} ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Формально вводя обозначение

$$K_5 : \quad H = -\frac{A_1}{q_1} - \frac{A_2}{q_2} + \tilde{\Pi},$$

уравнению K_4 придадим вид

$$K_6 : \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial z} = -H.$$

Для придания новой переменной H и уравнению K_6 смысл гамильтониана и уравнения Гамильтона-Якоби необходимо ввести новые переменные $\{\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}\}$.

Теперь нам следует постулировать свойства

$$K_7 : \quad \Psi_0 = \Psi_0(\hat{\mathbf{q}}, z); H = H(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}, z)$$

$$A = \frac{\partial H}{\partial \hat{\mathbf{p}}} ; \frac{\partial H}{\partial \hat{\mathbf{p}}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial H}{\partial \hat{p}_1} \\ \frac{\partial H}{\partial \hat{p}_2} \end{array} \right\| ; \hat{\mathbf{p}} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial \hat{\mathbf{q}}} ; \frac{\partial \Psi_0}{\partial \hat{\mathbf{q}}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi_0}{\partial \hat{q}_1} \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial \hat{q}_2} \end{array} \right\|.$$

В этом случае уравнение K_6 будет уравнением Гамильтона-Якоби, а уравнение потока

$$K_8 : \quad \dot{\mathbf{q}} = -\frac{s}{2\mathbf{q}} + \frac{\partial H}{\partial \hat{\mathbf{p}}} ; \mathbf{q} \in D_s.$$

Смысл этого уравнения будет более ясен, если привести первое уравнение канонической системы в новом фазовом пространстве

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} ; \{\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}\} \in \hat{\Omega}.$$

Ясно, что уравнение K_8 допускает эквивалентную формулировку

$$K_9 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \dot{\hat{\mathbf{q}}} - \frac{\mathbf{s}}{2\mathbf{q}}.$$

В этой задаче наиболее интересным является представление потенциала импульса в виде суммы потенциалов двух частных задач; потенциала компенсации и главной функции Гамильтона. Главная функция Гамильтона описывает движение структуры и мы снова воспроизводим известный сценарий: структура возникает в состоянии компенсации.

Дополнительно отмечу, что в уравнении K_9 выделяются два состояния:

1. Состояние окрестности ядра ЭПС.
2. Состояние Гильбертова поля.

Если

$$\frac{1}{2} \left| \frac{\mathbf{s}}{q_j} \right| \gg |\dot{\hat{q}}_j| ; j = 1, 2 ,$$

то уравнение K_9 будет

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{\mathbf{s}}{2\mathbf{q}}.$$

Этот поток описывает окрестность ядра ЭПС в случае компенсации.

В другом случае

$$\frac{1}{2} \left| \frac{\mathbf{s}}{q_j} \right| \ll |\dot{\hat{q}}_j| ; j = 1, 2 ,$$

поток будет

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\hat{\mathbf{q}}} ; \dot{\hat{\mathbf{q}}} = \frac{\partial H}{\partial \hat{\mathbf{p}}}.$$

В этом варианте воспроизводится уравнение характеристики Гильбертова поля.

Полезно напомнить читателю, что описанный механизм включения гамильтониана приводит к удвоению размерности фазового пространства.

§ 7. Диссипативная среда

I. Как известно, одним из вариантов энтропийного многообразия диссипативной среды является многообразие потенциала ускорений. Принимая этот вариант, будем изучать калибровочный хаос в диссипативной среде на многообразии потенциала ускорений. В соответствии с материалами главы "Двойственность описания" состояние организованной среды, обладающей инвариантностью над энтропийной группой G , описывает задача

$$\Gamma_0: \quad \mathbf{p} \in G; \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \Pi, \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2\},$$

$$\angle_{\xi} \mathbf{q} = -\text{grad} \Theta, \quad \text{grad} \Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial q_2} \end{array} \right\|,$$

В этой задаче глобальная симметрия $H_f = \text{const}$ поддерживается условием гиперболичности

$$\Gamma_1: \quad \mathbf{p} \mathbf{q} = \varkappa; \quad \mathbf{p} \mathbf{q} = \left\| \begin{array}{c} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \end{array} \right\|.$$

Из условия гиперболичности вытекает

$$\Gamma_2: \quad p_1 = \frac{\varkappa}{q_1}; \quad p_2 = \frac{\varkappa}{q_2}.$$

Для импульса, определяемого формулами Γ_2 производная Ли будет

$$\angle_{\xi} \mathbf{p} = \left\| \begin{array}{c} -\frac{\lambda_1 \varkappa}{q_1} \\ -\frac{\lambda_2 \varkappa}{q_2} \end{array} \right\|.$$

Обращаясь к другой записи дифференциальных уравнений потока на конгруэнции \mathcal{D}_k

$$\Gamma_3: \quad \dot{q}_1 = \alpha_1 \sigma_1 q_1; \quad \{q_1, q_2\} \in \mathcal{D}_k \\ \dot{q}_2 = \alpha_2 \sigma_1 q_2$$

устанавливаем уравнения

$$\alpha_1 \sigma_1 = \frac{q_1}{\varkappa} \frac{\partial}{\partial q_1} \Theta; \quad \alpha_2 \sigma_1 = \frac{q_2}{\varkappa} \frac{\partial}{\partial q_2} \Theta,$$

отсюда следует

$$q_1 \frac{\partial}{\partial q_1} \Theta = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} q_2 \frac{\partial}{\partial q_2} \Theta.$$

В наиболее интересном случае $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = -1$ будет справедливо уравнение

$$\Gamma_4 : \left(q_1 \frac{\partial}{\partial q_1} + q_2 \frac{\partial}{\partial q_2} \right) \Theta = 0.$$

II. Один класс решений уравнения Γ_4 имеет вид

$$y = \ln \frac{q_1}{q_2} ; \Theta = \Theta(y).$$

Теперь будем предполагать существование на конгруэнции Θ_k калибровочной структуры

$$q_1 q_2 = \beta.$$

В этом случае аргумент y будет

$$y = 2x + y_0 ; x = \ln q_1.$$

Введем над полем комплексных чисел область

$$D_y^- = \left\{ y \mid |y| < \frac{\alpha}{\varepsilon} \right\}$$

и наделим потенциал ускорений свойством

$$\Theta \in C^\omega(D_y^-).$$

Пусть Лорановское разложение потенциала ускорений имеет вид

$$\Theta = \sum_{n=1}^k a_n y^n.$$

Более подробно рассмотрим случай $k = 3$; в этом частном случае

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y} = a_1 + 2a_2 y + 3a_3 y^2.$$

Следуя далее, устанавливаем, что первому уравнению системы Γ_3 можно придать другую форму

$$\frac{dy}{dz} = 2\alpha_1\sigma_1.$$

Но $\alpha_1\sigma_1 = 2\frac{\partial}{\partial y}\Theta$ и, следовательно,

$$\frac{dy}{dz} = 4\frac{\partial}{\partial y}\Theta.$$

Внося в это уравнение трехчленное Лорановское разложение, получаем дифференциальное уравнение Риккати

$$\Gamma_5: \quad \dot{y} = D_0 + D_1y + D_2y^2; \quad \dot{y} = \frac{dy}{dz}.$$

Как хорошо известно читателю, при некоторых значениях хаотических параметров $\{D_0, D_1, D_2\}$ в уравнении Риккати могут возникнуть нелинейные колебания, имеющие смысл калибровочного хаоса.

Поскольку $y = \ln \frac{q_1^2}{\beta}$, то обобщенная координата " q_1 " связана с переменной y формулой

$$\Gamma_6: \quad q_1^2 = \beta e^y.$$

В приведенных вычислениях интересным является то, что калибровочный хаос имеет разнообразие проявления; один, новый для нас, вариант дает уравнение Γ_5 и формула Γ_6 .

III. В случае потенциала ускорений

$$\Theta = b_0 \ln \frac{q_1}{q_2},$$

описывающего два плоских вихреисточника, поток будет

$$\dot{q}_1 = \tilde{b}_0 q_1; \quad \tilde{b}_0 = \frac{b_0}{\alpha},$$

$$\dot{q}_2 = -\tilde{b}_0 q_2,$$

Здесь характерные черты течения хорошо известны:

- вихреисточник создает диссипацию,

- вихрь создает колебания (мнимую диссипацию).

Хаотические колебания возникают при задании потенциала ускорений в виде

$$\Theta = b_0 \ln \frac{q_1}{q_2} + a_1 \left(q_1 + \frac{\beta}{q_2} \right).$$

Этому потенциалу ускорений будет соответствовать уравнение Риккати

$$\Gamma_7: \quad \dot{q}_1 = D_1 q_1 + D_2 q_1^2, \\ D_1 = \frac{b_0}{\varkappa}; \quad D_2 = \frac{a_1}{\varkappa}.$$

IV. Ряд интересных результатов устанавливается для потенциала ускорений вида

$$\Gamma_8: \quad \Theta = \Theta_1 + \Theta_2; \quad \Theta_1 = \Theta_1(q_1); \quad \Theta_2 = \Theta_2(q_2).$$

Здесь дивергентный инвариант будет иметь двойственное представление

$$\sigma_1 = \begin{cases} \frac{q_1}{\alpha_1 \varkappa} \frac{\partial}{\partial q_1} \Theta_1 \\ \frac{q_2}{\alpha_2 \varkappa} \frac{\partial}{\partial q_2} \Theta_2 \end{cases}.$$

Три изученных частных случая имеют вид

1. Инерция

$$\sigma_1 = \frac{w_0}{\alpha_1 q_1}; \quad \sigma_1 = \begin{cases} \frac{w_0}{\alpha_1 q_1} \\ \frac{w_0}{\alpha_1 \beta} q_2 \end{cases} \\ \Theta_1 = -\frac{w_0 \varkappa}{q_1}; \quad \Theta_2 = \frac{w_0 \alpha_2 \varkappa}{\alpha_1 \beta} q_2.$$

2. Диссипация

$$\sigma_1 = \frac{w_0}{\alpha_1}; \quad \Theta_1 = w_0 \varkappa \ln q_1; \quad \Theta_2 = \frac{w_0 \varkappa \alpha_2}{\alpha_1} \ln q_2.$$

3. Диффузия

$$\sigma_1 = \frac{w_0}{\alpha_1 q_1^2}; \quad \Theta = -\frac{w_0 \varkappa}{2 q_1^2}; \quad \Theta = \frac{w_0 \alpha_2 \varkappa}{2 \alpha_1} q_2^2.$$

Хаос возникает в простейшем случае дивергентного инварианта вида

$$\Gamma_9 : \quad \sigma_1 = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_1} \left(\frac{w_0}{q_1} + w_1 q_1 \right) \\ -\frac{1}{\alpha_2} \left(\frac{w_0}{\beta} q_2 + \frac{w_1 \beta}{q_2} \right) \end{cases}$$

Этому дивергентному инварианту соответствует

$$\Gamma_{10} : \quad \Theta_1 = \alpha \left(-\frac{w_0}{q_1} + w_1 q_1 \right); \quad \Theta_2 = -\alpha \left(\frac{w_0}{\beta} q_2 - \frac{w_1 \beta}{q_2} \right).$$

Наделим теперь потенциал ускорений циклической симметрией. Более подробно это групповое свойство имеет вид

$$\begin{aligned} \Theta_1 &\xrightarrow{(q_1, q_2)} \Theta_2, \\ \Theta_2 &\rightarrow \Theta_1. \end{aligned}$$

В формулах Γ_{10} циклическая симметрия реализуется на одномерном гиперболическом многообразии, определяемом уравнением гиперболичности $q_1 q_2 = \beta$.

Отсюда мы приходим к интересному факту: *гиперболическая калибровочная структура поддерживает циклическую симметрию потенциала ускорений формулы Γ_{10} .*

Дивергентный инвариант Γ_9 приводит к уравнению Риккати

$$\Gamma_{11} : \quad \dot{q}_1 = w_0 + w_1 q_1^2$$

Если перейти к новой переменной "y" по правилу

$$q_1 = -w_1 \frac{\dot{y}}{y},$$

то получим известное уравнение

$$\ddot{y} = -\omega^2 y; \quad \omega^2 = \frac{w_0}{w_1}$$

Теперь мы можем легко установить необходимое условие существования калибровочного хаоса. Принимая $w_1 = \frac{w_0}{k}$, получим

$$\omega^2 = k$$

Таким образом, необходимым условием существования калибровочного хаоса будет

$$k = \text{Re} k ; \text{sign} k = 1$$

Второе условие здесь также очевидно

$$w_0 \neq 0$$

Это условие означает существование в сплошной среде инерции.

Если $w_0 = 0$, то будет реализовываться только расширение либо сжатие. Отсюда мы приходим к феноменологии хаоса, описываемого потенциалами Γ_{10} ; хаос возникает в результате инерции (переноса) и расширения (либо сжатия).

Но в этом механизме не участвует диссипация и, следовательно, дивергентный инвариант Γ_9 описывает не диссипативный хаос.

§ 8. Две среды

Выполним сопоставительный анализ двойственности описания, либо, другими словами, двух сплошных сред: диффузионной сплошной среды, диссипативной сплошной среды.

Напомню читателю дифференциальные уравнения потоков на конгруэнции, заданной над энтропийной группой G .

I. Диффузионная сплошная среда

$$\Psi \in G ; \Psi \stackrel{\Delta}{=} \varkappa(H_q - s) ; \sigma_1 = -\frac{\Theta}{\varkappa},$$

$$M_0 : \quad \dot{q}_1 = -\frac{\alpha_1}{\varkappa} \Theta q_1,$$

$$\dot{q}_2 = -\frac{\alpha_2}{\varkappa} \Theta q_2.$$

II. Диссипативная сплошная среда

$$p \in G ; \sigma_1 = \begin{cases} \frac{q_1}{\alpha_1 \varkappa} \frac{\partial \Theta}{\partial q_1} \\ \frac{q_2}{\alpha_2 \varkappa} \frac{\partial \Theta}{\partial q_2} \end{cases} ; p = \frac{\varkappa}{q},$$

$$M_1 : \quad \dot{q}_1 = \frac{q_1^2}{\varkappa} \frac{\partial \Theta}{\partial q_1},$$

$$\dot{q}_2 = \frac{q_2^2}{\varkappa} \frac{\partial \Theta}{\partial q_2}.$$

Характерным отличием потенциалов ускорений двух сред является их различные асимптотические оценки.

Если $|\alpha_1| \sim \frac{1}{O(\varepsilon)}$, то:

1. В диффузионной среде $|\Theta| \sim O(1)$.

2. В диссипативной среде $|\Theta| \sim \frac{1}{O(\varepsilon)}$.

Причина различных порядков потенциалов ускорений наиболее просто устанавливается на основе краткого анализа производной Ли диффузионной среды

$$\mathcal{L}_\xi \Psi = -\frac{\Theta}{\varkappa} \left(\alpha_1 \frac{\partial \Psi}{\partial q_1} q_1 + \alpha_2 \frac{\partial \Psi}{\partial q_2} q_2 \right).$$

Для $\Psi = \varkappa(H_q - s)$; $\frac{\partial \Psi}{\partial q_j} = \frac{\varkappa}{q_j}$ и теперь $\mathcal{L}_\xi \Psi = -\Theta(\alpha_1 + \alpha_2)$. Отсюда следует, что в случае

$$|\alpha_1| \sim \frac{1}{O(\varepsilon)}; |\alpha_1| \sim |\alpha_2|; \text{sign} \alpha_1 = -\text{sign} \alpha_2$$

происходит гашение основного калибровочного состояния.

В точном решении при $\alpha_2 = -\alpha_1$

$$\mathcal{L}_\xi \Psi = 0; \Theta = -\Pi.$$

В явном виде условие равенства нулю производной Ли будет определять закон сохранения

$$M_2: \quad q_1 \frac{\partial \Psi}{\partial q_1} = q_2 \frac{\partial \Psi}{\partial q_2}.$$

Из этого закона сохранения следует, что калибровочная структура сохраняет величину $\tilde{\Psi} = \Psi - \Psi_0$; $\Psi_0 = \Psi_0(z)$. Ясно, что при этом

$$\frac{d\Psi}{dz} = \frac{\partial \Psi}{\partial z}.$$

Получается, что наша калибровочная структура аннулирует производную Ли, но теперь потенциал ускорений диффузионной

среды будет, в некотором смысле, потенциалом возмущений. В свою очередь, возмущения отражают факт несовершенства калибровочной структуры и мы приходим к неоднократно обсуждавшемуся тезису: диффузионное описание — описание поведения несовершенной структуры.

Мне в настоящем параграфе остается добавить еще одну деталь: для идеальной калибровочной структуры при $\alpha_2 = -\alpha_1$

$$\frac{ds}{dz} = 0.$$

А это означает, что энтропийное внутреннее время в точном решении, описывающем идеальную калибровочную структуру, остановилось.

§ 9. Анализ диссипативной среды

На многообразии потенциала ускорений в точном решении при $\alpha_2 = -\alpha_1$ выполняется закон сохранения

$$N_0 : \left(q_1 \frac{\partial}{\partial q_1} + q_2 \frac{\partial}{\partial q_2} \right) \Theta = 0$$

Это уравнение потенциала ускорений, совместно с калибровочной структурой, определяемой уравнением гиперболичности $q_1 q_2 = \beta$, дает комплект потенциалов ускорений. Этот комплект формирует на многообразии потенциала ускорений подмногообразие Π_β , на котором поддерживается закон сохранения N_0 .

Потенциалы ускорений, принадлежащие подмногообразию Π_β — калибровочные потенциалы ускорений, в диффузионном описании отсутствуют. Этот факт определяет коренное отличие диссипативной и диффузионной сред.

В диссипативной среде существует калибровочный потенциал ускорений; тогда как описание диффузионной среды основано на возмущенном потенциале ускорений.

Отсюда следует важный вывод:

В калибровочном хаосе существует два вида потенциала ускорений: калибровочный потенциал ускорений, возмущенный потенциал ускорений. Это принципиально разные количества и их путать нельзя.

Существование двух видов потенциала ускорений приводит к двум видам калибровочного хаоса:

1. В диссипативной среде — опорный калибровочный хаос.
2. В диффузионной среде — возмущенный калибровочный хаос.

Опорный хаос возникает тогда, когда происходит остановка энтропийного внутреннего времени. Ясно, что это происходит при

равенстве нулю комплексной скорости. В этом случае уравнение гиперболичности выполняется точно, а обобщенные координаты $\{q_1, q_2\}$ обладают хаотическим поведением. В другом случае возмущенного калибровочного хаоса происходят флуктуации энтропийного внутреннего времени в окрестности остановленного значения; этому состоянию соответствуют флуктуации комплексной скорости вокруг нулевого значения.

Здесь хаос полностью обязан несовершенству реализации калибровочной структуры. Следуя установившейся терминологии, с определенной долей условности, опорный хаос можно назвать диссипативным хаосом, а возмущенный хаос — диффузионным хаосом.

Здесь условность относится, прежде всего, к диссипативному хаосу.

Как следует из материалов настоящей главы, на многообразии потенциала ускорений может существовать калибровочный хаос, имеющий весьма отдаленное отношение к диссипации, — так называемый инерциальный хаос. Но, опираясь на предыдущие материалы мы можем дать расширенное толкование диссипации; тогда у нас появляются аргументы в пользу включения инерциального хаоса в состав диссипативного хаоса.

В комплексном фазовом пространстве этот прием оказывается в ряде случаев удобным и полезным, особенно а проблеме интерпретации. В настоящей книге я его часто использую; например, при интерпретации вихря как мнимой диссипации. Но читателю необходимо знать об условности расширенного толкования диссипации. По сути, в ряде мест я инерцию, вихрь и диссипацию наделю одним термином "диссипация". В ряде случаев это будет достаточно грубо, поэтому необходим ясный и очевидный контекст.

Обратимся теперь к циклической симметрии.

Очевидно, что потенциал ускорений, обладающий циклической симметрией Γ_{11} на одномерном гиперболическом многообразии

$$\Theta \xrightarrow{(q_1, q_2)} \Theta,$$

поддерживает закон сохранения N_0 .

Но закон сохранения N_0 есть закон сохранения гиперболической калибровочной структуры на одномерном гиперболическом многообразии. Этот факт приводит к фундаментальному выводу.

Утверждение. *В четырехмерном комплексном фазовом пространстве на подмногообразии многообразия потенциала ускорений — одномерном гиперболическом многообразии, потенциал ускорений гиперболической калибровочной структуры обладает циклической симметрией.*

Смысл циклической симметрии здесь ясен — потенциал ускорений обладает изотропностью и однородностью на одномерном

гиперболическом многообразии, определяемом уравнением гиперболичности $q_1 q_2 = \beta$.

Теперь понятно и основное свойство калибровочной структуры: в произвольной среде не обладающей изотропностью и однородностью, калибровочная структура организует одномерные гиперболические многообразия, обладающие изотропностью и однородностью. Собственно, эти одномерные гиперболические многообразия и есть гиперболическая калибровочная структура.

В заключение я обращаю внимание читателя на то, что в диссипативной сплошной среде на многообразии потенциала ускорений может существовать и может быть описан и возмущенный калибровочный хаос.

§ 10. Заключение

1. *Обнаружение и исследование калибровочного хаоса является одной из центральных позиций теории ЭПС и хаотической механики.*
2. *Механизм возникновения калибровочного хаоса, обладая простотой и ясностью, допускает значительные обобщения.*
3. *Введение в символьную технику математических конструкций калибровочной структуры — уравнения гиперболичности и одномерного гиперболического многообразия резко упростило проблему и позволило разработать простую и эффективную теорию калибровочного хаоса.*
4. *В двумерной проблеме задача калибровочного хаоса сведена, в конечном счете, к одномерным нелинейным дифференциальным уравнениям, точные решения которых в подавляющем случае получено в явном виде. В этом смысле задача калибровочного хаоса доведена до числа.*
5. *Важным и интересным является выделение конкретных типов калибровочного хаоса. В частности, установлено, что на многообразии потенциала ускорения при обобщенном толковании термина "диссипативный хаос" существует три вида хаоса: вихревой хаос, инерциальный хаос, диссипативный хаос.*
6. *В настоящей главе диффузионный хаос, как хаос, обязанный несовершенству калибровочной структуры получил четкое концептуальное оформление и простое математическое описание.*
7. *В методологическом смысле представляет интерес следующий факт: калибровочная гиперболическая структура возникает тогда, когда в задаче вместе с малым калибровочным радиусом существует большой параметр.*

Раздел VI

Турбулентность

- Глава XV.* Гиперболическое многообразие
- Глава XVI.* Механизмы турбулентности
- Глава XVII.* Снопы
- Глава XIII.* Турбулентный поток в канале
- Глава XIX.* Трехмерный поток

Глава XV

Гиперболическое многообразие

Содержание

§1. Проблема турбулентности — краткое обсуждение	380
§2. Гиперболические калибровочные структуры.....	383
§3. Инвариантность потенциала импульса	385
§4. Законы сохранения потенциала ускорений	387
§5. Групповое решение. Условие сплошности	389
§6. Диффузионный хаос	392
§7. Сужение особого Гильбертова поля	397
§8. Возмущенный потенциал импульса	399
§9. Многообразие потенциала ускорений	404
§10. Заключение	409

§ 1. Проблема турбулентности — краткое обсуждение

I. В современном естествознании турбулентность занимает одно из ключевых мест; ее значимость обязана тому, что она представляет одну из наиболее распространенных реализацию хаоса. В классическом представлении турбулентность является хаотическим состоянием механики жидкости и газа, но в последние годы часто турбулентности дают и более расширенное толкование, вплоть до отождествления с хаосом. Истоки проблемы турбулентности опираются на классификацию течений жидкости и газа; эти течения делятся на два типа:

- ламинарные (спокойные и плавные);
- турбулентные (нерегулярные, беспорядочно пульсирующие).

Существование двух резко различных типов течений было установлено в первой половине XIX века, а возникновение теории турбулентности относится к концу XIX века (Осборн Рейнольдс).

За более чем вековой период по турбулентности были опубликованы десятки тысяч статей и десятки монографий, но у меня при оценке состояния и значимости теории турбулентности берет верх пессимизм. Основания для пессимизма и ощущения тупика есть.

В развитии теории турбулентности можно выделить два периода:

1. Первый период — от возникновения до открытия странного аттрактора.
2. Второй период — от открытия странного аттрактора до наших дней.

Несмотря на повышенное внимание и интерес исследователей, а также обилие публикаций первый период не привел к крупным фундаментальным результатам и, прежде всего, не привел к концептуальному оформлению теории турбулентности. К числу значимых результатов этого периода можно отнести только два: классификацию турбулентных течений как случайных процессов; формулировку и исследование проблемы замыкания.

Здесь надо признать, либо обнародовать и факт существования двойственного отношения к проблеме замыкания. При всей своей значимости в теории турбулентности именно проблема замыкания и порождает ощущение тупика. По сути, в первом периоде проблема замыкания и лежала в основе концепции теории турбулентности; но, с моей точки зрения, это была в большой степени ошибочная позиция.

Открытие странного аттрактора привело к крутому излому и революционным изменениям в методологии турбулентности, что и предопределило завершение первого этапа развития теории турбулентности и возникновение нового — второго этапа. Эффективность второго этапа резко увеличилась за счет формирования концепции хаоса и возникновения синергетики. У нас возникли радужные надежды и ощущения больших побед в теории турбулентности. Но время идет, десятилетия сменяют друг друга, а теории турбулентности как не было так и нет. Можно сказать и более конкретно: в настоящее время даже отсутствует концептуальное оформление турбулентности. Суть дела в том, что странный аттрактор инициировал революционные изменения в методологии хаоса; многие исследователи начали активно и в большом количестве обсуждать, изучать и формировать новую методологию. В результате раздел методологии вырос и растянулся во времени; нужно было уже несколько десятилетий назад оформить аксиоматическое определение теории, но этого не произошло. Здесь надо иметь в виду и то, что странный аттрактор всего лишь один фрагмент феноменологии хаоса и только. На странном аттракторе создать эффективную и достаточно общую аксиоматику турбулентности нельзя.

Второй вопрос — конструктивность. Нам нужна теория турбулентности, обладающая эффективными инструментальными средствами, поддерживающими символичный вывод многочисленных конкретных задач и проблем турбулентности.

Но мы, по-видимому, еще не знаем не одного турбулентного решения полных уравнений Навье-Стокса.

II. Для настоящей монографии важное значение имеет взаимодействие теории экстремального пограничного слоя с турбулентностью. Исходным здесь является следующий тезис: "Турбулентность возникает в экстремальном пограничном слое".

Этот тезис и определяет новую методологию турбулентности. В соответствие с этой методологией в основе механизма турбулентности лежат события, происходящие в ЭПС, и проблеме турбулентности следует решать методами теории ЭПС. Упрощенно положение дел выглядит следующим образом "вначале теория ЭПС, затем теория турбулентности". Здесь существует и другой, более предпочтительный вариант: теория турбулентности является частью теории ЭПС. Но, поскольку теория ЭПС в некотором смысле адекватна хаотической механике, то теория турбулентности будет частью хаотической механики.

Это исходное положение энтропийной методологии турбулентности в большей мере противоположно методологии замыкания. Здесь необходимо вспомнить, что ряд авторов вкладывают в турбулентность более широкий смысл, полагая, что термин "турбулентность" является синонимом термина "хаос". Я избегаю подобного толкования и придерживаюсь следующего содержательного определения этого термина "турбулентность — это хаотическое состояние механики жидкости и газа".

В этой интерпретации турбулентность не адекватна хаотической механике, но является ее важной, неотъемлемой, обязательной частью. По-другому выглядит ситуация для читателя, имеющего повышенный интерес к проблеме турбулентности. Возникают большие, непреодолимые трудности при попытке изучения нашей теории турбулентности только на основе материалов настоящего раздела. К теории раздела "Турбулентность" я последовательно шел, начиная с первых страниц настоящей книги; эта теория основана, практически, на всех значимых результатах хаотической механики. И для ее понимания необходимо изучение всей хаотической механики - предмета настоящей книги.

Необходимо кратко остановиться на связи турбулентности с самоорганизацией.

В подавляющем большинстве работ по теории турбулентности, особенно первого этапа, этот вопрос не обсуждается; тогда как в настоящей книге проблема самоорганизации занимает центральное место. Но, как известно, в синергетике и нашей теории энтропии хаос и самоорганизация тесно связаны.

Подобная тесная связь также существует между турбулентностью и самоорганизацией; этот факт является характерным для теории настоящего раздела.

§ 2. Гиперболические калибровочные структуры

Настоящая глава тесно примыкает к главе "Калибровочный хаос"; ее отличительной чертой является то, что здесь я изучаю вопрос о существовании и строении гиперболических калибровочных структур в трехмерном комплексном конфигурационном пространстве. Переход от двумерного комплексного конфигурационного пространства к трехмерному приводит к значительным обобщению, усложнению, так, что в этом случае проблема калибровочного хаоса естественным образом выделяется в самостоятельную проблему. Именно проблему гиперболических калибровочных структур и калибровочного хаоса в трехмерном конфигурационном пространстве я выделил и изучил в настоящем разделе, придав ему название "Турбулентность". В этой проблеме первым вопросом является существование и строение калибровочных структур; именно этому вопросу и посвящен настоящий параграф. Следуя установившейся логике энтропийного анализа, введем в шестимерном комплексном фазовом пространстве энтропийные многообразия.

$$A_1: \quad \mathcal{Q} = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathcal{Q} \subset \Omega, \mathcal{Q} = \mathcal{Q}_q \times \mathcal{Q}_p\},$$

$$\mathcal{Q}_q = \{\mathbf{q} \mid \mathcal{Q}_q \subset \Omega_q\}; \mathcal{Q}_p = \{\mathbf{p} \mid \mathcal{Q}_p \subset \Omega_p\},$$

$$\Omega_q \subset \mathbb{C}^3; \Omega_p \subset \mathbb{C}_3.$$

Здесь

\mathbb{C}^3 — трехмерное комплексное евклидово пространство,

\mathbb{C}_3 — сопряженное трехмерное комплексное евклидово пространство.

Теперь выделим в составе энтропийного многообразия конфигурационного пространства конгруэнцию $\mathcal{Q}_k \subset \mathcal{Q}_q$ и определим на конгруэнции поток

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_k,$$

$$A_2: \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}; \sum_{j=1}^3 \lambda_j = \sigma_1.$$

Вопрос о существовании и строении гиперболических калибровочных структур в трехмерном конфигурационном пространстве решает следующая теорема.

Теорема гиперболических калибровочных структур. Если на конгруэнции \mathcal{E}_k энтропийного многообразия трехмерного комплексного пространства.

$$\mathcal{E}_q = \{q \mid \mathcal{E}_q \subset \Omega_q\}$$

существует поток

$$\dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \mathcal{E}_k; \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}; \quad \sum_{j=1}^3 \lambda_j = \sigma_1,$$

то на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q могут существовать гиперболические калибровочные структуры:

1. при $\sigma_1 = 0$

$$\Pi q = \beta; \quad \Pi q = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3; \quad \beta = \text{const}$$

2. при $\sigma_1 \neq 0$

$$q_k q_s = \text{const}; \quad \lambda_s = -\lambda_k; \quad k \neq s.$$

Доказательство.

Для потока

$$\dot{q} = \Lambda q; \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$$

структурная энтропия определяется известными уравнениями

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad H_q = \ln \Pi q.$$

Если дивергентный инвариант равен нулю ($\sigma_1 = 0$), то в соответствии с первым уравнением структурная энтропия принимает постоянное значение. И в этом случае

$$H_q = \text{const}; \quad \Pi q = \text{const}; \quad \Pi q = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3.$$

Как известно из общей теории энтропии структурная энтропия калибровочной структуры - сохраняющаяся величина. Этот факт и доказывает первое утверждение теоремы

$$\sigma_1 = 0 \rightarrow \Pi q = \beta; \quad \beta = \text{const}.$$

Для доказательства второго утверждения введем вспомогательный вектор

$$\beta = \left\| \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} \right\|; \quad \begin{aligned} q_1 q_2 &= \beta_1 \\ q_1 q_3 &= \beta_2 \\ q_2 q_3 &= \beta_3 \end{aligned}$$

Из уравнения потока $\dot{\mathbf{q}}$ для вектора β получаем уравнения

$$\dot{\beta}_1 = (\lambda_1 + \lambda_2)\beta_1, \quad \dot{\beta}_2 = (\lambda_1 + \lambda_3)\beta_2, \quad \dot{\beta}_3 = (\lambda_2 + \lambda_3)\beta_3.$$

Эти уравнения и определяют допустимые реализации двумерных гиперболических калибровочных структур.

$$\dot{\beta}_1 = 0; \quad \lambda_2 = -\lambda_1, \quad \dot{\beta}_2 = 0; \quad \lambda_3 = -\lambda_1, \quad \dot{\beta}_3 = 0; \quad \lambda_3 = -\lambda_2.$$

Более экономно эти формулы вместе с формулами, определяющими вектор β можно записать в виде формул формулировки теоремы, что и доказывает утверждение 2. ■

Обсуждение.

Доказанная теорема близко примыкает к теореме двойственности состояния главы "Хаос и внутреннее время" раздела "Внутреннее время". Различие между результатами этих теорем обязано тому факту, что в теореме двойственности состояния существует текущее энтропийное время. Тогда как в теореме гиперболических калибровочных структур условие подвижности энтропийного времени отсутствует. Отсутствие этого условия привело к возникновению калибровочной структуры $\Pi \mathbf{q} = \beta$.

Достаточно очевидно, что эта структура существует при остановленном энтропийном времени. Факт остановки энтропийного времени играет важную роль в естествознании и, в частности, в турбулентности. Достаточно напомнить, что калибровочная структура — это структура в виртуальной сплошной среде, существующая при остановленном энтропийном времени. В главе "Калибровочный хаос" установлен и другой важный факт: один из видов калибровочного хаоса обязан хаотическому поведению энтропийного внутреннего времени в окрестности стационарного значения.

§ 3. Инвариантность потенциала импульса

Введем на энтропийном многообразии комплексного конфигурационного пространства конгруэнцию \mathcal{E}_k и предположим, что движение на конгруэнции описывается задачей

$$B_1: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k,$$

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad \sigma_1 = Sp\Lambda, \quad \Lambda = diag\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}.$$

Если конгруэнция расположена на Гильбертовом поле, то существует потенциал импульса; для которого примем представление

$$B_2: \quad \Psi \triangleq H_q.$$

Как известно, это представление справедливо на особом Гильбертовом поле. Теперь я введу логичное для теории энтропии и широко используемое условие

$$H_q = H_q(\mathbf{q}).$$

В этом случае

$$\frac{dH_q}{dz} = \angle_{\xi} H_q$$

и из уравнения структурной энтропии следует

$$B_3: \quad \angle_{\xi} H_q = \sigma_1; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Теперь задача B_1 перейдет в задачу.

$$B_4: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\},$$

$$\angle_{\xi} H_q = \sigma_1; \quad \sigma_1 = Sp \Lambda; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Решение задачи приводит к известной формуле для структурной энтропии

$$B_5: \quad H_q = \ln \Pi \mathbf{q}; \quad \Pi \mathbf{q} = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3.$$

Уникальность этого решения состоит в том, что структурная энтропия, определяемая формулой B_5 обладает симметрией — инвариантностью над матрицей плотности импульса. Смысл инвариантности очевиден: *структурная энтропия конгруэнции \mathcal{E}_k не зависит от матрицы плотности импульса.*

Но здесь существует еще один также уникальный факт; эта симметрия распространяется и на потенциал импульса. *Если потенциал импульса равен структурной энтропии, то он обладает симметрией — инвариантностью над матрицей плотности импульса.*

В гидродинамической интерпретации потенциал импульса

$$B_6: \quad \Psi = \ln \Pi \mathbf{q}$$

выглядит необычно; его свойства в определенной мере противоположны свойствам гидродинамических потенциалов. В гидродинамике в конкретной задаче знание потенциала скоростей полностью определяет решение. По сути, цель решения часто и состоит в

нахождении потенциала скоростей. Теперь мы встретились с противоположной ситуацией, в которой существует универсальный потенциал импульса, описывающий множество задач, и не зависящий от конкретной реализации матрицы плотности импульса. Эта универсальность еще раз заставляет нас по-новому взглянуть на проблему движения на конгруэнции \mathcal{E}_κ . Импульс, соответствующий потенциалу B_6 имеет известный вид

$$\Psi = \ln \Pi q ; p = \frac{1}{q} ; p = \begin{pmatrix} \frac{1}{q_1} \\ \frac{1}{q_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{q_n} \end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$p q = E ; p q = \begin{pmatrix} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ \vdots \\ p_n q_n \end{pmatrix}$$

и мы приходим к также известному по монографии "Энтропия" варианту поддержания глобальной симметрии — закону сохранения энтропии.

$$B_7 : H_f = const ; H_f = \ln \Pi p q,$$

$$H_q = \ln \Pi q, H_p = \ln \Pi p,$$

$$\Pi p q = \Pi p \Pi q ; \Pi p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 ; \Pi q = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3.$$

Следует обратить внимание на важную деталь: универсальный потенциал импульса приводит к невольтмановскому представлению энтропии и ее компонент. Впервые это новое представление я ввел в монографии "Энтропия".

§ 4. Закон сохранения потенциала ускорений

Вторым ключевым результатом, имеющим важное значение в последующих материалах настоящей монографии и, в частности, в нашей теории турбулентности, является установление симметрии — закона сохранения потенциала ускорений.

Обратимся к основному уравнению Гильбертова поля - уравнению потенциала ускорений.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \mathbf{q} \in \Gamma.$$

Если потенциал импульса зависит только от обобщенной координаты

$$\Psi = \Psi(\mathbf{q}) , \text{ то } \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0$$

и мы получаем закон сохранения потенциала ускорений

$$B_1 : \quad \Psi = \Psi(\mathbf{q}) : \Theta = 0 ; \mathbf{q} \in \Gamma.$$

Здесь важно и то, что потенциал ускорений не только сохраняет постоянное значение, но принимает постоянное нулевое значение (оказывается ненаблюдаемым — прозрачным). Свойство прозрачности потенциала ускорений я достаточно подробно описал в своей монографии "Энтропия"; в дальнейшем мы к нему будем часто обращаться. В случае особого Гильбертова поля

$$\Theta = -\angle_{\xi} \Psi - \Pi$$

и из уравнения B_1 получаем известное уравнение

$$B_2 : \quad \angle_{\xi} \Psi = -\Pi.$$

Теперь, если на конгруэнции \mathcal{E}_k , расположенной на особом Гильбертовом поле, поток обладает нормальностью и описывается задачей B_1 , а потенциал импульса — инвариантный потенциал

$$\Psi = H_q ; \Psi = \ln \Pi \mathbf{q},$$

то производная Ли будет

$$\angle_{\xi} \Psi = \sigma_1.$$

В этом случае из уравнения B_2 следует уравнение

$$B_3 : \quad \sigma_1 = -\Pi ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Это уравнение уже встречалось нам в главе "Калибровочный хаос" при исследовании диффузионного хаоса в двумерной задаче. Здесь я расширил сферу применимости этого уравнения на случай конфигурационного пространства произвольной размерности. Вводя в теорию турбулентности уравнение энтропийного времени

$$B_4 : \quad \frac{ds}{dz} = w ; w = \sigma_1 ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k$$

уравнению V_3 можно придать другой вид.

$$B_5 : \quad w = -\Pi ; \quad q \in \mathcal{E}_k.$$

Уравнения B_3, B_5 описывают состояние особого Гильбертова поля (включая хаос) в случае инвариантности потенциала импульса и прозрачности потенциала ускорений. Как известно в этом случае существует две симметрии:

1. инвариантность потенциала импульса над матрицей плотности импульса;
2. закон сохранения потенциала ускорений.

§ 5. Групповое решение. Условие сплошности

I. Второй класс решений уравнения потенциала ускорений формирует групповое решение. Это решение подробно описано в главе "Двойственность описания" раздела "Калибровочный хаос". В целях большей связанности и целостности развиваемой теории турбулентности я воспроизведу ниже это решение, внося в него несколько новых деталей.

Если на конгруэнции \mathcal{E}_k , входящей в состав Гильбертова поля потенциал импульса принадлежит энтропийной группе, то будет справедливо уравнение

$$\Psi \in G : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\angle_{\xi} \Psi ; \quad q \in \Gamma.$$

Отсюда, сравнивая это уравнение с уравнением потенциала ускорений, получаем известное уравнение энтропийной группы

$$D_1 : \quad \angle_{\xi} \Psi = -\Theta ; \quad q \in \Gamma.$$

Для нормального потока

$$\angle_{\xi} \Psi = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \Psi}{\partial \ln q_j}$$

и из D_1 следует уравнение

$$D_2 : \quad \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \Psi}{\partial \ln q_j} = -\Theta ; \quad \epsilon \in \mathcal{E}_k.$$

Но для $\Psi \in G$; $\Psi = \Psi(v)$ и уравнение D_2 принимает вид уравнения L_8 главы "Двойственность описания"

$$D_3: \quad w \frac{\partial \Psi}{\partial v} = \Theta; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Теперь, если принять стандартный вид

$$\Psi = -\varkappa v; \quad v = s - H_q; \quad H_q = \ln \Pi \mathbf{q},$$

то

$$\angle_{\xi} \Psi = \varkappa w; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\varkappa}{\mathbf{q}}; \quad w = \sigma_1$$

и уравнение D_3 будет

$$D_4: \quad \varkappa w = -\Theta.$$

Это уравнение и является основным уравнением энтропийной группы G .

Следует обратить внимание читателя на одну деталь; материалы §3 и уравнение V_3 относятся к особому Гильбертову полю, а групповое решение и уравнение D_4 — к Гильбертову полю. В этих двух решениях и уравнениях потенциалы ускорений различны; различны также и потенциалы импульса.

II. Отличительной чертой нашей структурной энтропии, имеющей небальцмановское представление является то, что при выводе формулы

$$H_q = \ln \Pi \mathbf{q}$$

не использовано условие сплошности и в общем случае она не предполагает выполнения условий сплошности. В этом выводе предполагается существование конгруэнции \mathcal{E}_k и условие нормальности потока " $\dot{\mathbf{q}}$ ". Здесь, по определению, дивергентный инвариант имеет вид

$$\sigma_1 \triangleq Sp \Lambda$$

С другой стороны в условиях сплошности комплексной скорости он имеет другой вид

$$\sigma_1 \triangleq div \dot{\mathbf{q}}.$$

Эти две формулы формируют двойственность представления дивергентного инварианта

$$D_5: \quad \sigma_1 = \left\{ \begin{array}{l} div \dot{\mathbf{q}} \\ Sp \Lambda \end{array} \right.$$

При этом, компоненты этой двойственности не всегда равны; равенство

$$D_6 : \quad Sp\Lambda = \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}$$

достигается, когда среда обладает сплошностью. Если матрицы плотности импульса зависят только от времени, то равенство D_6 выполняется и, следовательно, выполняется условие сплошности.

Но мы можем ввести расширение

$$D_7 : \quad \Lambda \triangleq \Lambda(\mathbf{q}, z),$$

для которого условие D_6 априори выполняться не будет.

Это условие будет выполняться для определенного типа матриц плотности импульса — матриц, удовлетворяющих условию сплошности. Условие сплошности легко получается из уравнения D_6 .

Вычисляя дивергенцию потока $\dot{\mathbf{q}}$, имеем

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} = Sp\Lambda + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \lambda_j}{\partial \ln q_j}.$$

Отсюда, на основе D_6 получаем нужное нам условие сплошности

$$D_8 : \quad \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \lambda_j}{\partial \ln q_j} = 0.$$

Очевидно, что при расширении D_7 — постулировании зависимости диагональной матрицы Λ от обобщенной координаты изменится смысл функции σ_1 . Ранее функция σ_1 , по определению, имела вид

$$\sigma_1 \triangleq \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}}.$$

Именно это и определило ее название термином "дивергентный инвариант".

Теперь существование расширения D_7 приводит к целесообразности другого ее определения

$$D_9 : \quad \sigma_1 \triangleq \frac{dH_q}{dz}.$$

В этом случае для придания формуле D_9 вида уравнения структурной энтропии необходима конкретизация функции σ_1 типа двойственности. Ясно, что для нормальных потоков σ_1 равна следу матрицы Λ и уравнение структурной энтропии будет

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1 ; \sigma_1 = Sp\Lambda.$$

Тогда, когда выполняется условие сплошности, мы возвращаемся к первоначальному варианту определения функции σ_1 как дивергенции потока $\dot{\mathbf{q}}$. При этом, также как в случае с матрицей плотности импульса, я, несмотря на изменение семантики и существование нового определения, решил сохранить за функцией старый термин "дивергентный инвариант", несмотря на его неудачность в новой ситуации, обязанной развитию хаотической механики.

§ 6. Диффузионный хаос

I. Как известно, диффузионный хаос существует на диффузионном поле и, для его изучения введем стандартным способом сужение особого Гильбертова поля — путем задания двух известных структур

$$K_0: \quad \Psi = H_q; \quad \Pi = -\text{div} \dot{\mathbf{q}}.$$

Это сужение и будет диффузионным полем D_s .

На основе результатов §4 ко второму уравнению мы можем прийти другим путем. Будем постулировать выполнимость условия сплошности на особом Гильбертовом поле; в этом случае

$$Sp\Lambda = \text{div} \dot{\mathbf{q}} = \sigma_1.$$

С другой стороны, постулируя инвариантность потенциала импульса, мы имеем уравнение

$$B_3: \quad \sigma_1 = -\Pi.$$

Результатом объединения этого уравнения с предыдущей формулой будет второе уравнение K_0 .

Этот вывод приводит к заключению о том, что диффузионный хаос характеризуется условиями

$$1. \Psi = \Psi(\mathbf{q}); \quad \mathbf{q} \in D_s; \quad 2. \Pi = -\text{div} \dot{\mathbf{q}}$$

Ясно, что при этом

$$\Psi = H_q; \quad H_q = \ln \Pi q.$$

Основными уравнениями диффузионного хаоса будут уравнения

$$K_1: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in D_s,$$

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad \sigma_1 = Sp\Lambda; \quad \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \lambda_j}{\partial \ln q_j} = 0.$$

Уравнениям потока и сплошности можно придать другой вид путем введения новой независимой переменной

$$K_2 : \quad y = \ln q ; \quad y = \left\| \begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{array} \right\|$$

$$\dot{y} = \Lambda ; \quad \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \lambda_j}{\partial y_j} = 0.$$

II. Два вида уравнений диффузионного хаоса определяют два метода его исследования, каждый из которых опирается на уравнения K_1 , либо K_2 . Здесь надо иметь в виду то, что эти два метода друг друга не дублируют; существует несколько реализаций диффузионного хаоса и выбранный метод восстанавливает естественную для себя реализацию. При этом является эффективным прием задания функции Π , опирающийся на гидродинамическую интерпретацию потенциала ускорений. В качестве первого примера рассмотрим диссипативный хаос, описываемый функцией

$$K_3 : \quad \Pi = -\frac{s}{2} \left(\frac{l_1}{q_1^2} + \frac{l_2}{q_2^2} + \frac{l_3}{q_3^2} \right).$$

Внесем предположение о существовании гиперболической калибровочной структуры

$$q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = \beta.$$

Гиперболическая калибровочная структура приводит к существенному упрощению задачи обязанному тому, что на гиперболическом многообразии исходный трехмерный хаос оказывается двумерным. Поэтому, в этом случае, в исходном векторном дифференциальном уравнении необходимо сохранить только два уравнения, а оставшееся третье дифференциальное уравнение заменить на уравнение гиперболичности. Для определенности я выбрал систему, состоящую из первого и второго уравнения.

Для функции Π , задаваемой формулой K_3 два элемента матрицы плотности импульса имеют вид

$$\lambda_1 = s \left(\frac{a_1}{q_1^2} + \frac{b_1}{q_2^2} + c_1 q_1^2 q_2^2 \right), \quad \lambda_2 = s \left(\frac{a_2}{q_1^2} + \frac{b_2}{q_2^2} + c_2 q_1^2 q_3^2 \right).$$

В свою очередь, эти элементы определяют систему двух дифференциальных уравнений.

$$K_4 : \quad \dot{q}_1 = s \left(\frac{a_1}{q_1} + \frac{b_1 q_1}{q_2^2} + c_1 q_1^3 q_2^2 \right),$$

$$\dot{q}_2 = s \left(\frac{a_2 q_2}{q_1^2} + \frac{b_2}{q_2} + c_2 q_1^2 q_2^3 \right).$$

Для новых переменных

$$u_1 = q_1^2; \quad u_2 = q_2^2$$

эта система будет

$$K_5: \quad \dot{u}_1 = 2s \left(a_1 + \frac{b_1 u_1}{u_2} + c_1 u_1^2 u_2 \right),$$

$$\dot{u}_2 = 2s \left(b_2 + \frac{a_2 u_2}{u_1} + c_2 u_1 u_2^2 \right).$$

Более подробно рассмотрим случай $b_1 = a_2 = 0$, которому соответствует система

$$K_6: \quad \dot{u}_1 = 2s(a_1 + c_1 u_1^2 u_2),$$

$$\dot{u}_2 = 2s(b_2 + c_2 u_1 u_2^2).$$

Еще одно упрощение внесем условием $u_1 = u_2$; $c_1 = c_2$; $a_1 = b_2$. В этом случае система K_6 перейдет в дифференциальное уравнение

$$K_7: \quad \dot{u}_1 = D_0 + D_1 u_1^3$$

аналитическое исследование которого не представляет труда. Вторым вариантом существенных упрощений внесем условием $|\dot{u}_1| \gg |\dot{u}_2|$. В этом случае можно принять $u_2 \simeq u_2^0$ и первое уравнение будет

$$\dot{u}_1 = D_0 + D_2 u_1^2.$$

С нужной нам подробностью это уравнение Риккати изучено в главе "Калибровочный хаос" и я на его дальнейшем анализе останавливаться не буду.

В этой задаче представляет определенный интерес поведение решений уравнения K_7 в окрестности особой точки. В окрестности ядра ЭПС уравнение K_7 будет

$$\dot{u}_1 = D_1 u_1^3.$$

Его решение имеет вид

$$u_1 = \frac{\bar{u}_1}{z^{1/2}}.$$

Отсюда получаем

$$u_1 \sim \frac{1}{O(z^{1/2})} \rightarrow \{q_1, q_2\} \sim \frac{1}{O(z^{1/4})}.$$

III. Другая реализация хаоса получается если, следуя теории диффузии принять уравнение связи

$$\Lambda \mathbf{q} = \frac{S}{2} \text{grad} \Psi ; \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k.$$

Здесь S — матрица 3×3 .

Теперь уравнение потока будет

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{S}{2} \text{grad} \Psi ; \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k.$$

Принимая в этом уравнении потенциал импульса равным инвариантному потенциалу импульса

$$\Psi = \ln \Pi \mathbf{q} ; \Pi \mathbf{q} = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3,$$

мы приходим к следующей дифференциальной системе

$$\begin{aligned} K_8 : \quad \dot{q}_1 &= \frac{a_1}{q_1} + \frac{a_2}{q_2} + \frac{a_3}{q_3}, \\ \dot{q}_2 &= \frac{b_1}{q_1} + \frac{b_2}{q_2} + \frac{b_3}{q_3}, \\ \dot{q}_3 &= \frac{c_1}{q_1} + \frac{c_2}{q_2} + \frac{c_3}{q_3}. \end{aligned}$$

Если поток расположен на гиперболическом многообразии, то

$$q_3 = \frac{\beta}{q_1 q_2}$$

и теперь вместо системы K_8 мы будем иметь систему двух дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} K_9 : \quad \dot{q}_1 &= \frac{a_1}{q_1} + \frac{a_2}{q_2} + \bar{a}_3 q_1 q_2 ; \bar{a}_3 = \frac{a_3}{\beta}, \\ \dot{q}_2 &= \frac{b_1}{q_1} + \frac{b_2}{q_2} + \bar{b}_3 q_1 q_2 ; \bar{b}_3 = \frac{b_3}{\beta}. \end{aligned}$$

IV. Следуя главе VII, введем плоскости комплексного переменного

$$D_k = \{y_k \mid y_k = y'_k + iy''_k\}; \quad k = 1, 2, 3.$$

Будем предполагать, что в плоскостях D_k в рядах Лорана матрицы Λ содержится только правильная часть

$$\Lambda = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{kn} y_k^n; \quad k = 1, 2, 3.$$

В этом случае уравнение $\dot{y} = \Lambda$ будет нелинейным векторным дифференциальным уравнением, содержащим степенную нелинейность.

Если ограничиться в рядах Лорана только тремя членами, то элементы матрицы Λ будут иметь вид:

$$\lambda_1 = d_1 + a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + a_{13}y_3 + b_{11}y_1^2 + b_{12}y_2^2 + b_{13}y_3^2 + c_{11}y_1y_2 + c_{12}y_1y_3 + c_{13}y_2y_3$$

$$\lambda_2 = d_2 + a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + a_{23}y_3 + b_{21}y_1^2 + b_{22}y_2^2 + b_{23}y_3^2 + c_{21}y_1y_2 + c_{22}y_1y_3 + c_{23}y_2y_3$$

$$\lambda_3 = d_3 + a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{33}y_3 + b_{31}y_1^2 + b_{32}y_2^2 + b_{33}y_3^2 + c_{31}y_1y_2 + c_{32}y_1y_3 + c_{33}y_2y_3$$

Эти элементы конструируют следующую систему дифференциальных уравнений:

K_{10} :

$$\dot{y}_1 = d_1 + a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + a_{13}y_3 + b_{11}y_1^2 + b_{12}y_2^2 + b_{13}y_3^2 + c_{11}y_1y_2 + c_{12}y_1y_3 + c_{13}y_2y_3$$

$$\dot{y}_2 = d_2 + a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + a_{23}y_3 + b_{21}y_1^2 + b_{22}y_2^2 + b_{23}y_3^2 + c_{21}y_1y_2 + c_{22}y_1y_3 + c_{23}y_2y_3$$

$$\dot{y}_3 = d_3 + a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{33}y_3 + b_{31}y_1^2 + b_{32}y_2^2 + b_{33}y_3^2 + c_{31}y_1y_2 + c_{32}y_1y_3 + c_{33}y_2y_3$$

В системе K_{10} содержится представительный набор различных конкретизаций, включая линейную систему и скалярные уравнения Риккати.

На гиперболическом многообразии переход от системы K_{10} к системе двух уравнений производится стандартным способом путем исключения переменной y_3 с помощью уравнения гиперболичности.

$$y_1 + y_2 + y_3 = H_q^0$$

Здесь представляет несомненный интерес вопрос о гидродинамической интерпретации логарифмических членов матрицы плотности импульса. В гидродинамической интерпретации логарифмические члены описывают потенциалы плоских вихрей, либо источников (вихреисточников) и здесь получается, что в одной из реализаций диффузионный хаос — это хаос вихреисточников. Этот вывод хорошо согласуется с установившимися воззрениями теории турбулентности.

§ 7. Сужение особого Гильбертова поля

I. Ряд основных геометрических объектов нашей теории турбулентности конструируются путем сужения исходного многообразия - особого Гильбертова поля

$$L_s = \{q, p \mid L_s \subset \Gamma; \Theta = -\angle_\xi \Psi - \Pi\}.$$

Первое сужение реализуется путем задания на многообразии L_s структуры

$$L_0: \quad D_h = \{q, p \mid D_h \subset L_s; \Psi = H_q\}.$$

Это сужение я назвал полупрозрачным многообразием. Смысл этого названия очевиден; на многообразии D_h при $H_q = H_q(q)$ существует симметрия $\Theta = 0$, и потенциал ускорений оказывается прозрачным.

Задание на конгруэнции $\mathcal{E}_\kappa \subset D_h$ нормального потока

$$\dot{q} = \Lambda q$$

и уравнения структурной энтропии

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad \sigma_1 = Sp\Lambda$$

приводит к следующему сужению — полугиперболическому многообразию

$$L_1: \quad D_v = \{q, p \mid D_v \subset D_h; \Lambda\}.$$

Здесь необходимо сделать акцент на важной детали; на многообразии D_v *структурная энтропия определяется формулой*

$$H_q = \ln \Pi q.$$

Базовый объект теории диффузии — диффузионное поле возникает при внесении на многообразии D_h условия

$$L_2: \quad \sigma_1 = -\Pi,$$

$$D_s = \{q, p \mid D_s \subset D_h; \sigma_1 = -\Pi\}.$$

Как без труда заметит читатель, здесь я видоизменил принятый в монографии "Энтропия" и главе "Диффузия" способ конструирования диффузионного поля. В известном традиционном варианте в цепочке сужений диффузионное поле следует сразу за

особым Гильбертовом полем. Но в теории турбулентности возникла необходимость в детализации перехода $L_s \rightarrow D_s$ и я поставил между этими многообразиями еще одно многообразие - полупрозрачное многообразие.

Теперь нам необходимо ввести сужение диффузионного поля с помощью уравнения

$$\Pi = -\text{div} \dot{\mathbf{q}}$$

В итоге мы получаем многообразие

$$L_3 : \quad D_\eta = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid D_\eta \subset D_s ; \Pi = -\text{div} \dot{\mathbf{q}}\}.$$

Нетрудно видеть, что на этом поле выполняется условие сплошности, в связи с чем я назвал его прочным диффузионным полем.

Завершающим звеном будет сужение в виде пересечения

$$L_4 : \quad D_\beta = D_v \cap D_\eta.$$

II. Диагональная матрица плотности импульса сама формирует многообразие плотности импульса в комплексном пространстве Ω_λ

$$L_5 : \quad L_\lambda = \{\Lambda \mid \Lambda \in \Omega_\lambda ; \Omega_\lambda \subset \mathbb{C}^n\}.$$

Ясно, что в этом случае диагональная матрица рассматривается как вектор n -мерного пространства

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\} \rightarrow \Lambda = \left\| \begin{array}{c} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{array} \right\|.$$

В этом случае задача из энтропийного многообразия переходит на многообразие плотности импульса

$$L_6 : \quad \mathcal{E} \rightarrow L_\lambda.$$

Преобразование L_6 означает переход на другой, более низкий иерархический уровень описания; как нам уже хорошо известно, часто причина хаоса и, собственно, хаос расположены именно на этом иерархическом уровне.

Отмечу, что многообразие L_λ образует группу G_λ -группу диагональных матриц плотности импульса. В этом случае многообразие L_λ можно придать эквивалентную формулировку.

$$L_7 : \quad L_\lambda = \{\Lambda \mid \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\} ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k\}.$$

Два основных, установленных в настоящей главе фундаментальных свойства инвариантности получают в терминах группы G_λ большую структурную ориентацию:

1. Потенциал импульса инвариантен над группой G_λ .
2. Потенциал ускорений аннулирован над группой G_λ .

III. Геометрические объекты особого Гильбертова поля дают возможность наиболее изящной формулировки фундаментальных результатов. В частности симметрия — закон сохранения потенциала ускорений формулируется в виде теоремы.

Теорема(закон сохранения потенциала ускорений).

На полугиперболическом многообразии D_v существует симметрия — потенциал ускорений сохраняет нулевое значение

$$\Theta = 0 ; \mathbf{q} \in D_v.$$

§ 8. Возмущенный потенциал импульса

I. В более общей ситуации, чем описываемой инвариантным потенциалом импульса, на особом Гильбертовом поле потенциалу импульса можно придать вид

$$N_0 : \quad \Psi \triangleq H_q + \tilde{\Psi} ; \mathbf{q} \in L_s.$$

В представлении N_0 потенциал $\tilde{\Psi}$ — возмущенный потенциал импульса. Соответственно, уравнение потенциала ускорений для потенциала N_0 будет

$$\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} = \Theta ; \mathbf{q} \in L_s.$$

Выполним несложные преобразования потенциала ускорений

$$\Theta = -\angle_\xi \Psi - \Pi.$$

Теперь производная Ли будет

$$\angle_\xi \Psi = \angle_\xi \tilde{\Psi} + \angle_\xi H_q.$$

Поскольку на конгруэнции ∂_k задаваемой уравнением

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \partial_k,$$

$$\angle_\xi H_q = \sigma_1 ; \sigma_1 = Sp \Lambda ,$$

то

$$\angle_\xi \Psi = \sigma_1 + \angle_\xi \tilde{\Psi}.$$

Если ввести опорный потенциал ускорения

$$\Theta_0 = -\sigma_1 - \Pi_0,$$

то общий потенциал ускорений будет

$$\Theta = \Theta_0 + \tilde{\Theta}.$$

В этом случае уравнение потенциала ускорений примет вид

$$N_1 : \quad \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} = \Theta_0 + \tilde{\Theta}.$$

Без ограничения общности наделим опорный потенциал ускорений симметрией полугиперболического многообразия D_v

$$N_2 : \quad \Theta_0 = 0.$$

Теперь уравнение N_1 примет стандартную форму.

$$N_3 : \quad \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} = \tilde{\Theta},$$

$$\tilde{\Theta} = -\mathcal{L}_\xi \tilde{\Psi} - \tilde{\Pi}.$$

По аналогии с потенциалом импульса $\tilde{\Psi}$, потенциал ускорений $\tilde{\Theta}$ называется возмущенным потенциалом ускорений.

Для дальнейшего вывода нам следует дать матрице плотности импульса частное представление

$$N_4 : \quad \Lambda \triangleq \Lambda_0 + \tilde{\Lambda} ; \quad Sp \tilde{\Lambda} = 0.$$

Для этого представления производная Ли будет

$$\mathcal{L}_\xi \tilde{\Psi} = (\Lambda_0 \mathbf{q} | \overline{grad \tilde{\Psi}})_{\mathbb{C}} + (\tilde{\Lambda} \mathbf{q} | \overline{grad \tilde{\Psi}})_{\mathbb{C}},$$

$$(\Lambda_0 \mathbf{q} | \overline{grad \tilde{\Psi}})_{\mathbb{C}} = \sum_{j=1}^3 \lambda_{0j} q_j \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial q_j} ; \quad (\tilde{\Lambda} \mathbf{q} | \overline{grad \tilde{\Psi}})_{\mathbb{C}} = \sum_{j=1}^3 \tilde{\lambda}_j q_j \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial q_j}.$$

Ясно, что в приведенном выводе принято представление функции Π в форме

$$\Pi \triangleq \Pi_0 + \tilde{\Pi}.$$

II. Принятое в представлении N_4 условие $Sp\tilde{\Lambda} = 0$ — есть условие существования калибровочной структуры. Смысловое содержание условия $Sp\tilde{\Lambda} = 0$ лежит в основе введения инерциального импульса $\tilde{\mathbf{p}}$.

Имеем

$$\Psi = H_q + \tilde{\Psi} ; \mathbf{p} = grad H_q + grad \tilde{\Psi}.$$

Если ковектору $grad H_q$ придать смысл энтропийного импульса \mathbf{p}_0

$$\mathbf{p}_0 \triangleq grad H_q ,$$

а $grad \tilde{\Psi}$ — инерциального импульса

$$\tilde{\mathbf{p}} \triangleq grad \tilde{\Psi},$$

то получим

$$N_5 : \quad \mathbf{p} \triangleq \mathbf{p}_0 + \tilde{\mathbf{p}}.$$

При этом

$$\mathbf{p}_0 = \frac{1}{\mathbf{q}} ; \frac{1}{\mathbf{q}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_1} \\ \frac{1}{q_2} \\ \frac{1}{q_3} \end{array} \right\|.$$

Если теперь обратиться к моей книге "Энтропия" и вспомнить представление инерциального импульса в виде один-формы

$$N_6 : \quad \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\Lambda} \mathbf{q} ,$$

то для уравнения потока получим

$$N_7 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda_0 \mathbf{q} + \tilde{\mathbf{p}}.$$

Здесь инерциальный импульс удовлетворяет условию существования калибровочной структуры в неразрывной (сплошной) среде

$$N_8 : \quad div \tilde{\mathbf{p}} = 0.$$

Читателю достаточно очевидно, что при введении инерциального импульса я от условия $Sp\tilde{\Lambda} = 0$ перешел к классическому условию гамильтоновой механики N_8 .

И теперь условие равенства нулю следа матрицы возмущенной плотности импульса приняло смысл условия включения в теорию гамильтоновой механики.

Существует и другой чрезвычайно важный аспект проблемы, даваемый следующим утверждением.

Утверждение. XIV.1 *На особом Гильбертовом поле импульс состоит из суммы энтропийного и инерционного импульсов.*

Обращаю внимание на важную методологическую деталь: импульсы $\{\mathbf{p}_0, \tilde{\mathbf{p}}\}$ входят в уравнение потока N_7 самостоятельно и раздельно.

Отсюда следует, что представление инерциального импульса в виде один-формы N_6 в общем случае не распространяется на энтропийный импульс.

Получается, что энтропийный импульс, также как и опорный потенциал импульса $\Psi_0 = \ln \Pi \mathbf{q}$, обладает симметрией — инвариантностью над группой диагональных матриц G_λ .

III. Для потока N_7 производная Ли будет

$$N_8: \quad \mathcal{L}_\xi \tilde{\Psi} = \left(\Lambda_0 \mathbf{q} \mid \overline{\text{grad} \hat{\Psi}} \right)_{\mathbb{C}} + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial q_j} \right)^2$$

Теперь я сделаю еще один шаг — выделю из уравнения N_3 уравнение потенциала ускорений инерциальной среды на Гильбертовом поле. С этой целью я введу функцию \mathcal{L} — лагранжиан, и приму следующее уравнение связи

$$\mathcal{L} = -\tilde{\Pi}$$

В этом случае уравнение N_3 перейдет в известное уравнение асимптотического программирования

$$N_9: \quad \frac{d\tilde{\Psi}}{dz} = \mathcal{L}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k.$$

В соответствии с классической механикой я приму для лагранжиана представление

$$N_{10}: \quad \mathcal{L} \triangleq \frac{1}{2} \mathcal{L}_\xi \tilde{\Psi} - \hat{\Pi}.$$

В итоге, для представления N_{10} уравнение N_9 примет вид уравнения потенциала ускорений инерциальной среды на Гильбертовом поле

$$N_{11} : \quad \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} = \tilde{\Theta} ; \mathbf{q} \in \Gamma$$

$$\Theta = -\frac{1}{2} \angle_{\xi} \tilde{\Psi} - \hat{\Pi}.$$

В достаточно общей ситуации уравнение N_{11} можно интерпретировать как уравнение классической механики в комплексном фазовом пространстве (уравнение Гамильтона - Якоби). В этой интерпретации возмущенный потенциал импульса приобретает смысл комплексной Главной функции Гамильтона, что, в свою очередь, приводит к парадоксальному заключению.

Утверждение. *На особом Гильбертовом поле при специальном выборе потенциала ускорений возмущенный потенциал импульса описывает движение структур (либо инерциальной среды) классической механики.*

Проще говоря, в нашей теории классическая механика восстанавливается, как своеобразное возмущение некоторого инвариантного опорного состояния. В свою очередь, опорное состояние ведет себя необычно; оно обладает симметрией — инвариантностью потенциала импульса над группой диагональных матриц G_{λ} . Получается, что опорное состояние существует, но вопреки классической логике теории возмущений, оно не обладает единственностью. В частном случае проблемы турбулентности, неединственность опорного состояния и лежит в основе механизма возникновения турбулентности.

IV. Рассмотрим характерный пример — одномерный поток.

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}.$$

Примем уравнение связи в виде

$$\Lambda \mathbf{q} = \frac{s}{2} \mathbf{p}.$$

В соответствии с символьным выводом настоящего параграфа потенциал импульса примера определится следующим образом

$$\Psi = H_q + \tilde{\Psi} ; H_q = \ln \mathbf{q}.$$

Задавая возмущенный потенциал импульса в виде

$$\tilde{\Psi} = \frac{a}{2} \mathbf{q}^2 ,$$

получаем

$$\dot{q} = \frac{s}{2}p ; p = \frac{1}{q} + aq.$$

В результате дифференциальное уравнение потока будет

$$\dot{q} = \frac{s}{2q} + \bar{a}q ; \bar{a} = \frac{sa}{2}.$$

Для новой переменной $u = q^2$ полученное уравнение примет вид линейного уравнения

$$\dot{u} = 2\bar{a}u + s.$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $u(0) = 0$,

$$u = \frac{s}{2a}(e^{2\bar{a}z} - 1),$$

определяет значение обобщенной координаты

$$q = \pm \sqrt{\frac{s}{2a}(e^{2\bar{a}z} - 1)}.$$

§ 9. Многообразие потенциала ускорений

I. Как известно из предыдущего материала на многообразии потенциала ускорений каноническая система уравнений потенциала ускорений для нормального потока имеет вид

$$\dot{q} = \Lambda q ; q \in \Pi ; \frac{\partial p}{\partial z} = grad\Theta ; grad\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial q_3} \end{array} \right\|.$$

Нас, прежде всего, интересует групповые свойства этой системы уравнений. Если $p \in G$, то

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\partial p}{\partial z} + \angle_{\xi} p$$

и второе уравнение примет также хорошо известный из теории энтропийной группы G вид

$$M_0 : \quad \angle_{\xi} \mathbf{p} = -grad \Theta.$$

Далее, внесем характерное для ЭПС условие поддержания глобальной симметрии $H_f = const$,

$$M_1 : \quad \mathbf{p} \mathbf{q} = \varkappa E ; \quad \mathbf{p} \mathbf{q} = \left\| \begin{array}{c} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ p_3 q_3 \end{array} \right\|.$$

На гиперболическом многообразии, определенном уравнением гиперболичности M_1 производная Ли будет

$$M_2 : \quad \angle_{\xi} \mathbf{p} = -\frac{\varkappa \Lambda}{\mathbf{q}} ; \quad \frac{\Lambda}{\mathbf{q}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\lambda_1}{q_1} \\ \frac{\lambda_2}{q_2} \\ \frac{\lambda_3}{q_3} \end{array} \right\|.$$

Для этого значения производной Ли из уравнения M_0 следует уравнение

$$M_3 : \quad \Lambda = \frac{1}{\varkappa} \frac{\partial \Theta}{\partial y} ; \quad y = \ln \mathbf{q} ; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_3} \end{array} \right\|.$$

Присоединяя к уравнению M_3 введенное в §5 уравнение потока

$$\dot{y} = \Lambda ,$$

получаем уравнение потока над энтропийной группой G конгруэнции многообразия потенциала ускорений

$$M_4 : \quad \frac{dy}{dz} = \frac{1}{\varkappa} \frac{\partial \Theta}{\partial y}.$$

Как известно, энтропийная группа G определяет организованную сплошную среду и, следовательно, уравнение M_4 будет уравнением организованного потока на многообразии потенциала ускорений.

Еще одно важное и интересное уравнение получается при внесении условия сплошности.

В этом случае из условия сплошности

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \lambda_j}{\partial y_j} = 0$$

и из уравнения M_3 следует уравнение Лапласа.

$$M_5 : \left(\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2} \right) \Theta = 0.$$

II. На многообразии Π след матрицы плотности импульса будет

$$Sp \Lambda = \sigma_1 ; \sigma_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Theta}{\partial y_j}.$$

Теперь в случае существования калибровочной структуры

$$y_1 + y_2 + y_3 = H_q^0,$$

оказывается справедливым следующее уравнение

$$M_6 : \left(\frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_2} + \frac{\partial}{\partial y_3} \right) \Theta = 0.$$

III. В проблеме хаоса на многообразии потенциала ускорений существует, так же как и на особом Гильбертовом поле, два способа описания. В одном способе хаос изучается в системе координат $\{q\}$, тогда как в другом — в логарифмической системе координат $\{y\}$.

Рассмотрим один вариант хаоса, реализуемого в логарифмическом комплексном конфигурационном пространстве. Пусть движение на конгруэнции, расположенной в логарифмическом конфигурационном пространстве описывается потенциалом ускорений

$$M_7 : \Theta = \sum_{j=1}^3 a_j y_j + \frac{1}{2} \sum b_j y_j^2.$$

Если внести дополнительное предположение о существовании калибровочной структуры, то по уравнению M_6 имеем

$$b_1 = b_2 = b_3 ; \sum_{j=1}^3 a_j + b_1 H_q^0 = 0.$$

В итоге мы приходим к системе двух линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} M_8 : \quad \dot{y}_1 &= \tilde{a}_1 + \tilde{b}_1 y_1 + \tilde{d}_1 y_2, \\ \dot{y}_2 &= \tilde{a}_2 + \tilde{d}_1 y_1 + \tilde{b}_2 y_2, \end{aligned}$$

Коэффициенты $\{\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{b}_1, \tilde{d}_1, \tilde{b}_2\}$ этой системы легко определяются по уравнению M_3 .

Заметим, что система M_8 будет справедлива и для потенциала ускорений в виде произвольной квадратичной формы. Здесь получается, что степенная нелинейность в уравнении потока \dot{y} возникает за счет кубических членов потенциала ускорений.

IV. Приведу исследование одного варианта калибровочного хаоса, возбуждаемого потенциалом ускорений

$$M_9 : \quad \Theta = \Theta_1(v) + \Theta_2(q_3) ; v = q_1 q_2.$$

В этом случае

$$\frac{\partial \Theta}{\partial q_1} q_1 = \frac{\partial \Theta_1}{\partial v} v ; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial q_2} q_2 = \frac{\partial \Theta_2}{\partial v} v$$

и уравнение калибровочной структуры будет

$$2 \frac{\partial \Theta_1}{\partial v} v + \frac{\partial \Theta_2}{\partial q_3} q_3 = 0.$$

Соответственно из уравнения потока получаем

$$M_{10} : \quad \dot{y}_1 = \dot{y}_2.$$

Частное решение уравнения M_{10}

$$y_1 = y_2$$

приводит к результату

$$M_{11} : \quad q_1 = \alpha q_2.$$

Далее, более подробно изучим частный случай

$$\Theta_1 = D_0 v.$$

Первое дифференциальное уравнение векторного уравнения потока для этого частного случая будет

$$M_{12} : \quad \dot{y}_1 = D_0 v.$$

Поскольку на состоянии M_{11}

$$v = \frac{q_1^2}{\alpha},$$

то уравнение M_{12} будет

$$M_{13} : \quad \dot{q}_1 = D_1 q_1^3 ; \quad D_1 = \frac{D_0}{\alpha}.$$

Нужное для наших целей решение этого уравнения имеет вид

$$q_1 = \frac{\bar{q}_1}{z^{1/2}}.$$

На гиперболическом многообразии $v q_3 = \beta$ и, следовательно, $v = \frac{\beta}{q_3}$. С другой стороны, из уравнения калибровочной структуры

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial q_3} q_3 = -2 D_0 v$$

получается значение потенциала $\Theta_2 = \frac{D_3}{q_3}$. Но это — хорошо известный нам потенциал плоского диполя. Для этого потенциала

$$\lambda_3 = -\frac{D_3}{\alpha q_3}$$

и третье дифференциальное уравнение будет

$$\dot{q}_3 = -\frac{D_3}{\alpha}.$$

Построенное решение имеет нетривиальную феноменологию; здесь в направлении третьей обобщенной координаты калибровочная структура движется "по инерции" с постоянной скоростью. Две другие координаты, совершив когерентное хаотическое движение в окрестности ядра ЭПС, затухают, асимптотически приближаясь к нулю.

§ 10. Заключение

Перейдем к заключительному звену настоящей главы; конструированию гиперболического многообразия.

Гиперболическое многообразие играет в нашей теории турбулентности ключевую роль; именно на этом многообразии существуют гиперболические калибровочные структуры, возникновение, развитие и разрушение которых и сопровождается турбулентным движением сплошной среды. Предыстория открытия гиперболических многообразий хорошо известна: странный аттрактор и есть состояние потока на гиперболическом многообразии. Именно гиперболическое многообразие и является тем новым объектом, привнесенным в современную методологию турбулентности синергетикой и странным аттрактором. В настоящей главе я конструирую и изучаю только один тип гиперболического многообразия; многообразия на котором размещена калибровочная структура

$$\lambda_0: \quad \Pi q = \beta; \quad \Pi q = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3.$$

Ниже я рассмотрю два варианта гиперболического многообразия:

1. на особом Гильбертовом поле;
2. на многообразии потенциала ускорений.

Первый вариант конструируется как сужение полугиперболического многообразия. Поскольку для калибровочной структуры λ_0 $Sr\Lambda = \sigma_1 = 0$, то геометрический объект

$$\lambda_1: \quad D_\tau = \{q, p \mid D_\tau \subset D_v; \sigma_1 = 0\}$$

и будет гиперболическим многообразием.

Для выделения из многообразия потенциала ускорений гиперболического многообразия нужно ввести сужение в виде нормального многообразия потенциала ускорений

$$\Pi_\lambda = \{q, p \mid \Pi_\lambda \subset \Pi, \Lambda; H_q = \ln \Pi q\}.$$

Теперь гиперболическое многообразие будет иметь вид сужения нормального многообразия потенциала ускорений

$$\lambda_2: \quad \Pi_\tau = \{q, p \mid \Pi_\tau \subset \Pi_\lambda; \sigma_1 = 0\}.$$

Очевидно, что гиперболическому многообразию соответствует сужение многообразия плотности импульса

$$\lambda_3: \quad L_\tau = \{\Lambda \mid L_\tau \subset L_s; Sr\Lambda = 0\}.$$

Элементами этого многообразия являются диагональные матрицы плотности импульса с нулевым следом.

Точно также из группы матриц плотности импульса G_λ выделяется подгруппа G_τ - группа диагональных комплексных матриц плотности импульса с нулевым следом.

Глава XVI

Механизмы турбулентности

Содержание

§1. Вихрь и диссипация	410
§2. Три сущности	413
§3. Комплексные уравнения Навье-Стокса	414
§4. Два сценария возникновения турбулентности	416
§5. Асимптотика турбулентности	417
§6. Импульс	419
§7. Два метода описания	420
§8. Первая задача	422
§9. Сценарий возникновения турбулентности	425
§10. Заключение	426

§ 1. Вихрь и диссипация

I. Обратимся к многообразию плотности импульса

$$L_\lambda = \{\Lambda \mid \Lambda \in \Omega_\lambda ; \Omega_\lambda \subset \mathbb{C}^n\}.$$

На этом многообразии общее представление матрицы плотности импульса будет

$$L_1 : \quad \Lambda \triangleq \Lambda_\nu + i\Lambda_\omega,$$

$$\Lambda_\nu \triangleq \operatorname{Re}\Lambda,$$

$$\Lambda_\omega \triangleq \operatorname{Im}\Lambda.$$

В гидродинамической интерпретации матрицы $\{\Lambda_\nu, \Lambda_\omega\}$ имеют семантическое содержание:

Λ_ν — матрица диссипации, Λ_ω — матрица вихря.

Эта интерпретация приводит к фундаментальному факту:

На конгруэнции, определенной на энтропийном многообразии комплексного конфигурационного пространства нормальный поток содержит две сущности: вихрь и диссипацию.

Этим утверждением я закончил продолжительный анализ и поиск сущностей, определяющих состояние экстремального пограничного слоя. Окончательный итог здесь очевиден: есть только две сущности: 1) вихрь, 2) диссипация.

Остальные многочисленные сущности (инерция, диффузия, дисперсия и т.д.) представляют лишь частные реализации механизма поддержания либо проявления этих двух базовых сущностей. Здесь я отдаю примат, прежде всего в смысле общности, именно вихрю и диссипации. Но необходимо помнить, что это заключение справедливо в комплексном фазовом пространстве; как следует из материалов §2, в вещественном фазовом пространстве определяющими оказываются уже три сущности. Конструктивный результат сформулированного общего вывода очевиден: *все основные результаты теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики и, в частности, теории турбулентности могут быть сформулированы в терминах диссипации и вихря.*

Первый результат конструктивного применения двойственности сущностей в теории турбулентности приведен ниже.

Как уже хорошо известно, одной из исходных гипотез нашей теории турбулентности является гипотеза о естественности комплексного фазового пространства для турбулентного потока.

Отсюда мы получаем, что если матрица вихря $\Lambda_\omega = 0$, то поток будет ламинарным. Это приводит к важной общей классификации:

1. $\Lambda_\omega = 0$ — ламинарный поток,
2. $\Lambda_\omega \neq 0$ — турбулентный поток.

Теперь нам необходимо вспомнить известный факт: ламинарный поток существует в вещественном фазовом пространстве.

Обращение к этому факту приводит к суждению о том, что, в определенном смысле, комплексное фазовое пространство является средой обитания турбулентного потока, а вещественное фазовое пространство — средой обитания ламинарного потока. В этой ситуации вещественное фазовое пространство можно интерпретировать, как сужение комплексного пространства.

В свою очередь, ламинарный поток можно попытаться рассматривать как некий предел турбулентного потока при стремлении вихря к нулю, и здесь, в этой попытке мы и приходим к глубинному вопросу о причине турбулентности. В проблеме турбулентности наиболее часто возникновение турбулентности связывают с потерей устойчивости ламинарного движения.

Я принял другую гипотезу, никак не связанную с потерей устойчивости ламинарного движения. Ламинарное движение не может существовать бесконечно долго; рано или поздно наступает момент времени, когда ламинарное движение прекращает существовать. Расположенная на временной шкале точка прекращения существования (разрушения) ламинарного потока (точнее ядро ЭПС) одновременно является точкой возникновения турбулентного потока.

В этой гипотезе причина турбулентности кроется в разрушении ламинарного потока. Разрушение ламинарного потока, как некоторой структуры, прямо не связано с устойчивостью движения; речь идет не о потере устойчивости, а о разрушении одной структуры (ламинарного потока) и о возникновении вслед за разрушением другой структуры (турбулентного потока). Разрушение и возникновение происходит в хаосе, что и определяет ключевую роль ЭПС и хаотической механики. Здесь я решил напомнить читателю о том, что хаос и неустойчивость прямо не связаны; хаос — это некоторое характерное состояние виртуальной сплошной среды, допускающее описание без обращения к понятию устойчивости движения, и тем более, без использования теории устойчивости движения. Приведенное обсуждение приводит к выводу о том, что турбулентный поток начинается в ЭПС; именно ЭПС выступает в роли своеобразных начальных данных в задаче поиска турбулентных решений уравнений Навье-Стокса.

Этот факт играет ключевую роль в нашей теории турбулентности.

II. Нам необходимо обсудить вопрос о еще одной гипотезе — гипотезе выбора уравнений динамики жидкости в комплексном фазовом пространстве. Здесь я остановил свой выбор на гипотезе расширения уравнений Навье-Стокса на комплексное фазовое пространство. В соответствии с этой гипотезой уравнения динамики жидкости обладают симметрией — форминвариантностью, они сохраняют свой вид (вид уравнения Навье-Стокса) как для вещественного так и для комплексного фазового пространства. Изменяется только интерпретация количеств, входящих в уравнения Навье-Стокса (обобщенная координата, скорость, давление, внешняя сила); в одном случае они вещественны, а в другом — комплексные величины.

В итоге мы приходим к следующему результату: расширение уравнений Навье-Стокса в комплексное фазовое пространство имеет вид комплексных уравнений Навье-Стокса. Следует отметить, что на принятом в развиваемой теории турбулентности онтологическом уровне этот вопрос нетривиальный, но введенная мною гипотеза расширения имеет не меньше оснований для правдоподобия, чем классическая гипотеза Рейнольдса. Я, например, считаю, что моя гипотеза на глубинном уровне более обоснована и правдоподобна, чем гипотеза Рейнольдса. В основании моего выбора лежит факт естественности комплексного фазового пространства для хаотических потоков с ротором — турбулентных состояний виртуальной сплошной среды. Напомню читателю, что по гипотезе Рейнольдса описание турбулентных потоков происходит на основе вещественных уравнений Навье-Стокса, изначально введенных и пригодных для ламинарных течений несжимаемой

вязкой жидкости.

§ 2. Три сущности

Здесь мне, вместе с читателями, необходимо обратиться к материалам раздела "Слабый экстремальный пограничный слой". В вещественном фазовом пространстве существует гельмгольцево представление матрицы плотности импульса.

$$\Lambda \triangleq X + M + \frac{1}{2}\Omega,$$

$$X = \begin{vmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{vmatrix}; M = \begin{vmatrix} 0 & \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_1 & 0 & \mu_3 \\ \mu_2 & \mu_3 & 0 \end{vmatrix}; \Omega = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Здесь

X — матрица расширения,
 M — матрица сдвига
 Ω — матрица ротора (вихря).

Гельмгольцева матрица показывает, что и в вещественном фазовом пространстве существует вихрь. Возникновение вихря здесь обязано отказу от нормальности матрицы плотности импульса. Допущение о нормальности матрицы Λ обладает большой общностью только в комплексном фазовом пространстве. Перенос этого условия в вещественное фазовое пространство существенно снижает общность и, по сути дела, означает изъятие из теории вихря. Ясно, что гельмгольцева матрица при определенных, достаточно общих условиях допускает отображение в комплексную нормальную матрицу Λ ; но не всегда матрица ротора Ω переходит в комплексную матрицу Λ_ω .

Для малых значений вихря матрица Ω вносит вклад только в матрицу диссипации Λ_ν . До некоторых критических значений $\Omega_{кр}$ матрица Ω полностью переходит в Λ_ν , а при превышении $\Omega_{кр}$ начинает формировать Λ_ω . Это означает, что в докритической области в сплошной среде кроме диссипации содержатся и вихри. Эти вихри, имеющие смысл вихревой компоненты, ещё не оформлены в вихревые структуры; в этом случае сплошная среда является вихре-диссипативной средой.

В закритической области в вихре-диссипативной среде возникают вихревые структуры; именно они и описываются мнимой компонентой Λ_ω комплексной матрицы Λ . Теперь положение дел достаточно ясно: *в вещественном фазовом пространстве в виртуальной сплошной среде содержатся три сущности: 1) диссипация, 2) вихрь, 3) вихревая структура.*

Достаточно очевидно, что в ламинарном потоке существует только диссипация и вихрь, тогда как турбулентный поток будет содержать и вихревые структуры.

Таким образом, в упрощенном изложении ламинарный поток — это среда; а турбулентный поток — среда плюс структура.

В итоге логическая формула перехода ламинарного потока в турбулентный будет

$$\text{среда} \rightarrow \text{среда} + \text{структура}$$

Краткое замечание по терминологии: термин "вихрь" имеет различный смысл в вещественном и комплексном фазовом пространстве. В вещественном фазовом пространстве термин "вихрь" я присвоил ротору сплошной среды, не организованному в виде структуры; тогда как в комплексном фазовом пространстве "вихрь" имеет смысл вихревой структуры.

§ 3. Комплексные уравнения Навье-Стокса

I. Сделаем первый шаг; наделим многообразие потенциала ускорений Π , размещенное в комплексном фазовом пространстве, структурой — комплексными уравнениями Навье-Стокса.

$$K_1: \quad \frac{dv}{dz} = F - \frac{1}{\rho} \text{grad } \hat{p} + \nu \Delta v; \quad \mathbf{q} \in \Pi.$$

Здесь

\hat{p} — давление,

F — внешняя сила,

ρ — плотность,

ν — вязкость (коэффициент вязкости),

$v = \dot{\mathbf{q}}$ — комплексная скорость.

Комплексным уравнениям Навье-Стокса можно придать вид векторного уравнения импульса.

Принимая импульс в виде

$$\mathbf{p} \triangleq v$$

и определяя потенциал ускорений градиентом

$$K_2: \quad \text{grad} \Theta = F - \text{grad} \Pi - \angle_{\xi} \mathbf{p} + \nu \Delta \mathbf{p},$$

$$\Pi = \frac{\tilde{p}}{\rho}; \quad \angle_{\xi} \mathbf{p} = (\mathbf{p} \mid \bar{g} \text{grad})_{\mathbb{C}} \mathbf{p},$$

уравнение K_1 запишем в виде

$$K_3: \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \text{grad} \Theta; \quad \mathbf{q} \in \Pi.$$

Присоединяя к уравнениям K_3 , K_2 уравнение несжимаемости

$$\text{div} \mathbf{p} = 0,$$

мы приходим к нужной нам форме комплексных уравнений Навье-Стокса.

$$K_4: \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \text{grad} \Theta; \quad \mathbf{q} \in \Pi,$$

$$\text{div} \mathbf{p} = 0,$$

$$\text{grad} \Theta = F - \text{grad} \Pi - \angle_{\xi} \mathbf{p} + \nu \Delta \mathbf{p}.$$

Таким образом, на многообразии потенциала ускорений комплексные уравнения Навье-Стокса могут быть представлены в виде векторного уравнения импульса.

II. Перейдем к другому виду комплексных уравнений Навье-Стокса. Вводя стандартным путем на многообразии потенциала ускорений конгруэнцию \mathcal{E}_k , содержащую нормальный поток, уравнениям Навье-Стокса вместе с уравнением потока " $\dot{\mathbf{q}}$ " можно придать вид

$$K_5: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dz},$$

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial z} + \angle_{\xi} \dot{\mathbf{q}} = N; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k,$$

$$N = F - \text{grad} \Pi + \nu \Delta \dot{\mathbf{q}}.$$

Если принять

$$\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{dz} = (\dot{\Lambda} + \Lambda^2) \mathbf{q}, \quad \Lambda^2 \mathbf{q} = \begin{vmatrix} \lambda_1^2 q_1 \\ \lambda_2^2 q_2 \\ \lambda_3^2 q_3 \end{vmatrix},$$

то уравнения Навье-Стокса будут выглядеть так.

$$K_6: \quad (\dot{\Lambda} + \Lambda^2) \mathbf{q} = N; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k; \quad \dot{\Lambda} = \frac{d\Lambda}{dz}$$

либо

$$K_7: \quad \dot{\Lambda} + \Lambda^2 = N_q; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k; \quad N_q = \begin{vmatrix} \frac{N_1}{q_1} \\ \frac{N_2}{q_2} \\ \frac{N_3}{q_3} \end{vmatrix}.$$

§ 4. Два сценария возникновения турбулентности

Мне известны два сценария возникновения турбулентности: сценарий разрушения, сценарий развития.

Названия этих сценариев согласованы с названием порождающих их циклов теории мониторинга.

Напомню читателю, что в теории мониторинга существует два цикла: цикл развития и цикл старения. В свою очередь в цикле старения существует наиболее важная и интересная зона — зона разрушения. Сценарий разрушения я разработал в разделе "Слабый экстремальный пограничный слой"; подробное и обстоятельное исследование этого сценария содержится в этом разделе. Второй сценарий — сценарий развития — мною установлен в главе "Странный аттрактор Лоренца". Механизм возникновения турбулентности по сценарию разрушения выглядит следующим образом.

Здесь ламинарное состояние реализовано в цикле старения; с течением времени структура (ламинарный поток) ухудшается и наступает момент, когда она входит в зону разрушения. По достижении момента разрушения ламинарный поток разрушается, и виртуальная сплошная среда должна найти другой способ существования, приводящий к развитию новой структуры. Новая структура хорошо известна — это турбулентный поток. Таким образом, сценарий разрушения предполагает два события: разрушение старой (ламинарной) структуры и возникновение новой (турбулентной) структуры. Эти два события разделяет мгновение, измеряемое длительностью ядра ЭПС.

В сценарии развития ламинарный поток расположен на цикле развития. Здесь с течением времени идет процесс роста структурной энтропии. Наконец, наступает критическое значение времени, имеющее максимальное значение структурной энтропии.

После критического значения времени структура войдет в цикл старения; но виртуальная сплошная среда сопротивляется старению. Это сопротивление и привело к важному решению: способный стареть ламинарный поток прекращает свое существование в критической точке, и на смену ему возникает "нестареющий" турбулентный поток.

Интересно то, что в обоих случаях турбулентный поток играет позитивную роль; в одном случае он предотвращает разрушение, а в другом — приостанавливает старение. Этот факт приводит к заключению о том, что турбулентный поток имеет более высокую организацию, чем ламинарный поток.

Здесь же я напомним ключевую роль ротора (вихря); именно ротор реализует механизмы повышения организации виртуальной сплошной среды. По сути, в Природе ротор выступает в роли универсальной организующей сущности.

§ 5. Асимптотика потока

Как известно, матрица плотности импульса Λ имеет двойственное представление

$$A_0: \quad \Lambda \triangleq \begin{Bmatrix} \Lambda(z) \\ \Lambda(q) \end{Bmatrix}.$$

На основе материалов главы "Хаос и внутреннее время" в кольце $\varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}$ ряд Лорана первой компоненты двойственности имеет вид

$$\lambda_j = \frac{\bar{\lambda}_j}{z} + \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\lambda}_{kj} z^k; \quad j = 1, 2, 3.$$

Ясно, что в этом случае в окрестности ядра ЭПС поток будет описываться уравнениями

$$A_1: \quad \dot{q} = \frac{\bar{\Lambda}}{z} q; \quad \bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_n\}.$$

Также хорошо известное решение этого уравнения выглядит так

$$q = q_0 z^{\bar{\Lambda}}.$$

В этом случае в терминах второй компоненты двойственности A_0 поток A_1 будет

$$A_2: \quad \dot{q} = \frac{\beta}{q^\alpha}; \quad \alpha = \frac{1}{\bar{\Lambda}} - 1.$$

Это уравнение дает основание для введения следующего представления

$$\Lambda \triangleq \frac{\bar{\lambda}_0}{q^{\alpha+1}} + \tilde{\Lambda}; \quad \frac{\bar{\lambda}_0}{q^{\alpha+1}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\bar{\lambda}_{01}}{q_1^{\alpha+1}} \\ \frac{\bar{\lambda}_{02}}{q_2^{\alpha+1}} \\ \frac{\bar{\lambda}_{03}}{q_3^{\alpha+1}} \end{array} \right\|.$$

Этому представлению будет соответствовать нормальный поток

$$A_3: \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{\bar{\lambda}_0}{q^\alpha} + \tilde{\Lambda} \mathbf{q}.$$

В этом уравнении заранее неизвестный параметр α определяется той или иной конкретизацией виртуальной сплошной среды; в нашей теории турбулентности — уравнениями Навье-Стокса.

Для потока A_3 из уравнений Навье-Стокса следует порядковое уравнение

$$A_4: \quad \ddot{\mathbf{q}} \sim \Delta \dot{\mathbf{q}}.$$

С другой стороны, из уравнения A_3 следует уравнение

$$A_5: \quad \ddot{\mathbf{q}} = -\frac{\alpha \bar{\lambda}_0^2}{q^{2\alpha+1}} + (\dot{\tilde{\Lambda}} + \tilde{\Lambda}^2) \mathbf{q}.$$

Если в окрестности ядра ЭПС $\mathbf{q} \sim O(\varepsilon)$, то из уравнений A_2 и A_5 следует

$$\dot{\mathbf{q}} \sim \frac{1}{O(\varepsilon^\alpha)}; \quad \ddot{\mathbf{q}} \sim \frac{1}{O(\varepsilon^{2\alpha+1})}; \quad \Delta \dot{\mathbf{q}} \sim \frac{1}{O(\varepsilon^{\alpha+2})}.$$

Теперь на основе этих асимптотических оценок, из порядкового уравнения получаем

$$2\alpha + 1 = \alpha + 2.$$

Это уравнение и приводит к основному результату.

$$A_6: \quad \alpha = 1.$$

Результат A_6 имеет чрезвычайно важное значение в теории турбулентности.

Во-первых, здесь я прямыми вычислениями установил, что энтропийным многообразием турбулентного потока является особое Гильбертово поле.

Второе обстоятельство: сплошная среда турбулентного потока — диффузная среда.

И третье: в ЭПС турбулентного потока содержится энтропийный (гиперболический) импульс.

§ 6. Импульс

Подтвержденный прямыми вычислениями §5 факт существования в турбулентном потоке, описываемом комплексными уравнениями Навье-Стокса энтропийного (гиперболического) импульса требует дополнительного анализа, который я и представил ниже.

Из материалов главы "Гиперболическое многообразие" следует, что в общем случае импульс может быть представлен в виде

$$B_1 : \quad p \triangleq p_0 + \tilde{p},$$

$$p_0 \triangleq \frac{\varkappa}{q}; \quad \frac{\varkappa}{q} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\varkappa}{q_1} \\ \frac{\varkappa}{q_2} \\ \frac{\varkappa}{q_3} \end{array} \right\|.$$

Здесь

p_0 — энтропийный (гиперболический) импульс,

\tilde{p} — внешний импульс.

Гиперболический импульс полезно рассматривать в качестве опорного импульса. Отсюда получаем семантическую формулу:

$$\text{импульс} = \text{опорный импульс} + \text{внешний импульс}$$

Важное значение имеет тот факт, что параметр \varkappa является малой величиной $\varkappa \sim O(\varepsilon)$. На основании этого факта получаем, что вне ЭПС две дивергенции практически совпадают.

$$\text{div} p \simeq \text{div} \tilde{p}; \quad |z| \geq \sqrt{\varepsilon}.$$

Именно это свойство и дает правдоподобное объяснение причины задержки включение гиперболического импульса в теоретическую физику и развития энтропийной онтологии Вселенной и окружающей нас Действительности. Ясно, что акт включения гиперболического импульса с неизбежностью приведет к переходу на мою энтропийную концептуальную модель.

Если для значения показателя $\alpha = 1$, характерного в частном случае для комплексных уравнений Навье-Стокса сравнить уравнение $A_3 \S 5$ и импульс B_1 , то мы установим следующее.

При $\lambda_0 = \infty E$ уравнение A_3 будет

$$B_2 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \tilde{\mathbf{p}}; \mathbf{p}_0 = \frac{\infty}{\mathbf{q}}; \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\Lambda} \mathbf{q}.$$

Здесь я строго установил справедливость принятого по определению в §3 условия

$$\mathbf{p} \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{v}; \quad \dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{q}}.$$

Общий вывод имеет следующую формулировку.

Утверждение XVI.1. *В сплошной среде, описываемой комплексными уравнениями Навье-Стокса, импульс определяется так*

$$\mathbf{p} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{p}_0 + \tilde{\mathbf{p}} \\ \mathbf{q} \end{array} \right\}; \mathbf{p}_0 = \frac{\infty}{\mathbf{q}}; \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\Lambda} \mathbf{q}.$$

Это утверждение дает ответ на вопрос о структуре импульса турбулентного потока. Замечу, что задача установления связи импульса с потоком " $\dot{\mathbf{q}}$ " является важным звеном изучения виртуальной сплошной среды.

При этом уравнение $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p}$ не обладает общностью; оно характерно только для определенного типа сплошных сред и выступает в роли определяющего уравнения.

§ 7. Два метода описания

Значение показателя $\alpha = 1$ открывает возможность описания задач теории и практики турбулентности двумя различными методами. Эти методы различаются многообразиями, в которых изучается турбулентный поток. В первом методе задача изучается в комплексном конфигурационном пространстве, тогда как во втором — на особом многообразии потенциала ускорений. Моя теория турбулентности является теорией особого многообразия потенциала ускорений и в ней основным является второй метод; но

в ряде случаев оказывается полезным обращение и к первому методу. Один из таких случаев и описан ниже; при этом собственно случаю я предпослал изложение исходных положений и символьных конструкций первого метода.

Характерной чертой первого метода является отсутствие в его символьной технике импульса; поэтому его можно изложить без обращения к понятию "импульс". Это означает, что в методе уравнения Навье-Стокса выступают не в роли основных уравнений, а в роли определяющих уравнений.

Для числового значения показателя $\alpha = 1$ из уравнений A_3, A_5 следуют уравнения

$$B_1: \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{\beta}{\mathbf{q}} + \tilde{\Lambda} \mathbf{q},$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\frac{\beta^2}{\mathbf{q}^3} + (\dot{\tilde{\Lambda}} + \tilde{\Lambda}^2) \mathbf{q}.$$

С другой стороны в уравнениях Навье-Стокса

$$\frac{dv}{dz} = \ddot{\mathbf{q}}; \quad \forall v = \dot{\mathbf{q}},$$

$$\Delta v = \frac{2\beta}{\mathbf{q}^3} + \Delta \tilde{\Lambda} \mathbf{q}; \quad \frac{1}{\mathbf{q}^3} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_1^3} \\ \frac{1}{q_2^3} \\ \frac{1}{q_3^3} \end{array} \right\|.$$

Теперь уравнениям Навье-Стокса можно придать вид

$$B_2: \quad \ddot{\mathbf{q}} = F - grad \Pi + \nu \left(\frac{2\beta}{\mathbf{q}^3} + \Delta \tilde{\Lambda} \mathbf{q} \right).$$

Объединение уравнений B_1, B_2 приводит к двойственности

$$B_3: \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{cases} -\frac{\beta^2}{\mathbf{q}^3} + (\dot{\tilde{\Lambda}} + \tilde{\Lambda}^2) \mathbf{q} \\ F - grad \Pi + \nu \left(\frac{2\beta}{\mathbf{q}^3} + \Delta \tilde{\Lambda} \mathbf{q} \right) \end{cases}.$$

Очевидное условие компенсации членов, содержащих $\frac{1}{q^3}$ приводит к важному результату — значению коэффициента β

$$B_4: \quad \beta = -2\nu.$$

Собственно, задача нахождения коэффициента β и определяет первый случай целесообразности обращения к первому методу.

Ради формулы B_4 я предпринял приведенный выше простой символичный вывод.

Формула B_4 приводит к следующему уравнению

$$B_5: \quad (\dot{\tilde{\Lambda}} + \tilde{\Lambda}^2)\mathbf{q} = F - \text{grad}\Pi + \nu \Delta \tilde{\Lambda}\mathbf{q}.$$

Сюда следует добавить важную деталь; матрица плотности импульса, как правило, удовлетворяет известному уравнению сплошности

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \tilde{\lambda}_j}{\partial y_j} = 0.$$

§ 8. Первая задача

I. Более подробно изучим характерную задачу турбулентного потока в отсутствие внешней силы в двумерном комплексном конфигурационном пространстве. Я здесь введу очевидное условие

$$Sp\tilde{\Lambda} = 0,$$

приводящее к знакомой симметрии

$$\tilde{\lambda}_2 = -\tilde{\lambda}_1.$$

Введенные дополнительные условия дают возможность преобразовать векторное уравнение B_5 в систему двух уравнений

$$D_0: \quad \dot{\tilde{\lambda}}_1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{q_1}\frac{\partial}{\partial q_1} - \frac{1}{q_2}\frac{\partial}{\partial q_2}\right)\Pi + \nu\left(\frac{1}{q_1}\Delta \tilde{\lambda}_1 q_1 + \frac{1}{q_2}\Delta \tilde{\lambda}_1 q_2\right),$$

$$\tilde{\lambda}_2^1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{q_1}\frac{\partial}{\partial q_1} - \frac{1}{q_2}\frac{\partial}{\partial q_2}\right)\Pi.$$

Теперь нам необходимо обсудить один методический прием. В уравнениях $\{B_5, D_0\}$ функция Π имеет характерные черты, широко распространенной в аналитической механике потенциальной

энергии. Это сходство наводит на мысль применить для дальнейшего исследования классический прием аналитической механики: задавать функцию Π и дальнейшее исследование выполнять для заданной функции Π . При этом часто функцию Π отождествляют с внешней средой и акт задания функции Π в этой интерпретации означает задание внешней среды (внешнего поля). В гидродинамике действуют обратным путем; функция Π , имеющая смысл давления, вносится в число неизвестных количеств и подлежит определению в процессе решения.

В частном случае, адекватным в некотором смысле однородной турбулентности

$$\left(\frac{1}{q_2} \frac{\partial}{\partial q_1} - \frac{1}{q_2} \frac{\partial}{\partial q_2} \right) \Pi = 0$$

и система D_0 будет

$$D_1: \quad \tilde{\lambda}_1 = \nu \left(\frac{\Delta \tilde{\lambda}_1 q_1}{q_2} + \frac{\Delta \tilde{\lambda}_1 q_2}{q_2} \right); \quad \tilde{\lambda}_1^2 = -\frac{1}{2} \frac{1}{q_1} \frac{\partial}{\partial q_1} \Pi.$$

Вводя для функции Π новое представление

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} \triangleq q_1 (\varphi_0 + 2\varphi_1 \tilde{\lambda}_1),$$

я из второго уравнения системы получаю квадратное уравнение и его решение

$$D_2: \quad \tilde{\lambda}_1^2 + 2\varphi_1 \tilde{\lambda}_1 + \varphi_0 = 0; \quad \tilde{\lambda}_1 = -\varphi_1 \pm \sqrt{\varphi_1^2 - \varphi_0}.$$

Корень квадратного уравнения D_2 дает простой и ясный механизм возникновения турбулентности. Основные позиции этого механизма следующие:

1. Необходимым условием существования турбулентного потока является условие

$$\text{sign} \varphi_0 = 1$$

2. Для значений $\varphi_0 < \varphi_1^2$ существует ламинарный поток.
3. При $\varphi_0 > \varphi_1^2$ существует турбулентный поток.
4. Переход ламинарного потока в турбулентный происходит при

$$\varphi_0 = \varphi_1^2 \rightarrow \varphi_1 = -\tilde{\lambda}_1.$$

II. В принятое выше условие однородности турбулентности можно ввести уточнение

$$\left(\frac{1}{q_1} \frac{\partial}{\partial q_1} - \frac{1}{q_2} \frac{\partial}{\partial q_2}\right) \Pi = \varphi \left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}\right).$$

Этому условию будет соответствовать уравнение движения

$$D_3: \quad \dot{\tilde{\lambda}}_1 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}\right) \varphi + 2\nu \left(\frac{\Delta \tilde{\lambda}_1 q_1}{q_1} + \frac{\Delta \tilde{\lambda}_1 q_2}{q_2} \right) \right].$$

Задача имеет эффективное изящное решение для одного класса турбулентных потоков, задаваемого формулой

$$D_4: \quad \tilde{\lambda}_1 = a(q_1 - q_2) + a_0.$$

В этом случае уравнение движения сплошной среды будет

$$\dot{\tilde{\lambda}}_1 = \left(a\nu + \frac{1}{2}\varphi\right) \left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}\right).$$

С другой стороны, поток "q" примет следующий вид

$$D_5: \quad \dot{q}_1 = \frac{\beta}{q_1} + \tilde{\lambda}_1 q_1,$$

$$\dot{q}_2 = \frac{\beta}{q_2} - \tilde{\lambda}_1 q_2,$$

$$\tilde{\lambda}_1 = a(q_1 - q_2) + a_0.$$

Уравнение потока D_5 дает

$$\dot{\tilde{\lambda}}_1 = a\beta \left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}\right) + a^2(q_1^2 - q_2^2) + aa_0(q_1 + q_2).$$

Два уравнения для $\tilde{\lambda}_1$ формируют двойственность

$$D_6: \quad \dot{\tilde{\lambda}}_1 = \begin{cases} \left(a\nu + \frac{1}{2}\varphi\right) \left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}\right) \\ a\beta \left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}\right) + a^2(q_1^2 - q_2^2) + aa_0(q_1 + q_2) \end{cases}$$

Таким образом, здесь я построил точное аналитическое решение одной частной задачи турбулентности; получено уравнение потока D_5 . Уникальность этого точного решения обязана тому удручающему факту, что до настоящего времени в проблеме турбулентности не известно ни одного точного решения.

§ 9. Сценарий возникновения турбулентности

У нас теперь накопилось достаточно материала для окончательного выбора единственного сценария возникновения турбулентности, из двух сценариев описанных в §4. Этот вопрос наиболее просто решается для двумерного комплексного конфигурационного пространства.

На гиперболическом многообразии, характеризуемом условием

$$\hat{\lambda}_2 = -\tilde{\lambda}_1,$$

поток будет

$$\dot{q}_1 = \left(\frac{\beta}{q_1^2} + \tilde{\lambda}_1 \right) q_1,$$

$$\dot{q}_1 = \left(\frac{\beta}{q_2^2} - \tilde{\lambda}_2 \right) q_2.$$

Отсюда

$$\lambda_1 = \frac{\beta}{q_1^2} + \tilde{\lambda}_1; \quad \lambda_2 = \frac{\beta}{q_2^2} - \tilde{\lambda}_1.$$

Этому значению матрицы плотности импульса соответствует уравнение структурной энтропии

$$S_0: \quad \frac{dH_q}{dz} = \beta \left(\frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} \right).$$

Как следует из формулы В₄ §7 для уравнений Навье-Стокса $\text{sign} \beta = -1$ и в области

$$S_1: \quad \text{sign} \left(\frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} \right) = 1; \quad \text{sign} \frac{dH_q}{dz} = -1.$$

В этой области сплошная среда находится в цикле разрушения и турбулентность будет возникать по сценарию "разрушение".

Поскольку цикл разрушения реализуется в ламинарном потоке, то условие S_1 будет справедливо всегда. Это и приводит к заключительному утверждению.

Утверждение XVI.2. В сплошной среде, описываемой уравнениями Навье-Стокса, возникновение турбулентности происходит по сценарию разрушения.

Здесь будет полезным простейший анализ решения уравнения потока. В окрестности ядра ЭПС приведенная выше система уравнений потока выразится в два независимых уравнения.

$$\frac{dq_1^2}{dz} = 2\beta; \quad \frac{dq_2^2}{dz} = 2\beta.$$

Решения этих уравнений (для определенности — первого) в случае $\text{sign}\beta = -1$ имеет вид

$$q_1 = \pm \sqrt{D_0 - 2|\beta|z}.$$

Принимая вне ядра $z = t$, и полагая $D_0 = 2|\beta|\varepsilon$ этому решению придадим форму

$$S_2: \quad q_1 = \pm \sqrt{2|\beta|} \sqrt{\varepsilon - t}; \quad |t| > \varepsilon.$$

Ряд основных фактов механизма возникновения турбулентности по сценарию разрушения содержится в формуле S_2 .

Например:

1. При $\text{sign}t = -1$; $q_1 = \text{Re}q_1$ и поток будет ламинарным.
2. При $\text{sign}t = 1$; $q_1 = \text{Im}q_1$ и поток будет турбулентным.

Таким образом, формула S_2 правильно описывает механизм перехода ламинарного потока в турбулентный.

Но формула S_2 — широко известная формула одномерной диффузии.

§ 10. Заключение

1. Турбулентность — форма существования вихревых структур.
2. Комплексное фазовое пространство — естественная среда обитания турбулентности.
3. В современную теорию турбулентности необходимо привносить новые физические принципы; нетипичные для классической гидродинамики. Одним из новых принципов будет включение в проблему турбулентности комплексного фазового пространства и комплексных уравнений Навье-Стокса.
4. Другой, более общий принцип, здесь также очевиден: это принцип максимума энтропии Панченкова.
5. Еще один принцип также очевиден — развитие теории турбулентности, как специального раздела теории ЭПС.
6. Турбулентность возникает в ЭПС.

7. Причина турбулентности обязана прекращению существования ламинарного потока. Разрушение ламинарного потока прямо не связано с устойчивостью движения жидкости; речь идет не о потере устойчивости, а о разрушении одной структуры (ламинарного потока) и о возникновении, вслед за разрушением, другой структуры (турбулентного потока).
8. Разрушение и возникновение происходит в хаосе, что и определяет ключевую роль ЭПС.
9. Продолжавшийся в течении всего предшествующего материала книги, анализ и поиск сущностей, определяющих состояние ЭПС, привел к окончательному итогу; в комплексном фазовом пространстве есть только две сущности:
 - 1) вихрь (вихревая структура), 2) диссипация.
10. В отличие от комплексного фазового пространства, в вещественном фазовом пространстве определяющими являются три сущности: 1) диссипация, 2) вихрь, 3) вихревая структура.
11. Расширение вещественных уравнений Навье-Стокса в комплексное фазовое пространство имеет вид комплексных уравнений Навье-Стокса.
12. Существует два сценария возникновения турбулентности:
 - 1) сценарий разрушения, 2) сценарий развития.
 Сценарий разрушения я разработал в разделе "Слабый экстремальный пограничный слой"; тогда как сценарий развития мною установлен в странном аттракторе Лоренца.
13. Турбулентность, описываемая уравнениями Навье-Стокса, возникает по сценарию разрушения.
14. Турбулентный поток имеет более высокую организацию, чем ламинарный поток.
15. Вихрь (ротатор) реализует механизмы повышения организации.
16. В Природе ротор выступает в роли универсальной организующей сущности.
17. Экстремальный пограничный слой комплексных уравнений Навье-Стокса — диффузионный.
18. Энтропийное многообразие, на котором существует турбулентность — особое многообразие потенциала ускорений; либо особое Гильбертово поле.

Глава XVII

Сноп

Содержание

§1. Сноп	428
§2. Ортогональный поток	430
§3. Инварианты снопа	434
§4. Расширение на многообразие потенциала ускорений	439
§5. Потенциал плотности импульса	441
§6. Предельное состояние	444
§7. Инвариант уравнений Навье-Стокса	447
§8. Характерные примеры	451
§9. Другой вид уравнений Навье-Стокса	453
§10. Заключение	454

§ 1. Сноп

I. Для более глубокого исследования и анализа проблемы турбулентности нам необходимы дальнейшие продвижения в теории энтропийной непрерывной группы G . Настоящая глава и посвящена, в основной части, развитию теории энтропийной группы. Полученные на этом пути новые, имеющие принципиальное значение, результаты я применил к проблеме поиска инвариантов комплексных уравнений Навье-Стокса. Открытый инвариант уравнений Навье-Стокса представляет значительное продвижение в общей теории турбулентности. Полученные в настоящей главе, новые результаты теории энтропийной группы, в некотором смысле, концентрируются вокруг понятия "сноп". Именно конструкция "снопа" открывает возможности для понимания сути дела, обязанному семантике и интерпретации организующих процессов над непрерывной группой G .

Введение в теорию конструкции "снопа" я начну с изложения двух расширений фазовых пространств. В случае вещественного фазового пространства я, в дополнение к трехмерному евклидову пространству R^3 , введу вещественное пространство Минковского $R_{3,1}^4$.

Теперь в нашем распоряжении будут два вещественных конфигурационных пространства:

1. Конфигурационное пространство

$$\Omega_q = \{q \mid \Omega_q \subset R^3\}$$

2. Расширенное конфигурационное пространство

$$\Sigma\Omega_q = \{q \mid \Sigma\Omega_q \subset R_{3,1}^4\}$$

Напомним, что скалярное произведение в пространстве Минковского $R_{3,1}^4$ будет

$$(a \mid b)_{R_{3,1}^4} = \sum_{j=1}^3 a_j b_j - a_4 b_4.$$

В другом случае комплексного евклидова пространства \mathbb{C}^3 , нам необходимо ввести комплексное пространство Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ со скалярным произведением

$$(a \mid b)_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = \sum_{j=1}^3 a_j \bar{b}_j - a_4 \bar{b}_4.$$

Здесь \bar{b} — комплексно сопряженное количество.

В этом варианте мы располагаем двумя комплексными конфигурационными пространствами:

1. Конфигурационное пространство

2. Расширенное конфигурационное пространство

$$\Sigma\Omega_q = \{q \mid \Sigma\Omega_q \subset \mathbb{C}_{3,1}^4\}$$

II. Сделаем первый шаг; выделим в расширенном конфигурационном пространстве (вещественном, либо комплексным) конгруэнцию

$$\partial_k \subset \Sigma\Omega_q$$

и расположим на конгруэнции нормальный поток

$$\dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \partial_k.$$

Теперь будем постулировать существование второй конгруэнции

$$\partial_{\perp k} \subset \Sigma\Omega_q$$

На второй конгруэнции $\partial_{\perp k}$ расположим другой поток \dot{q}_{\perp} , ортогональный нормальному потоку (ортогональный поток). Условие ортогональности потоков имеет известный вид:

1. Вещественное расширенное конфигурационное пространство

$$(\dot{q} \mid \dot{q}_{\perp})_{R_{3,1}^4} = 0$$

2. Комплексное расширенное конфигурационное пространство

$$(\dot{q} \mid \bar{\dot{q}}_{\perp})_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = 0$$

Новую конструкцию "сноп" я ввел следующим определением.

Определение XVII.1. *Снопом называется совокупность маршрутов, расположенных на объединении конгруэнций*

$$\mathfrak{E}_k \cup \mathfrak{E}_{\perp k} \subset \Sigma \Omega_q$$

расположенных в расширенном конфигурационном пространстве, включающая нормальный и ортогональные потоки.

III. В процессе концептуального оформления снопа я сформулировал две аксиомы:

1. Аксиома внутреннего времени. *Входящий в состав снопа, нормальный поток, обладает внутренним временем.*
2. Аксиома организации. *Входящая в состав объединения конгруэнций $\mathfrak{E}_k \cup \mathfrak{E}_{\perp k}$, конгруэнция нормального потока задана над топологической (энтропийной) группой G .*

В соответствие с первой аксиомой, одним из базовых уравнений снопа будет уравнение внутреннего времени

$$\frac{ds}{dz} = w ; w = Sp\Lambda ; \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

В свою очередь, вторая аксиома привносит в сноп генератор группы G .

$$v = s - u ; u = \ln \Pi q ; \Pi q = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3.$$

§ 2. Ортогональный поток

I. Для определения структуры ортогонального потока воспользуемся известным свойством группы G : нормальный поток \dot{q} обладает симметрией — на маршруте конгруэнции \mathfrak{E}_k , генератор группы $v = s - u$ — сохраняющаяся величина.

Эта симметрия позволяет ввести следующую специальную гипотезу: в снопе существует параметр l , для которого ортогональный поток будет градиентным потоком.

$$A_0 : \quad \frac{dq_{\perp}}{dl} = -grad v ; q_{\perp} \in \mathfrak{E}_{\perp k}.$$

Присоединяя к этому уравнению уравнение нормального потока, мы приходим к уравнениям снопа.

$$A_1 : \quad \frac{dq}{dl} = \Lambda q ; q \in \mathfrak{E}_k,$$

$$\frac{dq_{\perp}}{dl} = -gradv ; q_{\perp} \in \mathfrak{D}_{\perp k},$$

$$v = s - u ; u = \ln \Pi q ; q_j = q_{\perp j} ; j = 1, 2, 3,$$

$$gradv = \left\| \begin{array}{c} -\frac{1}{q_{\perp 1}} \\ -\frac{1}{q_{\perp 2}} \\ -\frac{1}{q_{\perp 3}} \\ -\frac{\partial s}{\partial q_{\perp 4}} \end{array} \right\|.$$

В уравнениях A_1 я принял естественное условие

$$q_4 = q_4(l) ; q_{\perp 4} = q_{\perp 4}(l) ; \dot{s} = s(l) = s(q_{\perp 4}).$$

В случае вещественного фазового пространства и конфигурационного пространства, расположенного в пространстве Минковского $R_{3,1}^4$, справедлива следующая теорема.

Теорема XVII.1 В масштабе энтропийного внутреннего времени градиентный поток в пространстве Минковского $R_{3,1}^4$

$$\frac{dq_{\perp}}{ds} = -gradv ; q_{\perp} \in R_{3,1}^4,$$

$$v = s - u ; u = \ln \Pi q ; \Pi q = q_{\perp 1} \cdot q_{\perp 2} \cdot q_{\perp 3} ; q_{\perp 4} = s,$$

$$gradv = \left\| \begin{array}{c} -\frac{1}{q_{\perp 1}} \\ -\frac{1}{q_{\perp 2}} \\ -\frac{1}{q_{\perp 3}} \\ -1 \end{array} \right\|$$

ортогонален потоку

$$\frac{dq}{ds} = \Lambda_s q ; q \in R_{3,1}^4,$$

$$\Lambda_s = \text{diag}\{\lambda_{1s}, \lambda_{2s}, \lambda_{3s}, -1\},$$

в котором

$$\Lambda_s = \frac{\Lambda}{w}; \quad w = Sp\Lambda$$

и матрица Λ — матрица нормального потока

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \Lambda\mathbf{q}$$

в расширенном конфигурационном пространстве

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, -w\}.$$

Доказательство

Условие ортогональности потоков в пространстве Минковского $R_{3,1}^4$

$$(\dot{\mathbf{q}} \mid \dot{\mathbf{q}}_\perp)_{R_{3,1}^4} = 0,$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds}; \quad \dot{\mathbf{q}}_\perp = \frac{d\mathbf{q}_\perp}{ds}$$

для потоков формулировки теоремы, удовлетворяющих условию согласования

$$q_j = q_{j\perp}; \quad j = 1, 2, 3$$

примет вид

$$(\lambda_s \mathbf{q} \mid \frac{1}{\mathbf{q}})_{R^3} - 1 = 0.$$

Из этого условия получаем

$$\sum_{j=1}^3 \lambda_{js} = 1.$$

Поскольку $\lambda_{js} = \frac{\lambda_j}{w}$, то это условие будет

$$\sum_{j=1}^3 \lambda_j = w.$$

Но $\sum_{j=1}^3 \lambda_j = Sp\Lambda$ и мы восстанавливаем исходный результат

$$w = Sp\Lambda.$$

Теорема доказана. ■

II. Замечательным и уникальным свойством ортогонального потока является симметрия — инвариантность его структуры. Оказывается, что ортогональный поток для произвольных любых реализаций нормального потока в пространстве Минковского $R_{3,1}^4$ сохраняет свою структуру. Эту инвариантную структуру легко установить. В соответствии с теоремой XVII.1 ортогональный поток имеет вид

$$\frac{dq_{\perp}}{ds} = \frac{1}{q_{\perp}}; \quad q_{\perp} \in R^3; \quad \frac{dq_{\perp 4}}{ds} = 1,$$

Отсюда

$$A_3: \quad q_{\perp} = \sqrt{2s}E.$$

Но формула A_3 нам уже известна; она описывает однородную диффузию.

Этот результат приводит к важному заключению: *в вещественном фазовом пространстве в масштабе энтропийного внутреннего времени ортогональный поток имеет структуру диффузионного потока.*

Второй вывод здесь достаточно очевиден: инвариантность ортогонального потока существует только в масштабе энтропийного времени. При переходе от энтропийного времени к внешнему времени возникает $Sp\Lambda$, учитывающий конкретизацию нормального потока.

III. В моей символьной обработке ортогонального потока имеется характерная деталь; ортогональный поток определяется инвариантом нормального потока. И роль инварианта выполняет генератор непрерывной группы G . Этот факт приводит к мысли о распространении этой идеи на нормальный поток.

Тем более, мы установили важное звено; ортогональный поток расположен на особом Гильбертовом поле.

Теперь, поступая аналогичным образом, нам необходимо установить инвариант ортогонального потока; и наделить этот инвариант свойствами потенциала нормального потока. Первым шагом в реализации этой идеи будет достаточно естественное предположение о том, что ортогональный поток расположен на особом Гильбертовом поле.

На особом Гильбертовом поле уравнение потенциала ускорений примем в виде

$$\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial s} = \Theta_{\perp}.$$

Здесь

Ψ_{\perp} — потенциал импульса ортогонального потока,

Θ_{\perp} — потенциал ускорений ортогонального потока.

Сделав второй шаг, предположив, что потенциал импульса Ψ_{\perp} принадлежит группе G я установил следующую теорему.

Теорема XVII.2 Если на особом Гильбертовом поле потенциал импульса Ψ_{\perp} принадлежит энтропийной группе G , то в снопе существует симметрия: потенциал ускорений — сохраняющаяся величина.

Доказательство. Если $\Psi_{\perp} \in G$, то

$$\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial s} = \frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial v}.$$

Для выбранной конкретизации маршрута на конгруэнции нормального потока \mathcal{E}_k генератор группы G сохраняет постоянное значение. Тогда, в случае существования симметрии $v = \text{const}$ будут выполняться законы сохранения

$$v = \text{const} ; \Psi_{\perp} = \text{const} ; \frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial v} = \text{const}.$$

С другой стороны, обращаясь к уравнению потенциала ускорений получаем

$$\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial v} = \Theta_{\perp}.$$

Теперь из закона сохранения $\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial v} = \text{const}$ следует

$$\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial v} = \text{const} \rightarrow \Theta_{\perp} = \text{const}.$$

Теорема доказана. ■

§ 3. Инварианты снопа

I. Сноп, как геометрический объект, может быть представлен так

$$L_0 : \quad \mathcal{E}_c = \{q, q_{\perp} \mid q \in \mathcal{E}_k ; q_{\perp} \in \mathcal{E}_{\perp k} ; \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_k \times \mathcal{E}_{\perp k}\}.$$

На этом геометрическом объекте существуют инварианты, и нашей очередной задачей будет формулировка этих инвариантов. Первым инвариантом будет генератор группы G .

$$L_1 : \quad v = \text{const} ; v = s - u ; u = \ln \Pi q ; \Pi q = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3.$$

На особом Гильбертовом поле мы устанавливаем другой инвариант

$$L_2: \quad \frac{d\Psi_{\perp}}{dz} = 0; \quad \Psi_{\perp} = \Psi_{\perp}(v).$$

Из этого инварианта следует: *если в нормальном потоке выполняется закон сохранения L_1 , то в ортогональном потоке будет справедлив закон сохранения*

$$L_3: \quad \Psi_{\perp} = const.$$

В этом случае на основании теоремы XVII.2 устанавливается ещё один инвариант.

Если потенциал ускорений связан с потенциалом импульса уравнением

$$\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial s} = \Theta_{\perp},$$

то на энтропийной группе G будет существовать инвариант

$$L_4: \quad \Theta_{\perp} = \Theta_0; \quad \Theta_0 = const.$$

Здесь нужно сделать важное замечание. Если на особом Гильбертовом поле в качестве времени выбрано внешнее время " t ", то уравнение потенциала ускорений будет иметь традиционный вид

$$\frac{\partial \Psi_{\perp}}{\partial t} = \hat{\Theta}_{\perp}.$$

При этом потенциалы $\{\Theta_{\perp}, \hat{\Theta}_{\perp}\}$ связаны уравнением

$$L_5: \quad \hat{\Theta}_{\perp} = w\Theta_{\perp}.$$

Уравнение L_5 приводит к другой формулировке закона сохранения L_4

$$L_6: \quad \hat{\Theta}_{\perp} = w\Theta_0.$$

Закон сохранения L_6 представляет записанный в других обозначениях, хорошо известный инвариант группы G . Если перобозначить

$$\hat{\Theta}_{\perp} = \Theta; \quad \Theta_0 = -\infty,$$

то уравнение L_6 перейдет в уравнение D_4 главы "Гиперболическое многообразие".

Полезно напомнить читателю, что инвариант L_6 содержит один особый случай. Если $w = 0$, то инвариант L_6 приобретает вид

$$L_7: \quad \hat{\Theta}_\perp = 0.$$

Этот особый случай описывает состояние ортогонального потока с остановленным энтропийным временем.

Подводя промежуточный итог, я констатирую, что сноп с конгруэнцией $\mathcal{E}_{\perp k}$, расположенный на особом Гильбертовом поле, содержит три инварианта:

1. v — генератор группы G ,
2. Ψ_\perp — потенциал импульса,
3. Θ_\perp — потенциал ускорений.

Но здесь возникает важная деталь; на энтропийной группе G потенциал импульса является функцией генератора группы

$$\Psi_\perp = \Psi_\perp(v)$$

Отсюда следует, что генератор группы G порождает бесконечное число законов сохранения L_2 , в некотором смысле, адекватных друг другу. Поэтому мы можем генератор группы G исключить из числа инвариантов и сохранить только два:

1. Ψ_\perp — потенциал импульса.
2. Θ_\perp — потенциал ускорений.

Теперь я доведу до читателя ещё одну деталь: говорить о двойственности "нормальный поток — ортогональный поток" можно только в привязке к конкретной точке пространства R^3 (либо \mathbb{C}^3).

В принципе мы должны постулировать существование двух обобщенных координат:

1. q — обобщенная координата нормального потока
2. q_\perp — обобщенная координата ортогонального потока

Но два потока имеют смысл при равенстве этих координат

$$q = q_\perp; \{q, q_\perp\} \in R^3 \vee \mathbb{C}^3.$$

Результатом этого будет то, что потенциалы $\{\Psi_\perp, \Theta_\perp\}$ как функции обобщенных координат будут

$$L_8: \quad \Psi_\perp = \Psi_\perp(q_\perp) = \Psi_\perp(q); \Theta_\perp = \Theta_\perp(q_\perp) = \Theta_\perp(q).$$

На основе L_8 и материалов предыдущих параграфов будет справедлива следующая привязка инвариантов к конгруэнциям, формирующих сноп

$$L_9: \quad \Psi_\perp; q_\perp \in \mathcal{E}_{\perp k}; \Theta_\perp; q \in \mathcal{E}_k.$$

Наступило время для формулирования заключительного звена идеи §2.

У нас накопилось необходимое количество фактов и возникли достаточные основания в виде второй формулы для интерпретации потенциала ускорений Θ_{\perp} , как инварианта нормального потока.

Ясно, что Θ_{\perp} , как инвариант нормального потока, может быть положен в основу построений уравнений потока " $\dot{\mathbf{q}}$ ".

Один вариант хорошо известен (см., например, главу "Гиперболическое многообразие").

Если ввести новую координату — обобщенную длительность $y = \ln \mathbf{q}$ и определить градиент

$$\text{grad} \bar{\Theta} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial y_3} \end{array} \right\| ; \quad \bar{\Theta} = \frac{\hat{\Theta}_{\perp}}{\mathfrak{x}} ; \quad \hat{\Theta}_{\perp} = w \Theta_{\perp} ,$$

то при определении матрицы плотности импульса

$$L_{10} : \quad \Lambda = \text{grad} \bar{\Theta} ,$$

мы снова приходим к уравнению M_4 §9 главы "Гиперболическое многообразие".

В результате, я пришел к интересной интерпретации.

Утверждение XVII.1 *На особом Гильбертовом поле уравнение потенциала ускорений определяет связь двух инвариантов снопа; при этом один инвариант — потенциал импульса, определяет ортогональный поток, а второй — потенциал ускорений, определяет нормальный поток.*

При этом ясно, что в основном варианте ортогональный поток

имеет вид:

$$L_{11} : \quad \frac{d\mathbf{q}_\perp}{ds} = \text{grad}\Psi_\perp ; \mathbf{q}_\perp \in R_3^4 \vee \mathbb{C}_3^4 ; \text{grad}\Psi_\perp = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi_\perp}{\partial q_{\perp 1}} \\ \frac{\partial \Psi_\perp}{\partial q_{\perp 2}} \\ \frac{\partial \Psi_\perp}{\partial q_{\perp 3}} \\ -\frac{\partial \Psi_\perp}{\partial q_{\perp 4}} \end{array} \right\|.$$

II. Если определить матрицу плотности импульса формулой L_{10} и задать ортогональный поток уравнением L_{11} , то в расширенном вещественном пространстве длительности

$$L_{12} : \quad \Sigma\Omega_y = \{y \mid \Sigma\Omega_y \subset R_{3,1}^4\}; \Omega_y = \{y \mid y = \ln \mathbf{q}, \Omega_y \subset R^3\}$$

условие ортогональности потоков приведет к условию

$$L_{13} : \quad (\text{grad}\Psi_\perp \mid \text{grad}\Theta_\perp)_{R_{3,1}^4} = 0,$$

$$\text{grad}\Psi_\perp = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi_\perp}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Psi_\perp}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \Psi_\perp}{\partial y_3} \\ -\frac{\partial \Psi_\perp}{\partial y_4} \end{array} \right\| ; \text{grad}\Theta_\perp = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta_\perp}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Theta_\perp}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \Theta_\perp}{\partial y_3} \\ -\frac{\partial \Theta_\perp}{\partial y_4} \end{array} \right\|.$$

В случае комплексного расширенного пространства длительности

$$L_{14} : \quad \Sigma\Omega_y = \{y \mid \Sigma\Omega_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4\}; \Omega_y = \{y \mid y = \ln \mathbf{q}, \Omega_y \subset \mathbb{C}^3\},$$

аналог условия L_{13} будет

$$L_{15} : \quad (\text{grad}\Psi_\perp \mid \overline{\text{grad}\Theta_\perp})_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = 0.$$

Здесь $\overline{\text{grad}\Theta_\perp}$ — комплексно сопряженный градиент.

Имеющие фундаментальное значение условия L_{13}, L_{15} утверждают о том, что в расширенном пространстве длительности потенциала ускорений и импульса ортогональны.

§ 4. Расширение на многообразии потенциала ускорений

I. На многообразии потенциала ускорений потенциал импульса не существует и, следовательно, не существует симметрия — закон сохранения потенциала импульса.

Это заставляет заново пересмотреть вопрос об инвариантах снопа при его размещении на многообразии потенциала ускорений.

В вещественном фазовом пространстве начнем исследование этого вопроса с уравнения импульса

$$K_0: \quad \frac{\partial \mathbf{p}_\perp}{\partial t} \triangleq \text{grad}\Theta_\perp; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Если ввести скалярную величину — полный импульс

$$P = (E | \mathbf{p}_\perp)_{R^3},$$

то из уравнения K_0 получаем

$$K_1: \quad \frac{\partial P}{\partial t} = (E | \text{grad}\Theta_\perp)_{R^3}.$$

Теперь мне потребуется полная производная по времени импульса \mathbf{p}_\perp на конгруэнции \mathfrak{E}_k

$$\frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} = \frac{\partial \mathbf{p}_\perp}{\partial t} + (\dot{\mathbf{q}} | \text{grad})_{R^3} \mathbf{p}_\perp; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k.$$

Поскольку

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k,$$

то

$$\frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} = \frac{\partial \mathbf{p}_\perp}{\partial t} + (\Lambda \mathbf{q} | \text{grad})_{R^3} \mathbf{p}_\perp.$$

Соответственно

$$K_2: \quad \frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + (\Lambda \mathbf{q} | \text{grad}P)_{R^3}.$$

Теперь я внесу предположение о том, что полный импульс P принадлежит энтропийной группе G .

$$K_3: \quad P \in G: \frac{dP}{dt} = 0; \quad P = (E | p_\perp)_{R^3}.$$

Итак, постулирование принадлежности полного импульса группе G приводит к симметрии — закону сохранения полного импульса.

Этот результат приводит к заключению о том, что на многообразии потенциала ускорений взамен инварианта Ψ_\perp существует другой инвариант — полный импульс.

$$P = (E | p_\perp)_{R^3}; \quad q_\perp \in \mathcal{D}_{\perp k}.$$

Теперь сноп многообразия потенциала ускорений будет иметь два инварианта

$$K_4: \quad 1. P = (E | p_\perp)_{R^3}; \quad q_\perp \in \mathcal{D}_{\perp k}; \quad 2. \Theta_\perp; \quad q \in \mathcal{D}_k.$$

Уравнение связи инвариантов получается из формул $\{K_1, K_2, K_3\}$

$$K_5: \quad (\Lambda q | \text{grad} P)_{R^3} = -(E | \text{grad} \Theta_\perp)_{R^3}.$$

Обратимся теперь к общему представлению импульса.

$$p_\perp \stackrel{\Delta}{=} p_0 + \tilde{p}_\perp; \quad p_0 = \frac{\varkappa}{q_\perp}.$$

Если принять

$$\tilde{p}_\perp = \tilde{p}_\perp(t),$$

то $\text{grad} P$ будет

$$\text{grad} P = -\varkappa \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_{\perp 1}^2} \\ \frac{1}{q_{\perp 2}^2} \\ \frac{1}{q_{\perp 3}^2} \end{array} \right\|.$$

Поскольку в снопе выполняется условие $\mathbf{q} = \mathbf{q}_\perp$; $\mathbf{q} \in \Omega_q$, то скалярное произведение примет вид

$$(\Lambda \mathbf{q} | \text{grad} P)_{R^3} = -\varkappa \left(E | \frac{\Lambda}{\mathbf{q}} \right)_{R^3}; \quad \frac{\Lambda}{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1}{q_1} \\ \frac{\lambda_2}{q_2} \\ \frac{\lambda_3}{q_3} \end{pmatrix}.$$

Для этого значения скалярного произведения из уравнения K_5 следует уравнение

$$K_6: \quad \varkappa \left(E | \frac{\Lambda}{\mathbf{q}} \right)_{R^3} = (E | \text{grad} \Theta_\perp)_{R^3}.$$

Одно из решений уравнения K_6 дает следующая формула

$$K_7: \quad \Lambda = \frac{1}{\varkappa} \frac{\partial \Theta_\perp}{\partial y}; \quad y = \ln \mathbf{q}.$$

При переобозначении $\Theta_\perp = \Theta$ формула K_7 полностью совпадает с формулой M_3 главы XV "Гиперболическое многообразие". С точностью до обозначений она также совпадает с формулой L_{10} §3 настоящей главы.

Полученные выше результаты легко обобщаются на комплексное фазовое пространство.

В свою очередь, уравнение K_7 будет справедливо и для комплексного фазового пространства.

§ 5. Потенциал плотности импульса

I. В моей теории турбулентности и, в более широком смысле, в хаотической механике ключевую роль играет потенциал плотности импульса. Потенциал плотности импульса был введен мною в настоящей книге значительно ранее главы "Снопы", и подробно, с разных точек зрения, изучался в ряде мест.

В главе "Снопы" я установил следующий важный факт.

Утверждение XVII.2 *В снопе в роли потенциала плотности импульса нормального потока выступает потенциал ускорений ортогонального потока.*

Глубокий смысл потенциала плотности импульса заключается в том, что он определяет новый, более низкий по иерархии онтологический уровень описания.

Как известно из главы "Гиперболическое многообразие" §4 и настоящей главы, исходным геометрическим объектом нового онтологического уровня является пространство длительности.

$$N_0 : \quad \Omega_y = \{y \mid y = \ln q ; \Omega_y \subset \mathbb{C}^3\}.$$

Следующим геометрическим объектом будет нормальное энтропийное многообразие

$$N_1 : \quad \mathfrak{E}_y = \{y \mid \mathfrak{E}_y \subset \Omega_y ; \Lambda ; H_q\}.$$

На нормальном энтропийном многообразии существует поток

$$N_2 : \quad \dot{y} = \Lambda ; y \in \mathfrak{E}_y ; \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3\}.$$

Обращаю внимание читателя на следующую деталь: нормальное энтропийное многообразие \mathfrak{E}_y является конгруэнцией пространства длительности. Далее, на многообразии \mathfrak{E}_y структурная энтропия имеет вид

$$N_3 : \quad H_q = (E \mid \bar{y})_{\mathbb{C}}.$$

Здесь \bar{y} — комплексно-сопряженная величина.

Располагая на нормальном энтропийном многообразии потенциал плотности импульса, мы получаем многообразие потенциала плотности импульса

$$N_4 : \quad \Pi_y = \{y \mid \Pi_y \subset \mathfrak{E}_y ; \Theta\}.$$

На многообразии Π_y плотность импульса равна градиенту потенциала плотности импульса

$$N_5 : \quad \text{grad}\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_3} \end{array} \right\|.$$

Потенциал плотности импульса с точностью до постоянного сомножителя совпадает с потенциалом ускорений ортогонального потока. Сопоставление формул K_7 и N_5 дает связь

$$\Theta = \frac{\Theta_{\perp}}{\varkappa}.$$

При задании на многообразии Π_y дивергенции

$$N_6: \quad \operatorname{div} \dot{y} = \sigma_y$$

мы получаем ещё одно сужение — соленоидальное многообразие длительности

$$N_7: \quad M_y = \{y \mid M_y \subset \Pi_y; \sigma_y\}.$$

На соленоидальном многообразии длительности потенциал плотности импульса — потенциал ускорений аннулирует дивергенцию, что приводит к уравнению Лапласа.

$$N_8: \quad \Delta \Theta = 0; \quad y \in M_y; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2}.$$

II. Теперь я обращаюсь к известному фундаментальному факту: уровень матрицы плотности импульса расположен ниже по иерархии, чем существующей в классической физике уровень описания. Это приводит к тому, что на уровне матрицы плотности импульса обнаруживается и описывается хаос, исчезающий из поля зрения на классическом уровне описания. Этот вопрос подробно изучен в книге в разделах "Слабый экстремальный пограничный слой" и "Внутреннее время". Получается, что хаос имеет свой онтологический уровень, отличный от уровня классической физики и расположенный ниже этого уровня. Уровень хаоса — это уровень матрицы плотности импульса.

Но здесь я сделал ещё один важный шаг: ввел комплексное пространство длительности. Геометрические объекты — комплексное пространство длительности, нормальное энтропийное многообразие, многообразие потенциала плотности импульса, соленоидальное многообразие длительности, и формируют онтологический уровень хаоса.

III. Выпишем теперь основные символьные конструкции соленоидального многообразия длительности.

Проблему турбулентности на многообразии M_y описывают уравнения:

$$N_9: \quad \dot{y} = \Lambda; \quad y \in M_y; \quad H_q = (E \mid \bar{y})_{\mathbb{C}},$$

$$\Lambda = \text{grad}\Theta ; \text{grad}\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial\Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial y_2} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial y_3} \end{array} \right\| ,$$

$$\Delta\Theta = 0; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2}.$$

Интересная деталь: с отождествлением потенциала ускорений с потенциалом плотности импульса проблема турбулентности обретает облик релятивистской проблемы.

§ 6. Предельное состояние

И. В течение изложения предшествующих материалов я накопил достаточно фактов для окончательного оформления математической модели предельного состояния — состояния в окрестности ядра ЭПС. Начну описание с одного простейшего характерного примера.

$$M_0 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in R,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\Lambda \mathbf{p}.$$

К этой задаче можно присоединить уравнение состояния (либо определяющее уравнение) и выполнить её решение, удовлетворяющее уравнению связи. В классической механике в качестве определяющего уравнения принимается уравнение связи импульса со скоростью

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{p}.$$

Это уравнение в ньютоновской механике и лежит в основе определения импульса. С другой стороны оно соответствует фундаментальному представлению импульса в виде один - формы

$$M_1 : \quad \mathbf{p} \stackrel{\Delta}{=} \Lambda \mathbf{q}.$$

Теперь с помощью уравнения связи из задачи M_0 получаем

$$\dot{\mathbf{p}} = (\dot{\Lambda} + \Lambda^2) \mathbf{q}.$$

Далее, второе уравнение дает

$$\dot{\mathbf{p}} = -\Lambda^2 \mathbf{q}.$$

Эти два уравнения приводят к широко известному по монографии "Энтропия" и настоящей книге уравнению

$$\dot{\Lambda} = -2\Lambda^2.$$

Решение одномерного уравнения Риккати $\Lambda = \frac{1}{2t}$ соответствует диффузии.

Итак, мы установили, что при присоединении к задаче M_0 уравнения связи M_1 , она описывает однородный диффузный поток. Но задача M_0 обладает другим замечательным свойством; она обладает инвариантом

$$M_2 : \quad \mathbf{p} \mathbf{q} = \varkappa ; \quad \varkappa = \text{const.}$$

Как известно, этот инвариант адекватен симметрии

$$H_f = \text{const}; \quad H_q = \ln \mathbf{q} ; \quad H_p = \ln \mathbf{p}.$$

В соответствие с симметрией M_2 импульс

$$\mathbf{p} = \frac{\varkappa}{\mathbf{q}}.$$

Но это наш хороший знакомый — гиперболический импульс.

Итак, третье замечательное свойство познавательной модели M_0 : в задаче M_0 существует только гиперболический импульс.

Получается, три основных свойства, которыми должна обладать предельная модель, содержаться в примере M_0 .

II. Предельная математическая модель должна удовлетворять трем аксиомам:

1. *Предельное состояние обладает симметрией: общая энтропия удовлетворяет закону сохранения $H_f = \text{const}$*
2. *На энтропийном многообразии, расположен нормальный поток*

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k$$

3. *Предельное состояние содержит только гиперболический (энтропийный импульс)*

$$p = \frac{\varkappa}{q}; \quad \frac{\varkappa}{q} = \varkappa \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_1} \\ \frac{1}{q_2} \\ \frac{1}{q_3} \end{array} \right\|.$$

Три аксиомы предельного состояния однозначно определяют предельную модель в виде

$$M_3: \quad \dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \mathcal{E}_k,$$

$$pq = \varkappa E; \quad pq = \left\| \begin{array}{c} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ p_3 q_3 \end{array} \right\|.$$

Математическая модель M_3 имеет адекватную формулировку

$$M_4: \quad \dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \mathcal{E}_k,$$

$$\dot{p} = -\Lambda p.$$

Предельная математическая модель обладает большим уровнем общности и применима в разнообразных проблемах естествознания.

Математические модели M_3 , M_4 , следует рассматривать как один из важных результатов теории экстремального пограничного слоя. Они заставляют всех нас по-новому и совершенно по-другому посмотреть на многие концептуальные проблемы механики и физики.

Математическая модель M_3 допускает, в определенном смысле, более общую формулировку

$$M_5: \quad \dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \mathcal{E}_k,$$

$$H_q = \ln \Pi q; \quad H_p = \ln \Pi p.$$

Очевидно, что эта предельная модель удовлетворяет только первым двум аксиомам. Здесь в явном виде не выделен гиперболический импульс и, следовательно, в формировании модели M_5 третья аксиома не участвует.

§ 7. Инвариант уравнений Навье-Стокса

Разместим уравнения Навье-Стокса на соленоидальном многообразии длительности

$$M_y = \{y \mid M_y \subset \Pi_y; \sigma_y\}.$$

Как известно из §5 на этом многообразии градиентный поток описывается уравнением

$$S_0: \quad \dot{y} = \Lambda; \quad y \in M_y,$$

$$\Lambda = \text{grad}\Theta; \quad \text{grad}\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial\Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial y_2} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial y_3} \end{array} \right\|.$$

Отображение этого потока на многообразии потенциала ускорений имеет вид

$$S_1: \quad \ddot{\mathbf{q}} = B\mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \Pi,$$

$$B = \text{diag}\{b_{11}, b_{22}, b_{33}\}; \quad b_{jj} = \frac{\partial}{\partial y_j} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_\xi \Theta \right) + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial y_j} \right)^2.$$

$$\angle_\xi \Theta = \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial\Theta}{\partial y_j} \right)^2.$$

Присоединяя к этому уравнению уравнение Навье-Стокса в форме уравнения B_2 главы XVII, получим двойственность

$$S_2: \quad \ddot{\mathbf{q}} = \left\{ \begin{array}{l} B\mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \Pi \\ F - \text{grad}_q \Pi + \nu \Delta \Lambda \mathbf{q} \end{array} \right\},$$

$$\text{grad}_q \Pi = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_3} \end{array} \right\|; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2}.$$

Вычисления привели к следующему значению

$$\Delta \Lambda \mathbf{q} = \mathbf{q} \text{grad} \Delta \Theta + \varphi_1,$$

$$\mathbf{q} \text{grad} \Delta \Theta = \begin{pmatrix} q_1 \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial y_1} \\ q_2 \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial y_2} \\ q_3 \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial y_3} \end{pmatrix},$$

$$\varphi_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{q_1} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_1^2} \\ \frac{1}{q_2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_2^2} \\ \frac{1}{q_3} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_3^2} \end{pmatrix}; \quad \Delta \Theta = \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2} \right) \Theta.$$

Теперь из двойственности S_2 имеем

$$S_3: \quad \text{grad}_q \Pi = -B\mathbf{q} + \nu(\mathbf{q} \text{grad} \Delta \Theta + \varphi_1) + F,$$

$$B\mathbf{q} = \mathbf{q} \text{grad} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta \right) + \varphi_2,$$

$$\mathbf{q} \text{grad} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta \right) = \begin{pmatrix} q_1 \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta \right) \\ q_2 \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta \right) \\ q_3 \frac{\partial}{\partial y_3} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta \right) \end{pmatrix}; \quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} q_1 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \right)^2 \\ q_2 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \right)^2 \\ q_3 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_3} \right)^2 \end{pmatrix}.$$

Теперь введем важное для дальнейшего представление

$$\Pi \triangleq \Pi_0 + \tilde{\Pi},$$

$$\text{grad}_q \Pi \triangleq \mathbf{q} \text{grad} F_1; \quad \mathbf{q} \text{grad} F_1 = \begin{pmatrix} q_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_1} \\ q_2 \frac{\partial F_1}{\partial y_2} \\ q_3 \frac{\partial F_1}{\partial y_3} \end{pmatrix}.$$

С учетом этого представления уравнение S_3 будет иметь вид

$$S_4: \quad \text{grad} N = M,$$

$$N = \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta - \nu \Delta \Theta + F_1,$$

$$M = \frac{\nu \varphi_1 - \varphi_2 - \text{grad}_q \tilde{\Pi} + F}{\mathbf{q}},$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\nu \varphi_{11} - \varphi_{21} - \frac{\partial}{\partial q_1} \tilde{\Pi} + f_1}{q_1} \\ \frac{\nu \varphi_{12} - \varphi_{22} - \frac{\partial}{\partial q_2} \tilde{\Pi} + f_2}{q_2} \\ \frac{\nu \varphi_{13} - \varphi_{23} - \frac{\partial}{\partial q_3} \tilde{\Pi} + f_3}{q_3} \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}; \quad \begin{aligned} \varphi_{1j} &= \frac{1}{q_j} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_j^2}; \quad j = 1, 2, 3 \\ \varphi_{2j} &= q_j \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_j} \right)^2 \end{aligned}$$

Инвариантом уравнения S_4 будет

$$N = N_0; \quad N_0 = \text{const.}$$

Без ограничения общности можно принять $N_0 = 0$, что и приводит к инварианту (первому интегралу) комплексных уравнений

Навье-Стокса

$$S_5: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta - \nu \Delta \Theta + F_1 = 0; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k,$$

$$\Delta \Theta = \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2} \right) \Theta.$$

Таким образом, я, после достаточно утомительных вычислений, получил главный результат — инвариант комплексных уравнений Навье-Стокса. Для дальнейшего полезно все формулы инварианта собрать вместе в виде сводки формул.

Сводка формул инварианта уравнений Навье-Стокса.

$$S_6: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta - \nu \Delta \Theta + F_1 = 0,$$

$$\Pi = \frac{\hat{p}}{\rho}; \quad \Pi = \Pi_0 + \tilde{\Pi}$$

$$\text{grad}_q \Pi_0 = \mathbf{q} \text{grad} F_1,$$

$$\text{grad}_q \Pi_0 = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi_0}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi_0}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Pi_0}{\partial q_3} \end{array} \right\|; \quad \mathbf{q} \text{grad} F_1 = \left\| \begin{array}{c} q_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_1} \\ q_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_2} \\ q_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_3} \end{array} \right\|,$$

$$\Delta \Theta = \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2} \right) \Theta,$$

$$\begin{array}{l} \text{grad}_q \tilde{\Pi} = M_1 \\ M_1 = F + \nu \varphi_1 - \varphi_2 \end{array}; \quad \text{grad}_q \tilde{\Pi} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial q_1} \end{array} \right\|,$$

$$\varphi_1 = \left\| \begin{array}{c} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \varphi_{13} \end{array} \right\|; \quad \varphi_2 = \left\| \begin{array}{c} \varphi_{21} \\ \varphi_{22} \\ \varphi_{23} \end{array} \right\|; \quad \begin{array}{l} \varphi_{1j} = \frac{1}{q_j} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_j^2}; \quad j = 1, 2, 3 \\ \varphi_{2j} = q_j \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_j} \right)^2 \end{array},$$

$$\angle_\xi \Theta = (grad \Theta \mid \overline{grad \Theta})_{\mathbb{C}^3}; \quad \angle_\xi \Theta = \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_j} \right)^2; \quad F_1 = \left\| \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{array} \right\|.$$

Следует сделать акцент на то, что установление инварианта уравнений Навье-Стокса означает значительное продвижение в проблеме турбулентности. И продвижение обязано другому онтологическому уровню, чем уровень классической гидродинамики.

§ 8. Характерные примеры

I. Характерной задачей турбулентности, эффективное решение которой достигается на основе инварианта уравнений Навье-Стокса, будет задача, описываемая потенциалом ускорений

$$\Theta = (y \mid \bar{a})_{\mathbb{C}^3}.$$

Простейшие вычисления привели к следующим значениям

$$\Delta \Theta = - \sum_{j=1}^3 \frac{a_j}{q_j^2}; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0; \quad \angle_\xi \Theta = \sum_{j=1}^3 a_j^2,$$

$$F_1 = -\nu \sum_{j=1}^3 \frac{a_j}{q_j^2} + c; \quad grad F_1 = \nu \left\| \begin{array}{c} \frac{2a_1}{q_{10}^2} e^{-2y_1} \\ \frac{2a_2}{q_{20}^2} e^{-2y_2} \\ \frac{2a_3}{q_{30}^2} e^{-2y_3} \end{array} \right\|.$$

Далее, уравнение

$$grad_q \Pi_0 = q grad F_1$$

в этой задаче будет

$$\frac{\partial \Pi_0}{\partial q_j} = \frac{2\nu a_j}{q_j}.$$

Отсюда

$$\Pi_0 = 2\nu\Theta.$$

Перейдем к вычислению функции $\tilde{\Pi}$.

Имеем

$$\varphi_1 = 0 ; \varphi_2 = \left\| \begin{array}{c} q_1 a_1^2 \\ q_2 a_2^2 \\ q_3 a_3^2 \end{array} \right\|.$$

В отсутствие внешних сил функция M_1 будет

$$M_1 = -\varphi_2.$$

Для этого значения функции M_1 функция $\tilde{\Pi}$ приобретает вид

$$\tilde{\Pi} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 a_j^2 q_j^2.$$

Принятому потенциалу ускорений соответствует поток

$$\dot{y} = A ; A = \left\| \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \right\|.$$

В свою очередь, в комплексном конфигурационном пространстве обобщенная координата будет

$$q_j = q_{j0} e^{a_j t} ; j = 1, 2, 3.$$

При $\text{Im} A = 0$, эта формула описывает ламинарное движение, тогда как при $\text{Im} A \neq 0$, $\text{Re} A = 0$ — гармонические колебания, входящие в число турбулентных движений.

II. Во второй характерной задаче потенциал ускорений определяется следующим образом.

$$\Theta = (y | \bar{a})_{\mathbb{C}} + (y | \bar{D}y)_{\mathbb{C}} ; D = \text{diag}\{d_{11}, d_{22}, d_{33}\},$$

В вычислениях я получил следующие значения

$$\Delta\Theta = \sum_{j=1}^3 \frac{(d_{jj} - a_j - d_{jj}y_j)}{q_j^2} ; \angle_{\xi}\Theta = \sum_{j=1}^3 (a_j^2 + 2a_j d_{jj}y_j + d_{jj}^2 y_j^2),$$

$$F_1 = \nu \left[\sum_{j=1}^3 \frac{(d_{jj} - a_j - d_{jj}y_j)}{q_j^2} - \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^3 (a_j^2 + 2a_j d_{jj}y_j + d_{jj}^2 y_j^2) \right) \right].$$

По значениям количеств $\{\Delta\Theta, \angle_\xi, F_1\}$ без затруднений определяются функции $\{\Pi_0, \tilde{\Pi}\}$.

Далее, поток в фазовом пространстве длительности имеет вид

$$\dot{y} = A + Dy; \quad y \in \mathfrak{Y}.$$

Рассмотрим более подробно первое уравнение этой системы

$$\dot{y}_1 = a_1 + d_{11}y_1.$$

Для новой переменной $x_1 = y_1 + \frac{a_1}{d_{11}}$ уравнение будет

$$\dot{x}_1 = d_{11}x_1.$$

Решению полученного уравнения соответствует обобщенная координата

$$x_1 = x_{10}e^{d_{11}t}; \quad q_1 = q_{10}e^{x_1}.$$

При $\text{Red}_{11} = 0$ эти формулы описывают сложные хаотические колебания.

§ 9. Другой вид уравнений Навье-Стокса

Обратимся к уже знакомому представлению уравнения потока

$$O_0: \quad \dot{\mathbf{q}} \triangleq \frac{\beta}{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{p}}; \quad \tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, z); \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_k.$$

В этом представлении

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{p}}}{\partial z} + (\dot{\mathbf{q}} \mid \overline{\text{grad}})_{\mathfrak{C}} \tilde{\mathbf{p}}; \quad \dot{\tilde{\mathbf{p}}} = \frac{d\tilde{\mathbf{p}}}{dz}.$$

Объединяя два уравнения, получаем

$$\ddot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{p}}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{p}} \mid \overline{\text{grad}})_{\mathfrak{C}} \tilde{\mathbf{p}} + \beta \left(\frac{1}{\mathbf{q}} \mid \overline{\text{grad}} \right)_{\mathfrak{C}} \tilde{\mathbf{p}} - \frac{\beta}{\mathbf{q}^3} - \frac{\beta \tilde{\mathbf{p}}}{\mathbf{q}^2}.$$

Возвращаясь теперь к уравнению B_2 §7 главы "Механизмы турбулентности" получаем двойственность

$$O_1: \ddot{\mathbf{q}} = \begin{cases} \frac{\partial \tilde{\mathbf{p}}}{\partial z} + (\tilde{\mathbf{p}} | \overline{grad})_{\mathbb{C}} \tilde{\mathbf{p}} + \beta \left(\frac{1}{\mathbf{q}} | \overline{grad} \right)_{\mathbb{C}} \tilde{\mathbf{p}} - \frac{\beta}{\mathbf{q}^3} - \frac{\beta \tilde{\mathbf{p}}}{\mathbf{q}^2} \\ F - grad\Pi + \nu \left(\frac{2\beta}{\mathbf{q}^3} + \Delta \tilde{\mathbf{p}} \right) \end{cases}$$

Эта двойственность при $\beta = -2\nu$ формирует уравнение

$$O_2: \frac{\partial \tilde{\mathbf{p}}}{\partial z} = -(\tilde{\mathbf{p}} | \overline{grad})_{\mathbb{C}} \tilde{\mathbf{p}} - \beta \left(\frac{1}{\mathbf{q}} | \overline{grad} \right)_{\mathbb{C}} \tilde{\mathbf{p}} + \beta \frac{\tilde{\mathbf{p}}}{\mathbf{q}^2} + \nu \Delta \tilde{\mathbf{p}} - grad\Pi - F.$$

Этому уравнению можно придать вид уравнения потенциала ускорений

$$O_3: \quad \frac{\partial \tilde{\mathbf{p}}}{\partial z} = grad\Theta; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k; \quad \mathfrak{D}_k \subset \Omega_q,$$

$$grad\Theta = -(\tilde{\mathbf{p}} | \overline{grad})_{\mathbb{C}} \tilde{\mathbf{p}} - \beta \left(\frac{1}{\mathbf{q}} | \overline{grad} \right)_{\mathbb{C}} \tilde{\mathbf{p}} +$$

$$+ \beta \frac{\tilde{\mathbf{p}}}{\mathbf{q}^2} + \nu \Delta \tilde{\mathbf{p}} - grad\Pi - F.$$

Я здесь снова обратился к эффективному приему задания потенциала ускорений своим градиентом. При этом в уравнении O_3 может и не возникнуть необходимость определения потенциала ускорений; поэтому я вопрос его восстановления оставил в стороне. В крайнем случае, при возникновении затруднений восстановления потенциала ускорений из множества "цивилизованных" функций, мы можем смотреть на $grad\Theta$ как на единый символ, присвоенный правой части уравнения O_2 .

§ 10. Заключение

1. Новая конструкция "сноп" оказалась эффективной в проблеме семантики и интерпретации энтропийной топологической группы G .
2. Энтропийная группа G объединяет в единое организационное формирование два потока; нормальный поток и ортогональный поток, входящий в состав снопа.
3. Замечательным фактом является существование на конгруэнции $\Sigma\mathfrak{D}_k$ особого Гильбертова поля, содержащей сноп, двух инвариантов: потенциала ускорений и потенциала импульса.

4. На особом многообразии потенциала ускорений инвариантами являются потенциал ускорений и полный импульс.
5. Также замечательно то, что два инварианта, по отдельности принадлежащие различным компонентам снопа связаны уравнением потенциала ускорений.
6. В феноменологии и семантике снопа, хаотической механике и, как частный случай, турбулентности первостепенную роль будет приобретать следующий факт: в составе снопа нормальный поток описывает инвариант ортогональной конгруэнции $\mathcal{E}_{\perp k}$, а ортогональный поток — инвариант конгруэнции \mathcal{E}_k .

Здесь мы вплотную подошли к известной в статистической физике проблеме описания топологии истинного движения (нормального потока). Среди физиков-теоретиков наибольшее распространение получила позиция, в соответствии с которой окрестность истинного (невозмущенного) движения не произвольна, а специфична. При этом "специфичность" определяется невозмущенным состоянием. Получается, что возмущения определяются невозмущенным состоянием; но ряд ученых идут дальше и настаивают на справедливости обратного утверждения.

7. На языке топологии суть дела выглядит так: топология истинного

состояния — не общая топология, а специальная топология, определяемая истинным (невозмущенным) состоянием. В этом случае сноп и представляет, в определенном смысле, истинное состояние и его топологию.

8. Обращусь теперь к более привычному термину "флуктуация"; с его помощью я сноп могу интерпретировать следующей формулой

$$\text{сноп} = \text{невозмущенное состояние} + \text{флуктуация}$$

Эта формула дает возможность внесения дальнейшей ясности в суть проблемы.

В известных исследованиях преобладает точка зрения, по которой невозмущенное состояние может быть восстановлен по флуктуации. Именно этот результат я строго доказал в настоящей главе. Одна из возможных интерпретировать снопа следующая:

- 1) нормальный поток — невозмущенное состояние,
- 2) ортогональный поток — флуктуация.

В рамках этой интерпретации мы и обнаруживаем справедливость утверждения о возможности восстановления истинного состояния по флуктуации.

9. В общей проблеме хаотической механики и в её ветви турбулентности принципиальное значение имеет и то, что в составе снопа флуктуации имеют вид ортогонального потока.
10. В течение всей книги я последовательно изучаю и расширяю тезис о том, что хаос имеет свою онтологию, отличную от онтологии классической физики. Хаотическая механика расположена на иерархическом уровне, ниже уровня классической механики. Для турбулентности — ниже уровня классической гидромеханики. Материалы настоящей главы содержат новые важные факты по этому вопросу. Здесь в центре стоит завершение формирования потенциала плотности импульса.
11. Концепция фазового пространства длительности и потенциала плотности импульса все больше и больше подвигает меня к мысли о том, что проблема турбулентности — релятивистская проблема. Это многое объясняет: включая удручающий факт отсутствия до настоящего момента удовлетворительной теории турбулентности. Никто до меня и до настоящей книги не рассматривал проблему турбулентности как релятивистскую проблему. Релятивистская модель турбулентности — принципиально новая концептуальная модель, выходящая за рамки классической гидромеханики.
12. Инварианты снопа выполняют функции топологических инвариантов и их, не греша против истины, можно считать топологическими инвариантами; в первом случае особого Гильбертова поля топологическими инвариантами будут потенциал ускорений и потенциал импульса; в случае особого многообразия потенциала ускорений — потенциал ускорений и полный импульс.

Глава XVIII

Турбулентный поток в канале

Содержание

§1. Постановка задачи	457
§2. Ламинарный поток	462
§3. Турбулентные пульсации	468
§4. Уравнения ядра экстремального пограничного слоя	470
§5. Логарифмический потенциал турбулентного потока: частный случай	472
§6. Структурный поток	476
§7. Турбулентные пульсации-2	478
§8. Фундаментальные состояния	480
§9. Общее представление потенциала ускорений	483
§10. Заключение	484

§ 1. Постановка задачи

I. Необходимым звеном моей теории турбулентности являются материалы, посвященные приложению новой концептуальной модели турбулентности и символьной техники теории к исследованию, той или иной конкретной проблемы (либо задачи). В качестве характерной и хорошо известной проблемы я выбрал возникновение и развитие турбулентности в канале постоянной ширины.

Проблема турбулентности в канале была предметом многочисленных исследований, но, вместе с тем, она очень далека от завершения. По сути дела, осталось мало изученной задача перехода ламинарного потока в турбулентный, другими словами, — задача возникновения турбулентности. Именно эта задача и находится в центре внимания настоящей главы. Содержательная формулировка задачи имеет вид:

На вход канала постоянной ширины $2h$ в начальный момент времени $t = T$ поступает ламинарный поток несжимаемой жидкости, имеющий постоянную по ширине канала скорость V_0 . Канал имеет полубесконечную длину. При движении по каналу ламинарный поток будет ухудшать свою структуру и в некоторый момент времени он войдет в зону разрушения. В зоне разрушения, расположенной в экстремальном пограничном слое, ламинарный поток прекратит свое существование; на смену ламинарному потоку

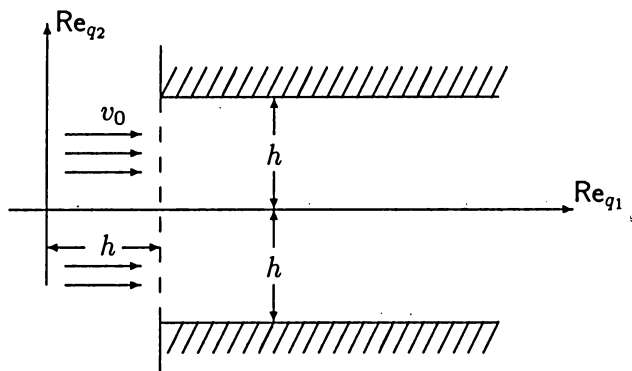


Рис. 1

придет турбулентный поток. Событие — разрушение ламинарного потока и возникновение турбулентного потока произойдет в ЭПС.

При дальнейшем росте времени турбулентный поток выйдет из ЭПС и будет самостоятельно существовать, и развиваться при движении по каналу. Этот сценарий формирует вдоль канала три участка:

1. Ламинарный поток.
2. Участок ЭПС.
3. Турбулентный поток.

Наша задача состоит в исследовании потока жидкости на трех выделенных участках. Исследование турбулентности в канале я выполнил, опираясь на гипотезу двумерности; в соответствии с этой гипотезой задача изучается в двумерном комплексном конфигурационном пространстве.

II. Итак, исходным геометрическим объектом в изучаемой задаче является двумерное комплексное конфигурационное пространство.

Выбор системы координат иллюстрирует рисунок 1.

В начально-краевой (граничной) задаче существует три условия: одно начальное и два краевых.

1. Начальное условие

$$\operatorname{Re} \dot{q}_1 = v_0 ; t = T_- ; \operatorname{Re} q_2 \in [-h + h]$$

2. Краевые условия

2а) $\operatorname{Re} \dot{q}_2 = 0 : \operatorname{Re} q_2 = \pm h ; \operatorname{Re} q_1 \in (h, \infty) , t \in (T_-, \infty)$ — условие неперетекания.

2b) $\text{Re} \dot{q}_1 = 0 : \text{Re} \dot{q}_2 = \pm h ; \text{Re} \dot{q}_1 \in (h, \infty) , t \in (T_-, \infty) —$
условие прилипания.

Дополнительно я введу двумерное комплексное пространство длительности

$$\Omega_y = \{y \mid \Omega_y \subset \mathbb{C}^2 ; y = \ln \bar{q}\}$$

При этом, условия согласования обобщенных координат приняты в виде

$$y_1 = 0 ; q_1 = h ; y_2 = 0 ; q_2 = h.$$

Эти условия приводят к связи $\bar{q} = \frac{q}{h}$.

Опираясь на результаты предыдущих глав настоящего раздела и, в особенности, главы "Сноп", будем предполагать, что матрица плотности импульса в пространстве длительности обладает потенциалом, причем ее потенциал — это потенциал ускорений.

$$\Lambda = \text{grad} \Theta ; \text{grad} \Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \end{array} \right\|.$$

В этом случае, на конгруэнции конфигурационного пространства поток будет

$$\dot{q} = \text{grad} \Theta q ; q \in \mathcal{E}_k.$$

В свою очередь, в пространстве длительности этот нормальный поток будет градиентным потоком

$$\dot{y} = \text{grad} \Theta ; y \in \Omega_y.$$

В дальнейшем мне потребуются ещё три, введенных в главе "Сноп", геометрических объекта:

1. Нормальное энтропийное многообразие

$$\mathcal{E}_y = \{y \mid \mathcal{E}_y \subset \Omega_y ; \Lambda ; H_q\}.$$

2. Многообразие потенциала ускорений (плотности импульса)

$$\mathcal{P}_y = \{y \mid \mathcal{P}_y \subset \mathcal{E}_y ; \Theta\}.$$

3. Соленоидальное многообразие длительности

$$\mathcal{M}_y = \{y \mid \mathcal{M}_y \subset \mathcal{P}_y ; \sigma_y\}.$$

Теперь воспользуемся ключевым свойством; на соленоидальном многообразии длительности потенциал ускорений удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta \Theta = 0 ; y \in \mathcal{M}_y ; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2}.$$

Далее, в пространстве длительности в терминах потенциала ускорений граничные условия будут:

1. Начальное условие

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \right) h = v_0 ; t = T_- ; y_2 \in M_y ; y_1 = 0.$$

2. Краевые условия.

Условие неперетекания.

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \right) h = 0 ; y_2 = 0 ; y_1 \in M_y ; t \in (T_-, \infty).$$

Условие прилипания.

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \right) = 0 ; y_2 = 0 ; y_1 \in M_y ; t \in (T_-, \infty).$$

Появление оператора "Re" в граничных условиях может привести к усложнению и загромождению математической техники, поэтому я, с целью упрощения символьного вывода вместо сформулированных выше физических условий окончательно приму более жесткие условия в виде:

1. Начальное условие

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y_2} h = v_0 ; \operatorname{sign} v_0 = 1 ; t = T_- ; y_2 \in M_y , y_1 = 0.$$

2. Краевое условие

$$\operatorname{grad} \Theta = 0 ; y_2 = 0 ; y_1 \in M_y ; t \in (T_-, \infty).$$

III. Теперь мы подошли к ответственному моменту — формулировке граничной задачи. Присоединяя к уравнениям солитоидального многообразия длительности и граничным условиям инвариант уравнений Навье-Стокса, я и прихожу к следующей граничной задаче.

Начально-краевая задача.

$$\Gamma_0 : \quad \dot{y} = \operatorname{grad} \Theta ; \dot{y} = \frac{dy}{dz} ; y \in M_y ,$$

$$\Delta \Theta = 0 ; y \in M_y ; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} ,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{1}{2} \angle_{\xi} \Theta - \nu \Delta_q \Theta + F_1 = 0$$

$$\Pi = \frac{\hat{p}}{\rho} ; \Pi = \Pi_0 + \tilde{\Pi} ; \operatorname{grad}_q \Pi_0 = \mathbf{q} \operatorname{grad} F_1 ,$$

$$\operatorname{grad}_q \Pi_0 = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi_0}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi_0}{\partial q_2} \end{array} \right\| ; \mathbf{q} \operatorname{grad} F_1 = \left\| \begin{array}{c} q_1 \frac{\partial F_1}{\partial y_1} \\ q_2 \frac{\partial F_1}{\partial y_2} \end{array} \right\| ,$$

$$\Delta_q \Theta = \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} \right) \Theta,$$

$$\text{grad}_q \tilde{\Pi} = M_1; \text{grad}_q \tilde{\Pi} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial q_2} \end{array} \right\|,$$

$$M_1 = F + \nu \varphi_1 - \varphi_2,$$

$$\varphi_1 = \left\| \begin{array}{c} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \end{array} \right\|; \varphi_2 = \left\| \begin{array}{c} \varphi_{21} \\ \varphi_{22} \end{array} \right\|; \varphi_{1j} = \frac{1}{q_j} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_j^2}; j = 1, 2,$$

$$\angle_\xi \Theta = \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y_j} \right)^2; F_1 = \left\| \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \end{array} \right\|,$$

$$y = \ln \bar{q}; \bar{q} = \frac{q}{h}; y \in \Omega_y; q \in \Omega_q,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y_1} h = v_0; \text{sign} v_0 = 1; t = T_- : y_2 \in M_y; y_1 = 0,$$

$$\text{grad} \Theta = 0; y_2 = 0 : y_1 \in M_y; t \in (T_-, \infty).$$

IV. За счет включения в состав граничной задачи Γ_0 инварианта уравнений Навье-Стокса, она оказалась перегруженной математическими конструкциями.

Фактически задача Γ_0 содержит два, допускающих последовательное изучение, блока:

1. Блок потенциала ускорений.
2. Блок инварианта уравнений Навье-Стокса.

В одной из логических схем исследования первый блок допускает независимую формулировку в виде граничной задачи

$$\Gamma_1: \quad \dot{y} = \text{grad} \Theta; \dot{y} = \frac{dy}{dz}; y \in M_y,$$

$$\Delta \Theta = 0; y \in M_y; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2},$$

$$y = \ln \bar{q}; \bar{q} = \frac{q}{h}; y \in \Omega_y; q \in \Omega_q,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y_1} h = v_0 ; \operatorname{sign} v_0 = 1 ; t = T_- ; y_2 \in M_y : y_1 = 0,$$

$$\operatorname{grad} \Theta = 0 ; y_2 = 0 ; y_1 \in M_y ; t \in (T_- ; \infty).$$

Изучение задачи Γ_0 в полном объеме потребовало бы у меня значительно больше страниц книги, чем я располагаю в пределах одной главы; поэтому я основное внимание уделил граничной задаче Γ_1 . С другой стороны в логике развиваемой теории турбулентности применение общего, разработанного выше, символического вывода в конкретных проблемах начинается с задачи типа Γ_1 . Принципиальное отличие задачи Γ_1 от того, что есть в классической турбулентности, следующее:

1. В пространстве длительности граничная задача Γ_1 — линейная задача.
2. В турбулентном потоке существует потенциал — потенциал ускорений.
3. Потенциал ускорений удовлетворяет уравнению Лапласа.

Здесь я оставляю в стороне вопрос о том, в какой мере потенциал ускорений адекватно описывает все реализуемые типы турбулентных состояний. На сегодня этот вопрос мне представляется бессмысленным; он может быть переадресован ко всем теоретическим разработкам по проблеме турбулентности.

Речь идет о другом вопросе — выделении и описании турбулентных состояний, реализуемых в комплексном фазовом пространстве длительности.

§ 2. Ламинарный поток

I. Отличительной чертой граничных задач $\{\Gamma_0, \Gamma_1\}$ является то, что в конфигурационном пространстве Ω_q , либо в пространстве длительности Ω_y , потенциал ускорений не обладает регулярностью. Это означает, что $\Theta \notin C^n(\Omega_y)$.

Свойство нерегулярности потенциала ускорений поддерживается аксиоматически определенным условием предельной некорректности проблемы турбулентности. В результате общее решение будет включать в себя три решения, описывающие три состояния жидкости:

1. Ламинарный поток.
2. Переход ламинарного потока в турбулентный.
3. Турбулентный поток.

Каждое из этих состояний описывается своими инструментальными средствами, в связи с чем, на начальных этапах исследования они имеют в некотором смысле независимое описание.

Настоящий параграф содержит исследование ламинарного потока.

Начнем исследование с изменения формулировки начального условия. Угловые точки $\{\text{Reg}_1 = h, |\text{Reg}_2| = h\}$ могут быть точками нерегулярности, если в них отсутствует согласование начального и краевого условия. В данном случае условие согласования есть условие равенства в угловых точках горизонтальной скорости, задаваемой начальным и краевым условиями.

Начальное условие содержит, как частный случай, согласующий вариант; этот согласованный с краевым условием вариант получается как сужение начального условия.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y_1} = a \operatorname{sign} y_2 ; a = -\frac{v_0}{h} ; y_1 = 0,$$

$$\operatorname{sign} v_0 = 1 ; t = T_- ; y_1 = 0.$$

Здесь $\operatorname{sign} y_2 = -1$; $\operatorname{sign} a = -1$ и $\operatorname{sign} \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} = 1$.

Приступим теперь к определению потенциала ускорений ламинарного потока, как решения граничной задачи Γ_1 с начальным условием A_0 . Достаточно простая и традиционная техника решения (достаточно обратиться к моим монографиям "Гидродинамика подводного крыла", "Теория потенциала ускорений", "Теория оптимальной несущей поверхности") опирается на интегральное представление

$$\operatorname{sign} b = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin b \lambda}{\lambda} d\lambda ; b = y_2.$$

На основе этого представления начальное условие будет

$$A_1 : \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} = \frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin y_2 \lambda}{\lambda} d\lambda ; y_1 = 0, t = T_-.$$

Характерной чертой излагаемого ниже символического вывода является то, что я не определяю в явном виде сам потенциал ускорений (по сути, в этом пока нет необходимости), а задаю и определяю его градиент. Начальному условию A_1 будет соответствовать следующее представление первой компоненты градиента

$$A_2: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \triangleq \int_0^\infty e^{-\lambda y_1} H(\lambda, y_2) d\lambda; \quad \frac{d^2 H}{dy_2^2} + \lambda^2 H = 0; \quad H(\lambda, 0) = 0.$$

Опираясь на уравнение Лапласа $\Delta \Theta = 0$, вторую компоненту градиента я определил следующим образом

$$A_3: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y_2} = - \int_0^{y_2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y_1^2} dy_2.$$

Очевидно, что потенциал ускорений формулы A_3 удовлетворяет краевому условию неперетекания.

Предполагая существование коммутационного свойства

$$A_4: \quad \frac{\partial}{\partial y_1} \int_0^\infty = \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial y_1}$$

градиент потенциала ускорений вычислен в виде

$$A_5: \quad grad \Theta = \left\| \begin{array}{l} \int_0^\infty e^{-\lambda y_1} H(\lambda, y_2) d\lambda \\ \int_0^{y_2} \int_0^\infty e^{-\lambda y_1} H(\lambda, y_2) d\lambda \end{array} \right\|.$$

Теперь я намерен довести до читателя одну техническую деталь. Ответ на вопрос, почему я культивирую и предпочитаю вычислять градиент потенциала ускорений, а не сам потенциал ускорений.

Здесь две причины.

Первая причина; поток на конгруэнции пространства длительности — градиентный; для его задания в явном виде необходимо постулирование существования потенциала ускорений и вычисление градиента.

Вторая причина иллюстрируется формулой A_5 . В проблеме турбулентности определение потенциала ускорений в явном виде более трудная задача, чем определение градиента.

В рассматриваемой конкретной ситуации в противоположность свойству A_4 не выполняется коммутационное свойство

$$\int_0^{y_2} \int_0^\infty = \int_0^\infty \int_0^{y_2}.$$

Нетрудно видеть, что градиент формулы A_5 удовлетворяет крайевым условиям задачи Γ_1 .

Условие неперетекания выполняется автоматически, в силу определения A_3 ; тогда как условие прилипания выполняется выбором $\frac{\partial \Theta}{\partial y_1}$, задаваемым формулой A_2 . В свою очередь начальное условие A_1 и представление A_2 приводят к следующей системе уравнений

$$A_6: \quad \frac{d^2 H}{dy_2^2} + \lambda^2 H = 0,$$

$$\int_0^\infty H(\lambda, y_2) d\lambda = \frac{2a}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin y_2 \lambda}{\lambda} d\lambda; \quad t = T_-; \quad H(\lambda, 0) = 0.$$

По сути, формулы $\{A_5, A_6\}$ и воспроизводят нужное нам решение граничной задачи ламинарного потока.

Для полноты картины следует ещё выписать уравнение потока на соленидальном многообразии пространства длительности

$$A_7: \quad \dot{y}_1 = \int_0^\infty e^{-\lambda y_1} H(\lambda, y_2) d\lambda; \quad y \in M_y,$$

$$\dot{y}_2 = \int_0^{y_2} \int_0^\infty e^{-\lambda y_1} H(\lambda, y_2) d\lambda.$$

III. Более детальное продолжение исследования я выполнил для следующего решения задачи A_6 .

$$A_8: \quad H(\lambda, y_2) = \frac{2a}{\pi} \frac{\sin y_2 \lambda}{\lambda}.$$

Для этого решения уравнения градиент потенциала ускорений приобрел вид

$$A_9: \quad grad\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{2a}{\pi} \arctg \frac{y_2}{y_1} \\ \frac{2a}{\pi} (\ln R - \ln y_1) \end{array} \right\|; \quad R = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}.$$

Если произвести перенормировку действительного времени по формуле

$$\bar{t} = \frac{\pi}{2|a|} t,$$

то уравнения потока A_7 для выделенного решения A_8 будут выглядеть так.

$$A_{10}: \quad \begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= -\arctg \frac{y_2}{y_1}, \\ \frac{dy_2}{dt} &= -(\ln R - \ln y_1). \end{aligned}$$

Общий и наиболее интересный вывод следует из анализа второго уравнения A_{10} .

Поскольку в ламинарном потоке $\text{Im}y = 0$, то для

$$|y| > 0 \quad \text{sign} \ln \frac{R}{y_1} = 1.$$

Отсюда следует

$$\text{sign} \ln \frac{R}{y_1} = 1 \rightarrow \text{sign} \frac{dy_2}{dt} = -1.$$

В свою очередь $\text{sign} y_2 = -1$ и получается, что при движении по оси времени

$$A_{11}: \quad \text{sign} \frac{dy_2}{dt} = -1 \rightarrow y_2 \rightarrow -\infty,$$

$$y_2 \rightarrow -\infty \rightarrow q_2 \rightarrow 0.$$

Таким образом, формула A_{11} утверждает, что поток A_{10} всегда направлен к ядру ЭПС.

Ясно, что движение ламинарного потока не может происходить бесконечно долго; наступает момент времени, когда поток войдет в окрестность ядра ЭПС и в следующий момент прекратит своё существование. И здесь я получаю подтверждение в конкретных вычислениях общего фундаментального факта: ламинарный поток существует только до ядра ЭПС. Этот факт и определяет событие; в ЭПС ламинарный поток прекращает своё существование.

IV. В заключение полезно рассмотреть асимптотическое решение уравнений A_{10} , описывающее разрушение ламинарного потока.

Рассмотрим следующую асимптотику

$$A_{12} : \quad \left| \frac{y_2}{y_1} \right| \sim O(\varepsilon).$$

Этой асимптотике будут соответствовать асимптотические формулы

$$\arctg \frac{y_2}{y_1} \sim \frac{y_2}{y_1}; \quad \ln \frac{R}{y_1} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2.$$

Ясно, что в этом случае асимптотика потока \dot{y} будет

$$A_{13} : \quad \frac{dy_1}{dt} = -\varepsilon \frac{\bar{y}_2}{y_1},$$

$$\frac{d\bar{y}_2}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{\bar{y}_2}{y_1} \right)^2; \quad y_2 = \varepsilon \bar{y}_2.$$

Система A_{13} допускает простое асимптотическое решение. Для новой переменной v получим

$$v \triangleq y_1^2; \quad \bar{y}_2 = -\frac{1}{2\varepsilon} \dot{v}; \quad y_1 = \sqrt{v}$$

и система A_{13} перейдет в одно уравнение

$$A_{14} : \quad \ddot{v} = \frac{1}{4} \frac{\dot{v}^2}{v}.$$

В окрестности ядра ЭПС решение уравнения A_{14} будем искать в виде

$$v = v_0 + \tilde{v}; \quad |\tilde{v}| \ll |v_0|.$$

В этом случае можно принять приближение

$$\frac{\dot{v}^2}{v} \simeq \frac{\dot{v}^2}{v_0}$$

и приближенный аналог уравнения A_{14} будет выглядеть следующим образом

$$\ddot{v} = \frac{1}{4v_0} \dot{v}^2.$$

Решение этого уравнения

$$\dot{v} = -\frac{4v_0}{\tau}; \quad \tau = \bar{t} - \bar{T}$$

приводит к окончательному результату

$$\bar{y}_2 = \frac{2v_0}{\varepsilon\tau} \rightarrow q_2 = h e^{\frac{2v_0}{t - T}}.$$

Эта формула описывает феноменологию разрушения ламинарного потока. Разрушение ламинарного потока происходит в диссипативной среде; причем с приближением к ядру ЭПС диссипация растет, теоретически достигая сколь угодно больших значений. По сути, идет процесс самовозбуждения диссипации. В этой самовозбуждаемой диссипативной среде координата q_2 стремительно затухает, и ламинарный поток прекращает свое существование.

§ 3. Турбулентные пульсации

I. Среди состояний турбулентного потока наибольшую известность получили турбулентные пульсации. Очевидно, что турбулентные пульсации являются характерным видом хаоса в жидкости; поэтому они в настоящей главе подвергнуты наибольшей разработке. Я решил начать исследование турбулентных пульсаций с простейшей ситуации хаоса.

Обратимся ко второму уравнению потока на конгруэнции пространства длительности.

$$B_0: \quad \dot{y}_2 = \lambda_2; \quad y_2 \in D_y.$$

Выполним анализ движений, описываемых следующей формулой

$$\lambda_2 = D_2 e^{\beta_2 y_2}.$$

При подобном задании второй компоненты матрицы плотности импульса уравнение B_0 будет

$$B_1: \quad \dot{y}_2 = D_2 e^{\beta_2 y_2}.$$

Из уравнения B_1 следует уравнение Риккати

$$\dot{\lambda}_2 = \beta_2 \lambda_2^2,$$

содержащее известное эталонное решение

$$B_2: \quad \lambda_2 = \frac{1}{\beta_2 \tau}; \quad \tau = z - T.$$

T — ордината турбулентного ядра ЭПС в плоскости комплексного времени. Решение B_2 приводит к известной по предыдущему материалу книги формуле для обобщенной координаты

$$q_2 = q_{20} e^{i\gamma'' \ln \tau} e^{\gamma' \ln \tau}; \quad \frac{1}{\beta_2} = \gamma' + i\gamma''.$$

Для действительного времени

$$\tau = \tau'; \quad \tau' = t - T$$

эта формула будет

$$B_3: \quad q_2 = q_{20} e^{i\gamma'' \ln \tau'} (\tau')^{\gamma'}.$$

Здесь представляет особый интерес частный случай для которого

$$B_4: \quad q_2 = q_{20} e^{i\gamma'' \ln \tau'}.$$

Эта формула и описывает простейший (и характерный) вариант турбулентных пульсаций. Её анализ приводит к одному чрезвычайно важному методологическому выводу.

Выше, в разных задачах и главах возникла формула B_3 ; при этом, по смыслу изложения, хаос подчинялся естественному условию

$$|\gamma''| \ll |\gamma'|.$$

Это условие описывает механизмы и сценарии, когда хаос носит характер флуктуаций опорного движения.

Здесь же мы столкнулись с другой — противоположной ситуацией; турбулентные пульсации, как вид хаоса, подчиняются условию

$$B_5: \quad |\gamma'| \ll |\gamma''|.$$

Получается, что турбулентные пульсации не носят характер флуктуаций, они представляют самостоятельный вид основного движения. Они представляют самостоятельный вид хаоса. Они подавляют опорное движение, либо полностью уничтожают его.

Методологическая значимость условия B_5 состоит в том, что оно выделяет в теории экстремального пограничного слоя и хаотической механике турбулентность в самостоятельный вид хаоса.

Феноменология условия B_5 достаточно очевидна: в турбулентном ЭПС из двух сущностей — вихрь и диссипация — преобладает вихрь.

§ 4. Уравнение ядра экстремального пограничного слоя

Один из итоговых документов предшествующего исследования экстремального пограничного слоя, включающего и мою книгу "Энтропия", сформулирован в настоящем параграфе. В самых разнообразных проблемах и задачах, часто имеющих несхожее семантическое содержание, в многочисленных случаях, описанных в настоящей книге и книге "Энтропия", возникали уравнения окрестности ядра ЭПС, имеющих весьма схожую структуру. Точкой отсчета в последовательности этих случаев является теорема локальной калибровочной инвариантности; содержащая утверждение о том, что на Гильбертовом поле с потенциалом ускорений, соответствующем классической механике, матрица плотности импульса внутри ЭПС описывается уравнением Риккати.

$$D_0 : \quad \dot{\Lambda} = -\Lambda^2.$$

Этот, играющий ключевое значение, фундаментальный факт лег в основу самых различных изысканий, обобщений и новых открытий в теории экстремального пограничного слоя и хаотической механики. В настоящей книге читатель с уравнением D_0 и его различными модификациями и обобщениями встречался часто; по сути, уравнение D_0 получило статус неотъемлемого звена теории экстремального пограничного слоя. Здесь я встретился с некоторым достаточно общим, универсальным свойством, носящим характер инварианта, либо симметрии. Эту симметрию необходимо было сформулировать в виде строгого утверждения; что я и решил сделать в настоящем параграфе.

Утверждение XVIII.1 *В комплексном фазовом пространстве одно из наиболее характерных состояний окрестности ядра*

экстремального пограничного слоя нормального потока обладает симметрией — описывается уравнением Риккати.

$$D_1 : \quad \frac{d\Lambda}{dz} = D\Lambda^2$$

$$D\Lambda^2 = \left\| \begin{array}{c} D_1\lambda_1^2 \\ D_2\lambda_2^2 \\ \dots \\ D_n\lambda_n^2 \end{array} \right\| ; \quad \Lambda = \left\| \begin{array}{c} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \end{array} \right\|.$$

Здесь мне вместе с читателем интересно обратиться к уже известным и наиболее характерным случаям:

1. Инерциальная сплошная среда.

$$D\Lambda^2 = -\Lambda^2 ; \quad \frac{d\Lambda}{dz} = -\Lambda^2.$$

2. Диффузное поле.

$$D\Lambda^2 = -2\Lambda^2 ; \quad \frac{d\Lambda}{dz} = -2\Lambda^2.$$

3. Турбулентные пульсации второй координаты двумерной задачи.

$$\Lambda = \left\| \begin{array}{c} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{array} \right\| ; \quad D\Lambda^2 = \left\| \begin{array}{c} 0 \\ i\beta\lambda_2^2 \end{array} \right\| ; \quad \frac{d\lambda_2}{dz} = i\beta\lambda_2^2.$$

Если принять $\lambda_2 = i\omega$, то уравнение приобретает вид

$$\frac{d\omega}{dz} = -\omega^2.$$

Обратимся теперь к одному методологическому вопросу, устанавливающему роль и место уравнения D_1 в проблеме турбулентности. Я в своей методологии естествознания строго следую логике, в значительной мере противоположной логике познания классической физики. Я всегда ищу и реализую шаги, схемы, umpoстроения, математические решения и структуры, механизмы, принципы, логические ходы, противоположные, либо плохо согласующиеся с установившимися взглядами и методологией классической физики. Именно таким путем я сформировал новую концептуальную модель естествознания, открыл принцип максимума энтропии и развиваю новый вариант энтропийного мышления. Эта идея заложена в симметрии, определяемой уравнением D_1 ; и эта идея определяет роль и место этого уравнения в теории турбулентности.

В классической физике при исследовании статистического ансамбля на Гильбертовом поле, либо гамильтоновой системы, в конкретной задаче задается функция Π (потенциальная энергия). Здесь реализуется логика, первичным элементом которой является потенциальная энергия. В теории экстремального пограничного слоя положение дел другое; здесь первичным элементом является матрица плотности импульса. При этом учитывается важный момент; большей симметрией обладает окрестность ядра ЭПС. Этот факт приводит к следующему акту, противоположному по логике классической физике: за опорное (начальное) состояние принимается состояние окрестности ядра ЭПС. Этот, характерный для теории ЭПС, акт и определяет фундаментальную значимость утверждения XVIII.1; поскольку турбулентность возникает в окрестности ядра ЭПС, то уравнение D_1 описывает начальное состояние некоторого множества турбулентных потоков.

По сути, уравнением D_1 мы выделяем из всей совокупности мыслимых турбулентных потоков один класс — класс, в котором каждая реализация обладает симметрией — описывается уравнением Риккати D_1 .

Теперь проблема перехода ламинарного потока в турбулентный приобретает строгий смысл; в нашем распоряжении есть объект, описывающий начальное состояние турбулентного потока.

§ 5. Логарифмический потенциал турбулентного потока: частный случай

I. Установленная в §4 симметрия — локальная инвариантность окрестности ядра ЭПС — дает основание для предположения о допустимости описания состояния ЭПС без прямого учета (в явном виде) регулярной внешней среды. Под регулярной внешней средой я здесь понимаю регулярные математические структуры, заданные на особом многообразии потенциала ускорений, либо особом Гильбертовом поле. При их физической интерпретации в состав регулярной внешней среды войдут и стенки канала.

Это обстоятельство приводит к существенным преимуществам; при выборе логарифмического потенциала турбулентного потока до поры, до времени следует оставить в стороне краевые условия на стенке. В символьном выводе этот рецепт приводит к значительным выигрышам; в то время как в методологическом аспекте это приблизило нас к известной гипотезе локальной турбулентности. Но здесь надо предупредить читателя о том, что игнорировать полностью наличие твердой стенки канала при описании состояния ЭПС нельзя. Просто этот вопрос переводится в другую плоскость; стенку канала необходимо учитывать при вы-

делении нужного класса решений (либо подмножества) из множества, обладающего симметрией — локальной инвариантностью.

II. Опираясь на описанную в п. I гипотезу можно принять простую формулу для потенциала ускорений — логарифмического потенциала ЭПС. Прежде всего, я выполню преобразование координат

$$y_1 \rightarrow \tilde{y}_1 ; \tilde{y}_1 = y_1 - v_0 t + y_{10}.$$

Здесь

v_0 — скорость в ядре ЭПС, y_{10} — ордината ядра ЭПС.

Теперь я введу в рассмотрение следующий потенциал ускорений

$$E_0 : \quad \Theta = \int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \cos y_2 \lambda \cdot H(\lambda) d\lambda.$$

Градиент этого потенциала ускорений будет

$$E_1 : \quad grad \Theta = \left\| \begin{array}{c} - \int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \cos y_2 \lambda \cdot \lambda H(\lambda) d\lambda \\ - \int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \sin y_2 \lambda \cdot \lambda H(\lambda) d\lambda \end{array} \right\|.$$

Соответственно, поток, определяемый градиентом E_1 , будет

$$E_2 : \quad \begin{aligned} \dot{y}_1 &= - \int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \cos y_2 \lambda \cdot \lambda H(\lambda) d\lambda. \\ \dot{y}_2 &= - \int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \sin y_2 \lambda \cdot \lambda H(\lambda) d\lambda. \end{aligned}$$

Несмотря на свою внешнюю простоту, логарифмический потенциал E_0 и поток E_2 описывают достаточно представительный набор турбулентных состояний ЭПС.

Дальнейшее развитие символьного анализа опирается на задание, либо классификацию функции $H(\lambda)$. Здесь возникает огромное поле деятельности, и я, лишенный в рамках строго лимита книги, права выполнения подобных исследований ограничусь одним простым характерным случаем.

$$E_3 : \quad H(\lambda) = - \frac{D_0}{\lambda}.$$

В этом случае

$$\int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \cos y_2 \lambda d\lambda = \frac{\hat{y}_1}{\tilde{y}_1^2 + y_2^2}; \quad \int_0^{\infty} e^{-\tilde{y}_1 \lambda_1} \sin y_2 \lambda d\lambda = \frac{\hat{y}_2}{\tilde{y}_1^2 + y_2^2}$$

и поток E_2 будет

$$E_4: \quad \dot{\tilde{y}}_1 = \frac{D_0 \hat{y}_1}{\tilde{y}_1^2 + y_2^2},$$

$$\dot{\tilde{y}}_2 = \frac{D_0 y_2}{\tilde{y}_1^2 + y_2^2}.$$

Если ввести две новые переменные

$$E_5: \quad z = y_2 + i\tilde{y}_1; \quad z_1 = y_2 - i\tilde{y}_1,$$

то для этих переменных будет справедлива система уравнений

$$E_6: \quad \dot{z} = D_0 \frac{1}{z_1},$$

$$\dot{z}_1 = D_0 \frac{1}{z}.$$

Обращаясь к исходному потоку

$$\dot{\tilde{y}}_1 = \lambda_1,$$

$$\dot{\tilde{y}}_2 = \lambda_2,$$

мы обнаруживаем следующую связь

$$\dot{z} = \lambda_2 + i\lambda_1,$$

$$\dot{z}_1 = \lambda_2 - i\lambda_1.$$

Для большей симметричности введем ещё одно преобразование

$$\lambda_2 \triangleq i\lambda_\omega; \quad \lambda_1 \triangleq \lambda_\nu.$$

В результате из системы уравнений E_6 получается следующая система

$$E_7: \quad \dot{\lambda}_\omega + \dot{\lambda}_\nu = \frac{1}{D_0} (\lambda_\omega + \lambda_\nu)^2 (\lambda_\omega - \lambda_\nu),$$

$$\dot{\lambda}_\omega - \dot{\lambda}_\nu = \frac{1}{D_0}(\lambda_\omega - \lambda_\nu)^2(\lambda_\omega + \lambda_\nu).$$

Простым путем можно получить два асимптотических решения.
Будем искать решения, удовлетворяющие условию

$$|\lambda_\nu| \ll |\lambda_\omega|.$$

В этом случае из системы E_7 выделяется приближенное уравнение

$$E_8 : \quad \dot{\lambda}_\omega \simeq \frac{1}{D_0} \lambda_\omega^3.$$

Решение этого уравнения определяется формулой

$$E_9 : \quad \lambda_\omega = \pm \sqrt{\frac{D_0}{2\tau}} ; \quad \tau = t - t_0 ; \quad t > t_0$$

Второе асимптотическое решение получается если для λ_ν принять

$$\lambda_\nu = \lambda_\omega + c_0 + \varphi$$

$$|\varphi| \ll \lambda_\nu ; |\varphi| \ll |c_0| ; |c_0| < \lambda_\nu.$$

В этом случае из первого уравнения системы E_7 получается приближенное уравнение

$$E_{10} : \quad \dot{\lambda}_\omega \simeq \beta \lambda_\omega^2 ; \quad \beta = \frac{2c_0}{D_0}.$$

Решение этого уравнения нам хорошо знакомо

$$E_{11} : \quad \dot{\lambda}_\omega = -\frac{1}{\beta\tau} ; \quad \tau = t - T.$$

Решение E_{11} описывает турбулентные пульсации, описанные в §3.

В свою очередь уравнение E_{10} удовлетворяет симметрии — локальной инвариантности окрестности ядра ЭПС и, следовательно, относится к числу уравнений ядра ЭПС.

С другой стороны, в противоположность уравнению E_{10} , уравнение E_8 не относится к числу реализаций уравнения ядра ЭПС: и, очевидно, решение E_9 определяет другую, дальнюю от ядра ЭПС, асимптотику. Мне необходимо добавить только следующее.

Для рассмотренного частного случая задания функции $H(\lambda)$, определяемого формулой E_3 интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\tilde{y}_1 \lambda}}{\lambda} \cos y_2 \lambda \, d\lambda = -\ln R; \quad R = \sqrt{\tilde{y}_1^2 + y_2^2}$$

и потенциал ускорений будет

$$E_{12}: \quad \Theta = D_0 \ln R.$$

Здесь мы и обнаружили изящную гидродинамическую интерпретацию; в пространстве длительности потенциал E_{12} — это логарифмический потенциал особенности — аналога вихреисточника.

§ 6. Структурный пакет

I. Представление потенциала ускорений в виде E_0 допускает различные обобщения; одно из которых выглядит следующим образом

$$K_0: \quad \Theta = D_0 \int_{-a}^{+a} \frac{\sqrt{a^2 - k^2}}{k} e^{-\tilde{y}_1 k} \cos y_2 k \, dk.$$

Градиент потенциала K_0 вычислен в виде

$$K_1: \quad \text{grad} \Theta = \left\| \begin{array}{l} \frac{D_0 a^2}{2} \{I_0[a(\tilde{y}_1 - iy_2)] + I_0[a(\hat{y}_1 + iy_2)]\} \\ -\frac{i D_0 a^2}{2} \{I_0[a(\tilde{y}_1 - iy_2)] - I_0[a(\hat{y}_1 + iy_2)]\} \end{array} \right\|.$$

В формуле градиента I_0 — модифицированная функция Бесселя. Градиент K_1 определяет систему уравнений

$$K_2: \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{y}}_1 &= -\frac{D_0 a^2}{2} \{I_0[a(\tilde{y}_1 - iy_2)] + I_0[a(\hat{y}_1 + iy_2)]\}, \\ \dot{\hat{y}}_2 &= -\frac{i D_0 a^2}{2} \{I_0[a(\tilde{y}_1 - iy_2)] - I_0[a(\hat{y}_1 + iy_2)]\}. \end{aligned}$$

Обращаясь к другим переменным

$$z_1 = \tilde{y}_1 - iy_2; \quad z_2 = \tilde{y}_1 + iy_2,$$

систему K_2 преобразуем к виду

$$K_3: \quad \dot{z}_1 = -D_0 a^2 I_0(a z_1),$$

$$\dot{z}_2 = -D_0 a^2 I_0(a z_2).$$

Ясно, что входящие в эту новую систему уравнения имеют одинаковый вид; отсюда следует

$$\{z_1 = z_2\} \rightarrow y_2 = 0.$$

Внесение этого результата в систему K_3 приводит к одному уравнению

$$K_4: \quad \dot{\tilde{y}}_1 = -D_0 a^2 I_0(a \tilde{y}_1).$$

Более подробно изучим поведение решений при $|a \tilde{y}_1| > 1$. При этом условии оказывается справедливой асимптотика

$$I_0(z) \sim \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}$$

внесение которой в уравнение K_4 дает асимптотическое дифференциальное уравнение

$$K_5: \quad \frac{d\tilde{y}_1}{d\tau} = -\frac{e^{a\tilde{y}_1}}{\sqrt{\tilde{y}_1}}; \quad \tau = \tilde{D}t; \quad \tilde{D} = D_0 a \sqrt{\frac{a}{2\pi}}.$$

Это уравнение преобразуется в уравнение

$$\ddot{\tilde{y}} = D_1 \dot{\tilde{y}}^2; \quad D_1 = a - \frac{1}{a\tilde{y}_1}.$$

Поскольку мы изучаем случай $|a \tilde{y}_1| > 1$, то в рамках изучаемой асимптотики следует принять

$$D_1 \simeq a.$$

Теперь предыдущее дифференциальное уравнение будет

$$\ddot{\tilde{y}}_1 = a \dot{\tilde{y}}_1^2.$$

Обращаясь к исходному представлению

$$\dot{\tilde{y}}_1 = \lambda_1,$$

из этого уравнения получаем

$$K_6: \quad \dot{\lambda}_1 = a\lambda_1^2.$$

Таким образом, поток K_5 , а, следовательно, и поток K_4 обладают симметрией — локальной инвариантностью ядра ЭПС, поскольку уравнение K_6 является уравнением инвариантной окрестности ядра ЭПС.

В частном случае

$$a = i\beta; \quad \lambda_1 = i\omega$$

уравнение K_6 будет

$$\dot{\omega} = -\beta\omega^2.$$

Известное решение $\omega = \frac{1}{\beta\tau}$ описывает турбулентное ядро ЭПС.

Общий вывод здесь следующий; потенциал ускорений K_0 описывает турбулентные движения возмущенной координаты \tilde{y}_1 при невозмущенной второй координате. Потенциал ускорений K_0 имеет достаточно очевидную семантику; он имеет вид структурного пакета, составленного по определенному правилу из фундаментальных решений уравнения Лапласа, имеющих вид фундаментальных турбулентных пульсаций.

§ 7. Турбулентные пульсации-2

I. Возникновение новой обобщенной координаты

$$z = \begin{vmatrix} z_1 \\ z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 - iy_2 \\ y_1 + iy_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{y}_1 - iy_2 \\ \tilde{y}_1 + iy_2 \end{vmatrix}.$$

формально можно рассматривать как переход от обобщенной координаты y , к новой координате. Но при более внимательном изучении обнаруживается, что координата z отражает факт возникновения в турбулентном потоке организованности; когерентное взаимодействие создают организацию, эффективное и наиболее естественное описание которой достигается с помощью новой координаты z . Это обстоятельство приводит к выводу о том, что в двумерном турбулентном потоке наиболее характерной является координата z . Этот факт, в свою очередь, приводит к постулированию зависимости потенциала от аргумента z .

II. В частном случае

$$N_0: \quad \Theta \triangleq \Theta_1(z_1) + \Theta_2(z_2)$$

удается достичь значительного продвижения в изучении турбулентных пульсаций.

Начнем символичный вывод с формул связи частных производных

$$N_1: \quad \frac{\partial}{\partial y_1} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial z_1} \\ \frac{\partial}{\partial z_2} \end{cases}; \quad \frac{\partial}{\partial y_2} = \begin{cases} -i \frac{\partial}{\partial z_1} \\ i \frac{\partial}{\partial z_2} \end{cases}$$

Привлечение этих формул приводит к значению градиента

$$\text{grad}\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2} \\ -i \left(\frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} - \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2} \right) \end{array} \right\|.$$

В свою очередь, полученному градиенту будет соответствовать поток

$$N_2: \quad \dot{y}_1 = \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2},$$

$$\dot{y}_2 = -i \left(\frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} - \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2} \right).$$

Отображение потока \dot{y} в поток z обладает большей симметрией

$$N_3: \quad \dot{z}_1 = 2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2},$$

$$\dot{z}_2 = 2 \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1}.$$

Поток z обладает циклической симметрией по индексам, отсутствующей в системе N_2 ; именно этот факт свидетельствует о существовании организации в турбулентном потоке.

III. Первая реализация турбулентного потока получается, если принять

$$N_4: \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2}.$$

В этом случае $z_1 = z_2$ и система N_3 перейдет в одно уравнение

$$\dot{z}_1 = 2 \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} ; y_2 = 0.$$

Это уравнение описывает продольные пульсации; как известно, в случае продольных пульсаций $z_1 = \tilde{y}_1 - i y_2$. Для этого варианта определения координаты z_1 предыдущее уравнение будет

$$N_5 : \quad \dot{\tilde{y}}_1 = 2 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tilde{y}_1} ; y_2 = 0.$$

IV. Другому условию

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} = - \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2}.$$

удовлетворяют поперечные пульсации. Внося это условие в уравнение N_2 , имеем

$$\dot{y}_2 = -2i \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} ; \tilde{y}_1 = 0.$$

Обращаясь к формулам связи N_1 уравнению поперечных пульсаций можно придать вид

$$N_6 : \quad \dot{y}_2 = 2 \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_2} ; \tilde{y}_1 = 0.$$

Отличительной чертой уравнений $\{N_5, N_6\}$ являются то, что они описывают одномерные турбулентные движения, среди которых наиболее характерны пульсации.

§ 8. Фундаментальные состояния

I. Феноменология турбулентности содержит интерпретацию, в соответствие с которой произвольное турбулентное состояние представляет некоторую организацию (либо структуру), возникшую в результате когерентного взаимодействия большого числа элементарных (фундаментальных) состояний, объединенный в организационный пакет. В связи с этой, в определенном смысле классической, интерпретацией возникает задача поиска (либо задания) фундаментальных состояний. Предыдущих материалов достаточно для эффективного решения этой задачи в двумерном

случае. Прежде всего, рассмотрим вопрос об асимптотике градиента потенциала ускорений, поддерживающего симметрию ядра ЭПС.

Примем следующее асимптотическое представление в ЭПС первого уравнения потока

$$M_0 : \quad \dot{y}_1 \triangleq F e^{i\beta y_1}.$$

Из этого уравнения следует другое уравнение

$$M_1 : \quad \ddot{y}_1 = F_1 \dot{y}_1^2 ; \quad F_1 = i\beta + \frac{d \ln F}{dz} \frac{1}{\dot{y}_1}.$$

Если в окрестности ядра ЭПС справедлива оценка

$$M_2 : \quad \left| \frac{d \ln F}{dz} \frac{1}{\dot{y}_1} \right| \ll |\beta|,$$

то можно вместо уравнения M_1 принять в окрестности ядра ЭПС следующее уравнение

$$M_3 : \quad \ddot{y}_1 = i\beta \dot{y}_1^2.$$

Поскольку $\dot{y}_1 = \lambda_1$, то адекватная запись этого уравнения

$$M_4 : \quad \dot{\lambda}_1 = i\beta \lambda_1^2$$

имеет частный вид уравнения локальной инвариантности (окрестности ядра ЭПС). Вводя уже традиционным способом $\lambda_1 = i\omega$ мы это уравнение преобразуем к также знакомому виду

$$\dot{\omega} = -\beta \omega^2$$

Здесь мы и приходим к важному результату.

Утверждение XVIII.2 *Для существования симметрии — локальной инвариантности необходимо, чтобы хотя бы одна компонента потока имела в ЭПС асимптотическое представление*

$$\dot{y}_j = F e^{i\beta y_j} ; \quad j = 1, 2$$

и была справедлива оценка

$$\left| \frac{d \ln F}{dz} \frac{1}{\dot{y}_j} \right| \ll |\beta|.$$

На основе этого утверждения легко устанавливается асимптотическая оценка для градиента потенциала ускорений. Например, для первой компоненты градиента имеем

$$M_5 : \quad \left(\frac{\partial \Theta_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_2} \right) \sim F e^{i\beta y_1},$$

$$\left| \frac{d \ln F}{dz} \frac{1}{\dot{y}_1} \right| \ll |\beta|.$$

II. Теперь мы знаем рецепт выбора фундаментальных состояний: фундаментальные состояния должны удовлетворять асимптотическим оценкам типа M_5 .

В итоге получается два фундаментальных решения

$$M_6 : \quad G_1 = -\frac{i e^{i\beta z_1}}{\beta}; \quad G_2 = -\frac{i e^{i\beta z_2}}{\beta}.$$

Для примера рассмотрим один частный случай, определяемый потенциалом ускорений.

$$\Theta = D G_1.$$

Из системы N_3 получаем

$$\dot{z}_2 = 2D e^{i\beta z_1}; \quad \dot{z}_1 = 0$$

либо

$$\dot{z}_2 = D_0$$

Поскольку по условию $\dot{z}_1 = 0$, $\lambda_1 = i\lambda_2 : \rightarrow \dot{z}_2 = 2\lambda_1$, то $\lambda_1 = \frac{D_0}{2}$.

III. Ряд движений характерных турбулентных пульсаций описывает потенциал ускорений

$$M_7 : \quad \Theta = D G_1 + D_1 G_2; \quad G_1 = -\frac{i e^{i\beta_1 z_1}}{\beta}; \quad G_2 = -\frac{i e^{i\beta_2 z_2}}{\beta_2}.$$

В этом случае поток будет

$$M_8 : \quad \dot{z}_1 = 2D_1 e^{i\beta_2 z_2},$$

$$\dot{z}_2 = 2D e^{i\beta_1 z_1}.$$

Из системы M_8 следует система

$$M_9 : \quad \ddot{z}_1 = i\beta_2 \dot{z}_1 \dot{z}_2,$$

$$\ddot{z}_2 = i\beta_1 \dot{z}_1 \dot{z}_2.$$

Эта система имеет первый интеграл

$$M_{10}: \quad \beta_1 \dot{z}_1 - \beta_2 \dot{z}_2 = \text{const.}$$

В терминах матрицы плотности импульса первый интеграл будет выглядеть так

$$(\beta_1 - \beta_2)\lambda_1 - i(\beta_1 + \beta_2)\lambda_2 = \text{const.}$$

Это уравнение описывает многообразие, на котором и реализуются состояния, описываемые потенциалом ускорений M_7 .

§ 9. Общее представление потенциала ускорений

Установленные фундаментальные решения M_6 и конструкция "структурный пакет" дают простой способ задания потенциала ускорений в достаточно произвольном общем случае. Одно из общих представлений потенциала ускорений имеет вид

$$P_0: \quad \Theta \triangleq \Theta_1 + \Theta_2 + D_0 y_1 + D_1 y_2,$$

$$\Theta_1 \triangleq -i \int_{-a}^{+a} e^{ikz_1} H_1(k, a) dk; \quad \Theta_2 \triangleq -i \int_{-a}^{+a} e^{ikz_2} H_2(k, a) dk,$$

$$z_1 = y_1 + iy_2; \quad z_2 = y_1 - iy_2.$$

Здесь a — комплексное количество. Для принятого в P_0 способа задания новой координаты z уравнения связи частных производных имеют в отличии от N_1 вид

$$\frac{\partial}{\partial y_1} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial z_1} \\ \frac{\partial}{\partial z_2} \end{Bmatrix}; \quad \frac{\partial}{\partial y_2} = \begin{Bmatrix} i \frac{\partial}{\partial z_1} \\ -i \frac{\partial}{\partial z_2} \end{Bmatrix}.$$

Дальнейший путь решения ясен; в конкретных задачах нужно задавать, либо находить, функции $\{H_1(k, a); H_2(k, a)\}$.

§ 10. Заключение

1. Символьный вывод развиваемой теории турбулентности дает конструктивную и эффективную технику исследования до числа конкретных проблем и задач турбулентных движений жидкости.
2. Основное звено, обеспечивающее эффективность — принцип суперпозиции потенциала ускорений. В пространстве длительности потенциал ускорений удовлетворяет уравнению Лапласа; при этом структура общей граничной задачи такова, что из неё можно в ряде случаев выделить линейную краевую задачу для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа и поддерживает принцип суперпозиции.
3. Из трех состояний:
 - ламинарное движение,
 - переход ламинарного движения в турбулентное,
 - турбулентное движение

в общей задаче ключевое место занимает переход — возникновение турбулентности.

4. Локальная область перехода расположена в экстремальном пограничном слое; при этом по шкале времени слева от ядра ЭПС происходит разрушение ламинарного потока, а справа — возникновение турбулентного потока. Это фундаментальное свойство при формализации задачи, позволяет интерпретировать задачу возникновения и развития турбулентности как некоторую начальную-краевую задачу, в которой роль начального элемента выполняет ЭПС.
5. По своему онтологическому статусу ЭПС допускает определенную унификацию; в проблеме турбулентности унификация обеспечивается локальной симметрией — существованием инвариантной окрестности ядра ЭПС.
6. Локальная симметрия означает, что в комплексном фазовом пространстве одно из наиболее характерных состояний окрестности ядра ЭПС нормального потока описывается простейшим векторным уравнением Риккати.
7. Локальная симметрия дает основание для предположения о допустимости описания ЭПС без прямого учета регулярной внешней среды.
8. При установленных в настоящей главе и достаточно прозрачных предположениях турбулентные пульсации не носят характер флуктуации; они представляют самостоятельный вид основного движения — они представляют самостоятельный вид хаоса.
9. Методологическая значимость условия существования пульсаций состоит в том, что оно выделяет в теории экстремального пограничного слоя и хаотической механике турбулентность в самостоятельный вид хаоса.

10. Феноменология условия существования пульсаций достаточно очевидна: в турбулентном ЭПС из двух сущностей — вихрь и диссипация — преобладает вихрь.
11. Локальная симметрия ЭПС дает рецепт выбора потенциала ускорений — потенциал ускорений должен обладать асимптотикой, согласованной с уравнением ядра ЭПС.
12. Требование согласованности асимптотики потенциала ускорений привело к двум фундаментальным решениям (состояниям), описывающим простейшие турбулентные пульсации.
13. Теперь вопрос определения потенциала ускорений в новой произвольной ситуации перешел в плоскость формирования пакета, состоящего из совокупности фундаментальных решений — структурного пакета. В этом механизме сколь угодно сложное турбулентное состояние обязано когерентному взаимодействию простейших турбулентных пульсаций. Этот механизм допускает обобщение на трехмерный поток и будет предметом реализации и изучения в следующей главе.

Глава XIX

Трёхмерный поток

Содержание

§1. Общий вид потенциала ускорений	486
§2. Фундаментальные структуры	489
§3. Поток на гиперболическом многообразии	489
§4. Характерная задача	491
§5. Сведения к одномерной задаче	493
§6. Плоская задача	494
§7. Двумерная калибровочная структура-фрагмент	496
§8. Трёхмерная фундаментальная структура	498
§9. Простейшие задачи	499
§10. Заключение	501

§ 1. Общий вид потенциала ускорений

I. Один из ключевых результатов предыдущей главы, имеющим важное методологическое значение — факт внесения организирующего начала координатами

$$z_1 = y_1 + iy_2; \quad z_2 = y_1 - iy_2.$$

Этот результат переносится на трёхмерный поток и формирует эффективную математическую технику исследования турбулентности. Лежащая в основе этого феноменология имеет следующий вид: в трёхмерном потоке новые координаты выделяют из допустимого множества турбулентных состояний (либо структур) двумерные структуры. Эти двумерные структуры создают поток, имеющий описание, близкое к описанию турбулентного двумерного потока главы XVIII. Именно это обстоятельство и лежит в основе эффективности математического описания.

С другой стороны, двумерные структуры не охватывают всех потенциально возможных формообразований в трёхмерном турбулентном потоке. По сути дела, с помощью координат z я выделяю один частный класс турбулентных потоков в трёхмерном конфигурационном пространстве (либо пространстве длительности). Но этот класс имеет два преимущества:

1. Он реализуется и часто встречается в Природе.
2. Он допускает эффективный символичный вывод.

Это обстоятельство и предопределило то, что я в настоящей главе основное внимание посвятил двумерным структурам в трехмерном турбулентном потоке. Читатель здесь должен учитывать и то обстоятельство, что проблема трехмерного турбулентного потока чрезвычайно емкая, громадная, требующая больших временных и издательских ресурсов. Поэтому я, при всем желании, не смог бы её разработать и изложить в рамках одной главы.

II. Перейдем от трехмерного комплексного вектора длительности к новым скалярным переменным, заданным над полем комплексных чисел

$$A_0 : \quad \begin{aligned} z_{11} &= y_1 + iy_2 ; \quad z_{12} = y_2 + iy_3 ; \quad z_{13} = y_1 + iy_3, \\ z_{21} &= y_1 - iy_2 ; \quad z_{22} = y_2 - iy_3 ; \quad z_{23} = y_1 - iy_3. \end{aligned}$$

Возникшие при этих преобразованиях операторы частного дифференцирования удовлетворяют уравнениям связи

$$A_1 : \quad \frac{\partial}{\partial y_1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z_{11}} \\ \frac{\partial}{\partial z_{21}} \\ \frac{\partial}{\partial z_{13}} \\ \frac{\partial}{\partial z_{23}} \end{pmatrix} ; \quad \frac{\partial}{\partial y_2} = \begin{pmatrix} -i \frac{\partial}{\partial z_{11}} \\ i \frac{\partial}{\partial z_{12}} \\ \frac{\partial}{\partial z_{12}} \\ \frac{\partial}{\partial z_{22}} \end{pmatrix} ; \quad \frac{\partial}{\partial y_3} = \begin{pmatrix} -i \frac{\partial}{\partial z_{21}} \\ i \frac{\partial}{\partial z_{22}} \\ -i \frac{\partial}{\partial z_{13}} \\ i \frac{\partial}{\partial z_{23}} \end{pmatrix} .$$

Переменные z_{ij} приводят к возникновению важных свойств:

$$A_2 : \quad \begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} \right) \Theta_1 &= 0 ; \quad \forall \Theta_1 = \Theta_{11}(z_{11}) + \Theta_{12}(z_{21}), \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2} \right) \Theta_2 &= 0 ; \quad \forall \Theta_2 = \Theta_{21}(z_{12}) + \Theta_{22}(z_{22}), \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2} \right) \Theta_3 &= 0 ; \quad \forall \Theta_3 = \Theta_{31}(z_{13}) + \Theta_{32}(z_{23}). \end{aligned}$$

Опираясь на свойство отделимости A_2 , примем для потенциала ускорений следующее общее представление

$$A_3: \quad \Theta \triangleq \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 + D_1 y_1 + D_2 y_2 + D_3 y_3,$$

$$\Theta_1 \triangleq \Theta_{11}(z_{11}) + \Theta_{12}(z_{21}),$$

$$\Theta_2 \triangleq \Theta_{21}(z_{12}) + \Theta_{22}(z_{22}),$$

$$\Theta_3 \triangleq \Theta_{31}(z_{13}) + \Theta_{32}(z_{23}).$$

Представление потенциала ускорений A_3 выделяет один класс турбулентных потоков из общего множества трехмерных турбулентных потоков. Внесем одно упрощение; далее мы будем изучать случай

$$D_j = 0; \quad j = 1, 2, 3.$$

Обобщение $D_j \neq 0$ производится без особого труда, поскольку в задаче существует трехпараметрическая группа трансляций

$$A_4: \quad y = D + \tilde{y}; \quad D = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix}.$$

В связи с этим, в дальнейшем, без переобозначения, символ " y " будет присвоен вектору, имеющему смысл вектора \tilde{y} . По сути, символом " y " я буду обозначать как вектор " y ", так и вектор " \tilde{y} ". Это не приведет к путанице, а всего лишь означает, что вектор y определен с точностью до постоянного аддитивного вектора — параметра группы трансляции. Для производных компонент потенциала ускорений справедливы формулы.

$$A_5: \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_1} = \frac{\partial \Theta_{11}}{\partial z_{11}} + \frac{\partial \Theta_{12}}{\partial z_{12}}; \quad \frac{\partial \Theta_3}{\partial y_1} = \frac{\partial \Theta_{31}}{\partial z_{13}} + \frac{\partial \Theta_{32}}{\partial z_{23}},$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial y_2} = \frac{\partial \Theta_{21}}{\partial z_{12}} + \frac{\partial \Theta_{22}}{\partial z_{22}}; \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_2} = -i \left(\frac{\partial \Theta_{11}}{\partial z_{11}} - \frac{\partial \Theta_{12}}{\partial z_{21}} \right).$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial y_3} = -i \left(\frac{\partial \Theta_{21}}{\partial z_{12}} - \frac{\partial \Theta_{22}}{\partial z_{22}} \right); \quad \frac{\partial \Theta_3}{\partial y_3} = -i \left(\frac{\partial \Theta_{31}}{\partial z_{13}} - \frac{\partial \Theta_{32}}{\partial z_{23}} \right).$$

Формулы A_5 приводят к следующему представлению градиента.

$$A_6: \quad grad\Theta = \left\| \begin{array}{l} \left(\frac{\partial\Theta_{11}}{\partial z_{11}} + \frac{\partial\Theta_{12}}{\partial z_{21}} \right) + \left(\frac{\partial\Theta_{31}}{\partial z_{13}} + \frac{\partial\Theta_{32}}{\partial z_{23}} \right) \\ -i \left(\frac{\partial\Theta_{11}}{\partial z_{11}} - \frac{\partial\Theta_{12}}{\partial z_{21}} \right) + \left(\frac{\partial\Theta_{21}}{\partial z_{12}} + \frac{\partial\Theta_{22}}{\partial z_{13}} \right) \\ -i \left(\frac{\partial\Theta_{21}}{\partial z_{12}} - \frac{\partial\Theta_{22}}{\partial z_{22}} \right) - i \left(\frac{\partial\Theta_{31}}{\partial z_{13}} + \frac{\partial\Theta_{32}}{\partial z_{23}} \right) \end{array} \right\|.$$

§ 2. Фундаментальные структуры

Следуя установленной в главе XVIII "Турбулентный поток в канале" логике исследования, опирающейся на координаты z легко написать формулы для фундаментальных двумерных структур в трехмерном турбулентном потоке:

$$B_0: \quad \begin{aligned} G_{11} &= -i \frac{e^{i\beta_{11}z_{11}}}{\beta_{11}}; \quad G_{21} = -i \frac{e^{i\beta_{21}z_{21}}}{\beta_{21}}, \\ G_{12} &= -i \frac{e^{i\beta_{12}z_{12}}}{\beta_{12}}; \quad G_{22} = -i \frac{e^{i\beta_{22}z_{22}}}{\beta_{22}}, \\ G_{13} &= -i \frac{e^{i\beta_{13}z_{13}}}{\beta_{13}}; \quad G_{23} = -i \frac{e^{i\beta_{23}z_{23}}}{\beta_{23}}. \end{aligned}$$

Замечу, что формулами B_0 не ограничивается количество фундаментальных структур; второй вариант фундаментальных структур разработан в §8. Но могут быть и другие варианты.

§ 3. Поток на гиперболическом многообразии

Поставим в соответствие гиперболическому многообразию конфигурационного пространства гиперболическое многообразие длительности

$$B_0: \quad \begin{aligned} N_y &= \{y \mid N_y \subset M_y; \quad Sp\Lambda = 0\}, \\ M_y &= \{y \mid M_y \subset \Pi_y; \quad \sigma_y\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi_y &= \{y \mid \Pi_y \subset \Xi_y; \Theta\}, \\ \Xi_y &= \{y \mid \Xi_y \subset \Omega_y; \Lambda, H_q\}, \\ \Omega_y &= \{y \mid y = \ln q; \Omega_y \subset \mathbb{C}^3\}.\end{aligned}$$

На многообразии N_y потенциал ускорений удовлетворяет уравнению

$$B_1: \quad \left(\frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_2} + \frac{\partial}{\partial y_3} \right) \Theta = 0; \quad y \in N_y.$$

Для введенного в §1 потенциала ускорений это уравнение будет

$$\left(\frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_2} \right) \Theta_1 + \left(\frac{\partial}{\partial y_2} + \frac{\partial}{\partial y_3} \right) \Theta_2 + \left(\frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_3} \right) \Theta_3 = 0; \quad y \in N_y.$$

В свою очередь уравнения связи операторов дифференцирования приводят к следующим соотношениям

$$\begin{aligned}B_1: \quad \frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_2} &= \begin{cases} (1-i) \frac{\partial}{\partial z_{11}} \\ (1+i) \frac{\partial}{\partial z_{21}} \end{cases}, \\ \frac{\partial}{\partial y_2} + \frac{\partial}{\partial y_3} &= \begin{cases} (1-i) \frac{\partial}{\partial z_{12}} \\ (1+i) \frac{\partial}{\partial z_{22}} \end{cases}, \\ \frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_3} &= \begin{cases} (1-i) \frac{\partial}{\partial z_{13}} \\ (1+i) \frac{\partial}{\partial z_{23}} \end{cases}.\end{aligned}$$

Введем теперь два градиента

$$grad1\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_{11}} \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_{12}} \\ \frac{\partial \Theta_3}{\partial z_{13}} \end{array} \right\|; \quad grad2\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta_1}{\partial z_{21}} \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial z_{22}} \\ \frac{\partial \Theta_3}{\partial z_{23}} \end{array} \right\|.$$

Обращаясь к другой записи уравнения B_1

$$(grad\Theta | E)_{\mathbb{C}} = 0 ; y \in N_y,$$

на основе формул B_1 и двух градиентов получаем уравнение

$$B_2 : (grad1\Theta | E)_{\mathbb{C}} + \left(\frac{1+i}{1-i} \right) (grad2\Theta | E)_{\mathbb{C}} = 0 ; y \in N_y.$$

Здесь я пришел к важному факту; на гиперболическом многообразии потенциал ускорений удовлетворяет уравнению B_2 .

§ 4. Характерная задача

В более частной ситуации уравнению B_2 можно придать вид двух уравнений

$$D_0 : (grad1\Theta | E)_{\mathbb{C}} = 0 ; y \in N_y ; (grad2\Theta | E)_{\mathbb{C}} = 0.$$

В этом случае градиент потенциала ускорений будет

$$D_1 : grad\Theta = \left\| \begin{array}{c} - \left(\frac{\partial\Theta_{21}}{\partial z_{12}} + \frac{\partial\Theta_{22}}{\partial z_{22}} \right) \\ -i \left(\frac{\partial\Theta_{11}}{\partial z_{11}} - \frac{\partial\Theta_{12}}{\partial z_{21}} \right) + \left(\frac{\partial\Theta_{21}}{\partial z_{12}} + \frac{\partial\Theta_{22}}{\partial z_{22}} \right) \\ i \left(\frac{\partial\Theta_{11}}{\partial z_{11}} - \frac{\partial\Theta_{12}}{\partial z_{21}} \right) \end{array} \right\|.$$

Из градиента, определяемого формулой D_1 , выделяется один частный случай, характеризующийся условием:

$$\frac{\partial\Theta_{11}}{\partial z_{11}} - \frac{\partial\Theta_{12}}{\partial z_{21}} = 0.$$

Для этого частного характерного случая:

$$grad\Theta = \left\| \begin{array}{c} \lambda_1 \\ -\lambda_1 \\ 0 \end{array} \right\| ; \lambda_1 = - \left(\frac{\partial\Theta_{21}}{\partial z_{12}} + \frac{\partial\Theta_{22}}{\partial z_{22}} \right).$$

Понятно, что здесь уравнения потока принимают известный вид

$$\dot{y}_1 = \lambda_1 ; y \in N_y,$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_2 &= -\lambda_1, \\ \dot{y}_3 &= 0.\end{aligned}$$

Эта система имеет первый интеграл

$$y_1 + y_2 = d_0,$$

характеризующий одномерную калибровочную структуру.

Рассмотрим более подробно задачу о простейших пульсациях, определяемых следующими компонентами потенциала ускорений

$$\Theta_{21} = -\frac{iD_1}{\beta_{12}}e^{i\beta_{12}z_{12}}; \quad \Theta_{22} = -\frac{iD_2}{\beta_{22}}e^{i\beta_{22}z_{22}}.$$

Эти компоненты привели к следующей формуле:

$$\begin{aligned}D_2: \quad \lambda_1 &= \tilde{D}_1 e^{-i\beta_{12}y_1} + \tilde{D}_2 e^{-i\beta_{22}y_1}, \\ \tilde{D}_1 &= D_1 e^{-i\beta_{12}(d_0 + iy_3^0)}; \quad \tilde{D}_2 = D_2 e^{-i\beta_{22}(d_0 - iy_3^0)}.\end{aligned}$$

Теперь дифференциальное уравнение будет

$$\dot{y}_1 = \tilde{D}_1 e^{-i\beta_{12}y_1} + \tilde{D}_2 e^{-i\beta_{22}y_1}.$$

Из этого уравнения стандартным путем я получил следующее уравнение для первой компоненты матрицы плотности импульса:

$$D_3: \quad \ddot{\lambda}_1 \lambda_1 = \dot{\lambda}_1^2 + \beta_{22} \beta_{12} \lambda_1^4 - i(\beta_{22} + \beta_{12}) \dot{\lambda}_1 \lambda_1^2.$$

Интересующее нас решение этого уравнения имеет вид

$$D_4: \quad \lambda_1 = -\frac{i\bar{\omega}}{\tau}; \quad \bar{\omega} = \begin{cases} \frac{1}{\beta_{22}}; & \forall \Theta_{21} = 0 \\ \frac{1}{\beta_{12}}; & \forall \Theta_{22} = 0 \end{cases}.$$

Анализ решения D_4 привел к следующему заключению:

1. Турбулентные пульсации не реализуются, если $\Theta_{21} \neq 0$; $\Theta_{22} \neq 0$.
2. Турбулентные пульсации существуют тогда, когда один из коэффициентов $\{D_1, D_2\}$ равен нулю.

§ 5. Сведение к одномерной задаче

I. Опираясь на структуру градиента, даваемого формулой D_1 в более общем случае можно градиенту на гиперболическом многообразии придать вид

$$\mathcal{H}_0 : \quad grad\Theta = \left\| \begin{array}{c} \lambda_1 \\ -\lambda_3 - \lambda_1 \\ \lambda_3 \end{array} \right\|.$$

Это представление дает возможность значительно упростить трехмерную задачу: свести трехмерный поток к двумерному.

Переходя к новой координате

$$x = y_1 + y_2,$$

мы из известного трехмерного потока, определяемого градиентом \mathcal{H}_0 , получаем двумерный поток

$$\mathcal{H}_1 : \quad \begin{aligned} \dot{x} &= -\lambda_3 ; \quad y \in N_y, \\ \dot{y}_3 &= \lambda_3. \end{aligned}$$

Эта система уравнений имеет первый интеграл

$$x + y_3 = const,$$

позволяющий исключить из системы \mathcal{H}_1 переменную y_3 .

Проведя эту операцию, мы вместо системы уравнений \mathcal{H}_1 получаем одно уравнение

$$\mathcal{H}_2 : \quad \dot{x} = -\lambda_3 ; \quad \lambda_3 = \lambda_3(x, t).$$

По сути дела, в задаче снижения размерности потока я пошел дальше, и исходный трехмерный поток преобразовал в одномерный.

Для фактического определения координат $\{y_1, y_2\}$ полезно обратиться к их представлению в виде

$$y_1 = \alpha x + \varphi; \quad y_2 = (1 - \alpha)x - \varphi.$$

Следуя дальше, мы устанавливаем простую формулу для произведения обобщенных координат

$$\mathcal{H}_3 : \quad q_1 q_2 = q_{10} q_{20} e^{-\int_0^t \lambda_3 dt_1}.$$

В свою очередь, обобщенные координаты определяются следующим образом

$$\mathcal{K}_4: \quad q_1 = q_{10} e^{-\alpha \int_0^t \lambda_3 dt_1} e^\varphi; \quad q_2 = q_{20} e^{-(i - \alpha) \int_0^t \lambda_3 dt_2} e^{-\varphi}.$$

Обращая внимание на то, что функция φ наперед не задана и, в определенном смысле, произвольна, мы устанавливаем, что при всей возможной сложности и непредсказуемости поведения обобщенных координат $\{q_1, q_2\}$ их произведение ведет себя более регулярно и предсказуемо. Это означает, что между обобщенными координатами $\{q_1, q_2\}$ существует когерентное взаимодействие, результатом которого является существование структуры; состояние которой характеризует произведение $q_1 \cdot q_2$.

Для иллюстрации описанного явления рассмотрим задачу с функцией

$$\mathcal{K}_5: \quad \lambda_3 = -D_1 e^{i\beta x_1}.$$

В этой задаче

$$\lambda_3 = i\omega; \quad \omega = \frac{1}{\beta\tau}$$

и произведение координат будет

$$\mathcal{K}_6: \quad q_1 q_2 = q_{10} q_{20} e^{-\frac{i}{\beta} \ln \tau}.$$

В частном случае

$$\varphi = ik\tau,$$

из формул \mathcal{K}_4 следует

$$\mathcal{K}_7: \quad q_1 = q_{10} e^{-\frac{i\alpha}{\beta} \ln \tau} e^{ik\tau}; \quad q_2 = q_{20} e^{-\frac{i(1-\alpha)}{\beta} \ln \tau} e^{-ik\tau}.$$

Ясно, что поведение координат $\{q_1, q_2\}$ значительно сложнее, чем их произведение.

Получается, что сложные турбулентные пульсации в результате когерентного взаимодействия создают структуру.

§ 6. Плоская задача

Материал настоящего параграфа тесно связан с материалом главы XVIII "Турбулентный поток в канале". Другое, в ряде случаев более наглядное и эффективное, описание достигается при

переходе от исходных координат $\{y_1, y_2\}$ к другим координатам $\{u, v\}$ посредством следующих уравнений

$$u = \frac{1}{2}(y_1 + y_2); y_1 = u + v; \frac{\partial}{\partial y_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial v} \right),$$

$$v = \frac{1}{2}(y_1 - y_2); y_1 = u - v; \frac{\partial}{\partial y_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial v} \right).$$

В этом случае градиент потенциала ускорений будет

$$\text{grad}\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial\Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial y_2} \end{array} \right\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial\Theta}{\partial u} + \frac{\partial\Theta}{\partial v} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial u} - \frac{\partial\Theta}{\partial v} \end{array} \right\|.$$

По свойству ковариантности исходный градиентный поток преобразуется в другой (также градиентный поток).

$$И_0: \quad \dot{u} = \frac{\partial\Theta}{\partial u}; \quad \dot{v} = \frac{\partial\Theta}{\partial v}.$$

В свою очередь, потенциал ускорений будет удовлетворять уравнению Лапласа

$$И_1: \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) \Theta = 0.$$

Обращаясь к известному приему и вводя координаты

$$x_1 = u + iv; \quad x_2 = u - iv,$$

можно, для некоторого частного класса турбулентных течений, принять

$$\Theta = \Theta_1(x_1) + \Theta_2(x_2).$$

Теперь поток $И_0$ будет

$$\dot{u} = \frac{\partial\Theta_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\Theta_2}{\partial x_2},$$

$$\dot{v} = -i \frac{\partial\Theta_1}{\partial x_1} + i \frac{\partial\Theta_2}{\partial x_2}.$$

Как известно, одной из центральных задач теории турбулентности является задача о калибровочной структуре. В изучаемом случае калибровочная структура определяется условием $u = \text{const}$, приводящему к уравнению сохранения.

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial x_1} = -\frac{\partial \Theta_2}{\partial x_2}.$$

Это уравнение сохранения определяет поток

$$И_2 : \quad \dot{v} = -2i \frac{\partial \Theta_1}{\partial x_1}.$$

Далее, калибровочная структура характеризуется уравнениями связи

$$y_1 + y_2 = d_0 ; \quad x_1 = iy_1 + \frac{1}{2}d_0(1-i) ; \quad v = y_1 - \frac{1}{2}d_0.$$

С учетом этих уравнений окончательный вид уравнения $И_2$ будет

$$И_3 : \quad \dot{y}_1 = 2 \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_1}.$$

Таким образом, я установил, что в двумерной задаче калибровочная структура существует, и на калибровочной структуре поток описывается уравнением $И_3$.

§ 7. Двумерная калибровочная структура-фрагмент

В трехмерной задаче новые координаты $\{u, v\}$ оказываются полезными при исследовании двумерной калибровочной структуры. В этой задаче двумерная калибровочная структура характеризуется условием

$$(y \mid E)_{\mathbb{C}^3} = H_q^0.$$

Отсюда, вводя координаты (u, v) имеем

$$y_3 = H_q^0 - 2u.$$

При этом исходный поток на гиперболическом многообразии длительности

$$K_0 : \quad \dot{y}_1 = \lambda_1,$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_2 &= -\lambda_3 - \lambda_1, \\ \dot{y}_3 &= \lambda_3\end{aligned}$$

переходит в двумерный поток

$$\begin{aligned}K_1 : \quad \dot{u} &= -\frac{1}{2}\lambda_3, \\ \dot{v} &= \lambda_1 + \frac{1}{2}\lambda_3.\end{aligned}$$

Далее для функций $\{\lambda_1, \lambda_3\}$ имеем

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \lambda_1(y_1, y_2, y_3) = \lambda_1(u, v, y_3), \\ \lambda_3 &= \lambda_3(y_1, y_2, y_3) = \lambda_3(u, v, y_3).\end{aligned}$$

При этом их сужение на гиперболическое многообразие будет зависеть только от новых координат $\{u, v\}$.

$$K_2 : \quad \lambda_1 = \lambda_1(u, v); \quad \forall y_3 = H_q^0 - 2u; \quad \lambda_3 = \lambda_3(u, v).$$

В результате на гиперболическом многообразии система уравнений K_1 будет определенной.

В случае существования на двумерном гиперболическом многообразии одномерных калибровочных структур, их состояние будет описываться системой

$$K_3 : \quad \dot{v} = \lambda_1; \quad \dot{u} = 0.$$

Этот результат допускает важное обобщение; при движении одномерных калибровочных структур с флуктуациями будет справедливо неравенство

$$|\lambda_3| \ll |\lambda_1|.$$

Это неравенство приводит к существенным упрощениям

$$\begin{aligned}K_4 : \quad \dot{v} &\simeq \lambda_1, \\ \dot{u} &= -\frac{1}{2}\lambda_3.\end{aligned}$$

Представленные выше вычисления показывают, сколь существенные упрощения привносятся в теорию при постулировании существования гиперболических структур.

Если обратиться снова к моему ключевому тезису о том, что в истинном понимании турбулентность вторична, а первична структура, станет ясна генеральная линия развития теории турбулентности. Именно эта линия, в которой в центре внимания находится структура, и реализована в моей теории турбулентности.

§ 8. Трехмерная фундаментальная структура

В координатах $\{u, v, y_3\}$ уравнение Лапласа имеет вид

$$L_0: \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial y_3^2} \right) \Theta = 0$$

Возникает вопрос задания частного типа трехмерной фундаментальной структуры, удовлетворяющей уравнению L_0 .

Эта структура определена следующим образом

$$L_1: G = D e^{\beta_1 u + \beta_2 v + \frac{\beta_3}{\sqrt{2}} y_3}; \quad \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 0.$$

Рассмотрим теперь несколько частных случаев:

1. $\beta_3 = 0$; $\beta_1^2 + \beta_2^2 = 0$.

Если $\beta_1 = \beta$; $\text{Im} \beta = 0$, то $\beta_2 = i\beta$. Это решение соответствует подробно изученным двумерным структурам и простейшим пульсациям. Здесь фундаментальное решение будет

$$G_1 = D_1 e^{\beta(u + iv)}.$$

2. $\beta_2 = 0$; $\beta_1^2 + \beta_3^2 = 0$.

Если $\beta_1 = i\beta$; $\text{Im} \beta = 0$, то $\beta_3 = \beta$ и фундаментальное решение определяется формулой

$$G_2 = D_2 e^{\beta(iu + \frac{y_3}{\sqrt{2}})}.$$

3. $\beta_1 = 0$; $\beta_2^2 + \beta_3^2 = 0$.

$$\text{Для } \beta_2 = i\beta; \text{Im} \beta = 0; \beta_3 = \beta; G_3 = D_3 e^{\beta(iv + \frac{y_3}{\sqrt{2}})}.$$

Среди частных случаев особое место занимает фундаментальная структура гиперболического многообразия. Как известно, (см. §7) гиперболическое многообразие характеризуется условием

$$L_2: 2u + y_3 = H_q^0.$$

В фундаментальной структуре L_1 это условие будет учтено при специальном выборе коэффициентов $\{\beta_1, \beta_3\}$; $\beta_2 = \frac{\beta_1}{\sqrt{2}}$. Этот выбор преобразует уравнение L_1 в уравнение

$$\frac{3}{2} \beta_1^2 + \beta_2^2 = 0.$$

В наиболее интересном случае $\beta_2 = i\beta$, $\text{Im}\beta = 0$, $\beta_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}\beta$.
Этому решению соответствует фундаментальное решение

$$L_3: \quad G_4 = D_4 e^{\beta[iv + \sqrt{\frac{2}{3}}(u + \frac{y_3}{2})]}.$$

Это решение справедливо для произвольных точек $\{u, v, y_3\}$ не обязательно расположенных на гиперболическом многообразии.

При сужении на гиперболическое многообразие из G_4 получаем

$$L_4: \quad G_4 = \tilde{D}_4 e^{i\beta v}; \quad \tilde{D}_4 = D_4 e^{\frac{\beta H_q^0}{\sqrt{6}}}.$$

Этому решению отвечает простейшие одномерные пульсации

$$L_5: \quad \dot{v} = D e^{i\beta v}.$$

§ 9. Простейшая задача

В завершение настоящей главы и раздела "Турбулентность" я решил более подробно изучить задачу о турбулентных пульсациях, создаваемых фундаментальным решением L_3 .

В этой задаче

$$\frac{\partial G_4}{\partial v} = i\beta G_4; \quad \frac{\partial G_4}{\partial u} = \sqrt{\frac{2}{3}}\beta G_4$$

и, принимая

$$\dot{u} = \frac{\partial G_4}{\partial u}; \quad \dot{v} = \frac{\partial G_4}{\partial v},$$

мы приходим к двум уравнениям потока

$$M_0: \quad \begin{aligned} \dot{u} &= \sqrt{\frac{2}{3}}\beta G_4, \\ \dot{v} &= i\beta G_4. \end{aligned}$$

Эти уравнения имеют первый интеграл:

$$M_1: \quad u + i\sqrt{\frac{2}{3}}v = d.$$

В терминах исходных координат этот инвариант будет

$$M_2 : \quad y_1 + \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{2}{3}}i}{1 + \sqrt{\frac{2}{3}}i} \right) y_2 = d_0.$$

Отличительной чертой этого инварианта является то, что он является конструкцией комплексного фазового пространства. В вещественном фазовом пространстве он не существует. Важность этого факта обязана тому, что здесь я в конкретных вычислениях установил справедливость одной из аксиом теории турбулентности: "Комплексное фазовое пространство — естественная среда обитания турбулентных потоков".

Обращаясь теперь к сужению L_4 и исключая в нем координату y_2 с помощью первого интеграла, имеем

$$M_3 : \quad G_4 = \hat{D}_4 e^{\frac{i\beta}{1 - \sqrt{\frac{2}{3}}i} y_1}$$

Теперь из уравнений M_0 следует

$$\dot{y}_1 = 2 \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + i \right) \beta G_4.$$

Внося в это уравнение фундаментальное решение M_3 я получил скалярное дифференциальное уравнение

$$M_4 : \quad \dot{y}_1 = D_0 e^{i\tilde{\beta} y_1} ; \quad \tilde{\beta} = \frac{\beta}{1 - \sqrt{\frac{2}{3}}i}.$$

Теперь нам необходимо обратиться к хорошо известным результатам. Уравнению M_4 соответствует уравнение Риккати

$$\dot{\lambda}_1 = i\tilde{\beta}\lambda_1^2,$$

решение которого

$$M_5 : \quad \lambda_1 = \frac{i}{\tilde{\beta}\tau}$$

приводит к следующей формуле для обобщенной координаты

$$M_6: \quad q_1 = q_{10} e^{\frac{1}{\beta} \ln \tau} \tau^{-\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\beta}}.$$

Выполненный выше символьный вывод содержит важный факт: расположенные на гиперболическом многообразии одномерные пульсации содержат ротор и диссипацию.

§ 10. Заключение

1. Настоящее заключение относится к разделу "Турбулентность" в целом.
 2. Турбулентность — форма существования вихревых структур.
 3. Комплексное фазовое пространство — естественная среда обитания турбулентности.
 4. В современную теорию турбулентности необходимо привнести новые физические принципы; нетипичные для классической гидродинамики. Представленная в настоящем разделе теория турбулентности основана на новых физических принципах.
- Три основных принципа имеют вид:
- включение в проблему турбулентности комплексного фазового пространства;
 - принцип максимума энтропии Панченкова;
 - теория турбулентности — специальный раздел ЭПС.
5. Турбулентность возникает в ЭПС.
 6. Причина турбулентности обязана прекращению существования ламинарного потока.
 7. Разрушение ламинарного потока прямо не связано с устойчивостью движения жидкости.
 8. Турбулентность — это самостоятельный вид хаоса.
 9. В моей теории турбулентности ключевую роль играет гиперболическое многообразие; именно на этом многообразии существуют калибровочные структуры, возникновение, развитие и разрушение которых сопровождается турбулентным движением сплошной среды.
 10. Из трех состояний:
 - ламинарное движение,
 - переход ламинарного движения в турбулентное,
 - турбулентное движение.
 ключевое место занимает переход — возникновение турбулентности.
 11. По своему онтологическому статусу ЭПС допускает определенную унификацию; в проблеме турбулентности унификация обеспечивается локальной симметрией — существованием инвариантной окрестности ядра ЭПС.

12. В комплексном фазовом пространстве есть только две сущности:
 - 1) вихрь (вихревая структура),
 - 2) диссипация.
13. Существует два сценария возникновения турбулентности: сценарий разрушения, сценарий развития.
14. Турбулентность, описываемая уравнениями Навье-Стокса, возникает по сценарию разрушения.
15. Турбулентный поток имеет более высокую организацию, чем ламинарный поток. Собственно, глубинная причина возникновения турбулентности состоит в переходе от менее организованного состояния к более организованному. Переход происходит тогда, когда менее организованное состояние существовать не может.
16. Вихрь (ротор) реализует механизмы повышения организации.
17. Энтропийное многообразие, на котором существует турбулентность — особое многообразие потенциала ускорений, либо особое Гильбертово поле.
18. Раздел "Турбулентность" содержит новые материалы по теории энтропийной топологической группы G .
19. Энтропийная группа G объединяет в единое целое организационное формирование два потока; нормальный поток и ортогональный поток, входящий в состав снопа.
20. Замечательным фактом является существование на конгруэнции особого Гильбертова поля, содержащей сноп, двух инвариантов; потенциала ускорений и потенциала импульса. При этом два инварианта, по отдельности, принадлежащие различным компонентам снопа, связаны уравнением потенциала ускорений.
21. На особом многообразии потенциала ускорений инвариантами являются потенциал ускорений и полный импульс.
22. В естествознании господствует позиция, в соответствие с которой окрестность истинного (невозмущенного) движения не произвольна, а специфична.
23. Суть дела выглядит так: топология истинного состояния не общая топология, а специальная топология, определяемая истинным состоянием. В этом случае сноп и представляет, в определенном смысле, истинное состояние и его топологию.
24. Сноп можно интерпретировать следующей формулой:

$$\text{сноп} = \text{невозмущенное состояние} + \text{флуктуация}$$
25. В общей проблеме хаотической механики принципиальное значение имеет то, что в составе снопа флуктуации имеют вид ортогонального потока.

26. В течение всей книги я последовательно изучаю и расширяю тезис о том, что хаос имеет свою онтологию, отличную от онтологии классической физики. Хаотическая механика расположена на иерархическом уровне, ниже уровня классической механики. Для турбулентности — ниже уровня классической гидромеханики. Материалы настоящего раздела содержат новые важные факты по этому вопросу. Центральное место занимает формирование концепции фазового пространства длительности; а также потенциала плотности импульса.
27. Символьный вывод новой теории турбулентности дает конструктивную и эффективную технику исследования до числа конкретных проблем и задач турбулентных движений жидкости.
28. Основное звено эффективности — принцип суперпозиции в фазовом пространстве длительности.
29. Локальная симметрия ЭПС дает рецепт выбора потенциала ускорений — потенциал ускорений должен обладать асимптотикой, согласованной с уравнением ядра ЭПС.
30. Требование согласованности асимптотики потенциала ускорений определяет способ выделения (либо задания) фундаментальных решений (состояний), описывающих простейшие турбулентные пульсации.
31. Теперь вопрос определения потенциала ускорений в новой произвольной ситуации перешел в плоскость формирования пакета, состоящего из совокупности фундаментальных решений — структурного пакета. В этом механизме сколь угодно сложное турбулентное состояние обязано когерентному взаимодействию простейших турбулентных пульсаций.
32. При достаточно прозрачных предположениях турбулентные пульсации не носят характер флуктуаций; они представляют самостоятельный вид основного движения.
33. Одной из интересных задач, допускающей эффективный символьный вывод, является задача о двумерных структурах в трёхмерном турбулентном потоке.
34. Напомню читателю свой ключевой тезис: в истинном понимании турбулентность вторична, а первична структура. Именно этот тезис и определил характерную отличительную черту моей теории турбулентности. Поэтому на эту теорию, без больших прегрешений перед истиной, можно смотреть как на фрагмент теории структур. В той же степени это относится и к предмету книги — хаотической механики.

Раздел VII

Энтропийный Мир

<i>Глава XX.</i>	Энтропийное время
<i>Глава XXI.</i>	Темпоральное пространство
<i>Глава XXII.</i>	Поля и потоки инерции
<i>Глава XXIII.</i>	Уникальный экстремальный пограничный слой
<i>Глава XXIV.</i>	Этюды гравитации
<i>Глава XXV.</i>	Энтропийные полюс-поля
<i>Глава XXVI.</i>	Классификация

Глава XX

Энтропийное время

Содержание

§1. Две концепции времени	505
§2. Аксиомы времени	507
§3. Физический и Эзотерический Миры	508
§4. Комплексное темпоральное пространство	510
§5. Непроявленная сплошная среда	514
§6. Комплексное конфигурационное пространство	515
§7. Энтропийное время	516
§8. Онтология	517
§9. Энтропийный Мир	518
§10. Заключение	521

§. 1. Две концепции времени

1. Краткий обзор проблемы Времени и обсуждение, окончательно сформировавшиеся в конце XX века, современной концепции "Пространства-Времени" я начну с господствующей в естествознании метафоры "Время - это ключ к познанию Природы". В познании Вселенной и окружающей нас Действительности существует три линии мышления: научная, философская и религиозная. Начиная с древности, проблема Пространства и Времени привлекала внимание представителей всех трех линий мышления; поскольку в неиссякаемом стремлении понять и осмыслить Мир, человек всегда обращался к проблеме Пространства и Времени, как к ключевой проблеме. В некотором смысле оказывается справедливым высказывание о том, что проблема онтологии Мира редуцируется к проблеме Пространства и Времени.

Я выполнил излагаемый здесь анализ проблемы Пространства и Времени исходя из трех целей:

1. Ввести в курс событий и дать читателю начальные, предварительные базовые сведения, обязательные для правильного и более глубокого понимания моей теории энтропийного времени.
2. Дать читателю, без обращения к многочисленным и труднодоступным публикациям по проблеме Времени (включающими сотни монографий) возможность самостоятельной оценки значимости моей концепции времени.

Третья цель здесь также очевидна: в настоящее время происходит грандиозная революционная смена исследовательской парадигмы естествознания; процесс смены парадигмы сопровождается интенсивным и обширным совместным анализом научных, эзотерических и философских знаний, и я хочу показать насколько тесно связаны энтропийные парадигма, мышление, время с Физическим и Эзотерическим Мирами.

II. В науке получили концептуальное оформление две картины Физического Мира. Первая картина Физического Мира была создана Ньютоном; в ньютоновской картине мира пространство, время и материя разобщены. Они носят характер автономных сущностей и могут существовать независимо друг от друга. Вторая картина мира обязана теории относительности (А. Эйнштейн, Г. Минковский, Г. Вейль). В этой картине Физического Мира "Пространство – Время" — реальная абсолютная форма существования материального мира.

Величайшим достижением общей теории относительности является то, что пространство-время перестало в ней быть независимыми от материи. В формулировке Германа Вейля основная идея общей теории относительности имеет вид: "То, что оказывает такое мощное реальное воздействие, какое производит метрическая структура мира, не может быть жестким, раз и навсегда установленным геометрическим свойством мира, а само является чем-то реальным, тем, что не только производит воздействие на материю, но и сам испытывает воздействие с ее стороны." Эта формулировка привносит в современную концепцию "Пространства–Времени" два факта:

1. Пространство и время порождаются материей. В отсутствие материи время не существует.
2. В Физическом Мире четырехмерный пространственно-временный континуум наделен структурой.

III. В единой структуре "Пространство–Время" время занимает привилегированное положение.

Привилегия времени определяется двумя обстоятельствами:

1. Время, кроме выполнения вместе с пространством функции поддержания абсолютной формы существования материи, выполняет организующую роль.
2. Время обладает большей гладкостью (в математическом смысле), чем пространство.

IV. Формирующие структуру "Пространство–Время" две связанные компоненты определяют две основные философские категории: 1) длительность; 2) протяженность.

V. В современном естествознании наибольшее распространение получили две концепции времени:

1. Концепция астрономического времени.

2. Концепция собственного времени.

Первая наиболее ярко сформулирована в специальной теории относительности; базовый объект этой концепции также хорошо известен — это четырехмерное пространство Минковского.

Вторая концепция — концепция собственного времени, в настоящее время в большей мере носит характер философской концепции; ее аксиоматическая база практически отсутствует. Из научных исследований второго (собственного) времени наибольшей значимостью и известностью обладают работы И.Р. Пригожина. Философские исследования собственного времени содержатся, например, у Плотина, но завершенный вид концепция собственного времени в виде философии длительности получила в работах Анри Бергсона. Здесь надо обратить внимание на важную деталь. В философии в собственное время вкладывается смысл психологического времени; здесь собственное время приобретает субъективный характер. При подобной интерпретации собственного времени, переживание времени — фундаментальный феномен сознания, важнейшая компонента его сущности. Замечу, что для концептуального оформления и разработки аксиоматической базы энтропийного времени философская концепция психологического времени оказывается узкой и недостаточной. Необходимо расширение в виде интерпретации собственного времени как времени, определяемого состоянием (а не психологическим состоянием) той или иной сущности, находящейся в Физическом либо Эзотерическом Мирах. Здесь необходимо перевести собственное время из философской категории в абстрактную физическую, либо математическую категорию; нужно придать собственному времени вид аксиомы.

§ 2. Аксиомы Времени

Современное концептуальное оформление Времени, включающее аксиоматическую базу, я дал в виде набора следующих аксиом Времени:

1. *"Пространство-Время" — реальная абсолютная форма существования материального мира.*
2. *В Физическом Мире четырехмерный пространственно-временной континуум наделен структурой.*
3. *В составе пространственно-временного континуума время занимает привилегированное положение, оно выполняет организующую роль.*
4. *В составе пространственно-временного континуума длительность обладает большей гладкостью, чем протяженность.*

5. В Природе и окружающей нас Действительности существует два времени, объединенных в двойственность:

<астрономическое время | собственное время>.

При формулировке набора аксиом Времени я обнаружил весьма важную характерную деталь; во всех научных, философских и эзотерических исследованиях время обладает структурой скалярной величины. Это свойство, время — скалярная величина, опираясь на свойство общности, следовало бы включить в число аксиом Времени. Но я этого решил не делать по следующей причине: отказ от скалярности времени определяет ключевое отличие моей энтропийной концепции времени от существующих в естествознании воззрений. В концепции энтропийного времени собственное время имеет смысл векторного количества; поэтому, если бы я и включил аксиому скалярности в аксиоматическую базу Времени, то она просуществовала бы недолго — до момента формирования аксиом энтропийного времени. Для иллюстрации фундаментального отличия моего энтропийного времени от собственного времени можно было поступить по другому: ввести аксиому скалярности времени, а потом в нужный момент отказаться от нее. Но я так не сделал.

§ 3. Физический и Эзотерический Миры

В течение многовекового периода существования и развития естествознания Вселенная и окружающая нас Действительность представляется в виде двух Миров:

1. Физический Мир.
2. Эзотерический Мир.

В этой картине Физический Мир — мир материи, объект изучения классической физики, тогда как Эзотерический Мир — тонкоматериальный мир, сознания, мир Пси-феноменов. Практически до конца XX века Эзотерический Мир был предметом изучения философии и метафизики, но к концу XX века в естествознании возникла психофизическая проблема — проблема, в центре которой было взаимоотношение сознания и физического мира. Проблему соотношения сознания и физического мира в течение многих веков считали больше философской, чем естественнонаучной, но эволюция естествознания привела к тому, что вопрос о месте и роли сознания во Вселенной и окружающей нас Действительности приобрел научный смысл. В проблеме Эзотерического Мира взаимодействие науки с философией и эзотерикой (метафизикой) всегда носило конфронтационный характер; при

этом, противоречие происходило в вопросе существования Эзотерического Мира. Существование Эзотерического Мира — это первая научная проблема, которая должна быть решена до создания новой исследовательской парадигмы естествознания.

Утверждение существования Эзотерического Мира должно войти в новую парадигму в виде исходной первичной аксиомы. Без аксиомы существования наши усилия по концептуальному оформлению и развитию аксиоматической базы Эзотерического Мира будут бессмысленны; также без учета Эзотерического Мира будет лишена основания новая, в некотором смысле революционная, парадигма естествознания.

В конце XX века конфронтационный этап развития нашего понимания Природы был завершен; его основным достижением является установление реальности Пси- феноменов. Поскольку Пси- феномены являются сущностями Эзотерического Мира, то можно принять предположение о том, что из реальности Пси- феноменов следует реальность Эзотерического мира. Это предположение порождает исходную гипотезу: Эзотерический Мир существует.

Этой исходной гипотезе я решил придать вид первой аксиомы. **Аксиома существования.** *Эзотерический Мир существует.*

В современном естествознании роль аксиомы существования чрезвычайно велика; она подводит итог познания Природы за весь многовековой период развития естественнонаучной мысли. Для нас, естествоиспытателей, не менее важна и другая сторона; аксиома существования служит исходной позицией исследования единой концептуальной модели естествознания и развития новой исследовательской парадигмы.

Итак, аксиома существования служит отправной точкой и базовой конструкцией современной концепции естествознания. За ней следует вторая задача — определение онтологии Эзотерического Мира. Эта онтология, в частности, включает и определение онтологического уровня.

Под онтологическим уровнем Эзотерического Мира я понимал не феноменологические представления либо семантические интерпретации философских, либо метафизических изысков, а формализованное, абстрактное точное представление в виде строгих аксиом — аксиом, лежащих в основе символьного вывода. Аксиом, носящих характер обязательных условий возникновения новых формализованных теорий — нового символьного вывода.

Обязательное требование аксиоматического определения онтологического уровня Эзотерического Мира определяет очередную задачу. Главной целью современного этапа развития естествознания является концептуальное оформление, включающее создание аксиоматической базы, онтологического уровня, Эзотерического Мира. Эта цель волнует многочисленное сообщество ученых-ес-

тествоиспытателей во многих странах мира; существует несколько международных коллективов, ведущих интенсивные разработки. Есть опыт развития научной, философской, религиозной (эзотерической) мысли. Здесь, в некотором смысле, уже определен прецедент. Наиболее часто онтологическим уровнем Эзотерического Мира считают уровень Физического Вакуума.

Ряд естествоиспытателей (особенно в России) полагают, что основной сущностью Физического Вакуума, реализующей функции сознания, являются торсионные поля (поля кручения). При этом предполагается, что математическое описание (символьный вывод) полей кручения достигается путем обобщения аксиом и основных математических конструкций общей теории относительности. По сути, это теоретическое описание Эзотерического Мира, инструментальными методами классической физики (Физического Мира).

§ 4. Комплексное темпоральное пространство

Исходный базовый геометрический объект теории энтропийного времени — комплексное темпоральное пространство разместим в трехмерном комплексном евклидовом пространстве.

$$\Omega_y = \{y \mid \Omega_y \subset \mathbb{C}^3\}.$$

Здесь Ω_y - комплексное темпоральное пространство; y - вектор длительности (длительность).

Аксиоматически структурную энтропию я ввел следующим образом:

$$A_1: H_q \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}}; y \in \Omega_y.$$

Теперь, следуя логике монографии "Энтропия" нам необходимо ввести энтропийное многообразие длительности.

$$A_2: \mathfrak{E}_y = \{y \mid \mathfrak{E}_y \subset \Omega_y; H_q\}.$$

Очередной шаг приводит к двум временам:

1. комплексное астрономическое время - z
2. энтропийное время - s .

Опираясь на хорошо известные результаты главы "Внутреннее время" энтропийное время определим следующим образом:

$$A_3: s \triangleq H_q.$$

Энтропийное время, определяемое формулой A_3 , приводит к еще одному геометрическому объекту — ленточному энтропийному многообразию (конгруэнции)

$$A_4 : \quad \mathcal{E}_k = \{y \mid \mathcal{E}_k \in \mathcal{E}_y; s\}.$$

Здесь я предполагаю, что на конгруэнции \mathcal{E}_k энтропийное время (и, соответственно, структурная энтропия) является инвариантом.

$$A_5 : \quad s \stackrel{\Delta}{=} s(z); y \in \mathcal{E}_k.$$

Существование конгруэнции \mathcal{E}_k , на которой структурная энтропия — энтропийное время обладает инвариантностью, дает мне возможность ввести расширение комплексного евклидова пространства \mathbb{C}^3 в виде комплексного пространства Минковского.

$$\mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}_{3,1}^4.$$

В свою очередь в комплексном пространстве Минковского будет существовать базовый геометрический объект — расширенное комплексное темпоральное пространство.

$$A_6 : \quad \widehat{\Omega}_y = \{\hat{y} \mid \widehat{\Omega}_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4; \hat{y} = (y, y_4); y_4 = \beta s\}.$$

Наступил момент ввода в символьный вывод комплексного астрономического времени.

Введем поток

$$A_7 : \quad \dot{\hat{y}} = \hat{\Lambda}; \quad \dot{\hat{y}} = \frac{d\hat{y}}{dz}; \quad \hat{y} \in \widehat{\Omega}_y$$

и определим дивергенцию этого потока

$$A_8 : \quad \hat{\sigma}_y = \text{div} \hat{\Lambda}; \quad \hat{y} \in \widehat{\Omega}_y.$$

Теперь, в соответствие с установившейся схемой символьного вывода, введем расширенное соленоидальное многообразие.

$$A_9 : \quad \widehat{M}_y = \{\hat{y} \mid \widehat{M}_y \subset \widehat{\Omega}_y; \hat{\sigma}_y\}.$$

Как хорошо известно, на расширенном соленоидальном многообразии глобальная симметрия $H_f = \text{const}$ поддерживается аннулированием дивергенции. Условие аннулирования дивергенции

приводит к условию калибровки полей расширенного комплексного темпорального пространства.

$$A_{10} : \quad H_f = \text{const} \rightarrow \text{div} \hat{\Lambda} = 0 ; \hat{y} \in \widehat{M}_y.$$

В свою очередь, уравнение дивергенции по известной схеме приводит к уравнению Даламбера.

$$A_{11} : \quad \text{div} \hat{\Lambda} = 0 \rightarrow \square \hat{\Lambda} = -4\pi \hat{\mu} ; \hat{y} \in \widehat{M}_y,$$

$$\square = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y_4^2} ; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2}.$$

Для завершения вывода основных уравнений мне не хватает также хорошо известного звена теории энтропии — уравнения энтропийного времени.

$$s \triangleq H_q : \frac{dH_q}{dz} = w ; w = \sigma_1.$$

Обращаясь к представлению четвертой координаты

$$y_4 = \beta s$$

получаем четвертое уравнение потока \dot{y} .

$$\dot{y}_4 = \beta \sigma_1.$$

В этом случае

$$A_{12} : \quad \Lambda_4 = \beta \sigma_1 : \rightarrow \square \sigma_1 = \frac{-4\pi \mu_4}{\beta} ; \hat{y} \in \widehat{M}_y.$$

В связи с этим уравнением следует напомнить двойственность представления дивергентного инварианта.

$$\sigma_1 = \begin{cases} \sigma_1(z); & y \in \mathcal{E}_k \\ \sigma_1(\hat{y}); & \hat{y} \in \widehat{M}_y \end{cases}$$

Смысл этой двойственности хорошо известен; дивергентный инвариант σ_1 становится действительно дивергентным инвариантом при сужении расширенного соленоидального многообразия \widehat{M}_y на конгруэнцию \mathcal{E}_k .

Далее следует напомнить, что по определению

$$A_{13} : \quad \sigma_1 \stackrel{\Delta}{=} (\Lambda \mid E)_{\mathbb{C}}; \quad y \in \mathfrak{D}_k.$$

В настоящей книге разработан еще один вариант основного уравнения. Если вектор плотности импульса обладает потенциалом

$$\Lambda = \text{grad}\Theta; \quad \text{grad}\Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y_3} \\ -\frac{\partial \Theta}{\partial y_4} \end{array} \right\|,$$

то для потенциала ускорений оказывается справедливым уравнение Даламбера

$$A_{14} : \quad \square \Theta = 0; \quad \hat{y} \in \widehat{M}_y.$$

В первом случае — случае уравнений A_{11} , плотность импульса $\hat{\Lambda}$ обладает векторным потенциалом (четыре-потенциалом); тогда как потенциал ускорений уравнения A_{14} выступает в роли скалярного потенциала.

Отмечу важную деталь: уравнение A_{10} означает, что вектор плотности импульса определяет в пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ калибровочную структуру. И здесь я прихожу к важному выводу: концепция энтропийного времени реализуется в случае существования в расширенном комплексном темпоральном пространстве калибровочных структур (полей и потоков). Значительно раньше этот результат я установил при развитии теории энтропийной группы G .

По сути, это означает, что энтропийное время вносит организованность в состояние виртуальной сплошной среды. Эту организованность и отражают два уравнения Даламбера $\{A_{11}, A_{14}\}$.

§ 5. Непроявленная сплошная среда

Разрабатываемая концепция энтропийного времени опирается на гипотезу существования временной субстанции — непроявленной сплошной среды.

Эту гипотезу я ввел двумя постулатами.

1. Постулат непроявленной сплошной среды.

Во Вселенной и окружающей нас Действительности существует временная субстанция — непроявленная сплошная среда.

2. Постулат темпорального пространства.

Непроявленная сплошная среда размещена в расширенном комплексном темпоральном пространстве.

Теперь нам совершенно очевидно, что описанное в §4 расширенное комплексное темпоральное пространство является местом одного из базовых объектов теории энтропийного времени — непроявленной сплошной среды. Аксиоматическое определение этого объекта имеет вид:

Определение XX.1

Непроявленной сплошной средой называется абстрактный объект, определяемый аксиомами:

1. *Непроявленная сплошная среда находится в ограниченной области комплексного пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$, называемого расширенным комплексным темпоральным пространством $\hat{\Omega}_y$.*

2. *В расширенном комплексном темпоральном пространстве $\hat{\Omega}_y$ состояние непроявленной сплошной среды характеризуется локальной координатой: \hat{y} — вектором длительности (длительностью).*

При этом $\hat{y} \in \hat{\Omega}_y$, $\hat{\Omega}_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4$, $\hat{y} = (y, y_4)$, $y_4 = \beta s$.

3. *В непроявленной сплошной среде существует два времени:*

- a) z — астрономическое время;*
- b) s — энтропийное время.*

4. *Экстремальным принципом непроявленной сплошной среды является принцип максимума энтропии Панченкова.*

5. *Структурная энтропия непроявленной сплошной среды имеет вид:*

$$H_q \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}} ; y \in \Omega_y.$$

6. *Энтропийное время равно структурной энтропии.*

$$s \triangleq H_q ; y \in \Omega_y.$$

Этим аксиоматическим определением я завершил формирование одного из базовых объектов теории энтропийного времени.

Теперь в нашем распоряжении имеется:

1. Непроявленная сплошная среда.
2. Расширенное комплексное темпоральное пространство.
3. Энтропийное время.
4. Энтропийное многообразие длительности.

При этом на расширенном энтропийном многообразии длительности

$$\hat{\mathcal{E}}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\mathcal{E}}_y \subset \hat{\Omega}_y ; \hat{H}_q\}$$

выполняется глобальная симметрия — существование калибровочной структуры.

$$\hat{H}_q = const; \hat{H}_q = H_q - \frac{y_4}{\beta}.$$

Отсюда следует, что на энтропийном многообразии непроявленной сплошной среды реализуются только калибровочные структуры. В завершение, для полноты картины я введу расширенное нормальное энтропийное многообразие.

$$\hat{D}_y = \{\hat{y} \mid \hat{D}_y \subset \hat{\mathcal{E}}_y ; \hat{\Lambda} = (\Lambda, \beta\sigma_1)\}.$$

§ 6. Комплексное конфигурационное пространство

Второй базовый геометрический объект теории энтропийного времени нам уже хорошо известен: это комплексное конфигурационное пространство.

$$L_1 : \quad \Omega_q = \{q \mid \Omega_q \subset \mathbb{C}^3\}.$$

Я приведу также два сужения комплексного конфигурационного пространства:

1. Энтропийное многообразие конфигурационного пространства

$$L_2 : \quad \mathcal{E}_q = \{q \mid \mathcal{E}_q \subset \Omega_q ; H_q\}.$$

2. Нормальное энтропийное многообразие конфигурационного пространства

$$L_3 : \quad D_q = \{q \mid D_q \subset \mathcal{E}_q ; \Lambda\}.$$

Напомню, что на нормальном энтропийном многообразии поток имеет характерный вид

$$L_4 : \quad \dot{q} \triangleq \Lambda q ; q \in D_q ; \sigma_1 = (\Lambda \mid E)_{\mathbb{C}}.$$

Поток L_4 лежит в основе определения нормального экстремального пограничного слоя. Именно здесь концепция нормального экстремального пограничного слоя смыкается с концепцией теории энтропийного времени. Напомню читателю известный факт: *в соответствии с аксиоматикой виртуальной сплошной среды и теории экстремального пограничного слоя в комплексном конфигурационном пространстве расположена комплексная виртуальная сплошная среда конфигурационного пространства.*

§ 7. Энтропийное время

I. Обратимся теперь к более подробному и аккуратному анализу энтропийного времени.

С этой целью определим в пространстве Ω_y линейный функционал (один-форму)

$$s \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}} ; y \in \Omega_y$$

Теперь введем определение комплексного собственного времени.

Определение XX.2 *Комплексное собственное время — это один-форма*

$$s \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}} ; y \in \Omega_y,$$

определенная на комплексном темпоральном пространстве Ω_y .

Этому определению соответствует определение энтропийного времени.

Определение XX.3 *Энтропийное время — это равная структурной энтропии один-форма*

$$s \triangleq H_q : s = (y \mid E)_{\mathbb{C}} ; y \in \Omega_y,$$

определенная на комплексном темпоральном пространстве Ω_y .

Здесь же я решил дать строгое определение уравнения энтропийного времени.

Определение XX.4 Уравнение энтропийного времени — это сужение уравнения структурной энтропии

$$\frac{dH_q}{dz} = w ; H_q = s ; w = \sigma_1 ; \sigma_1 = (\Lambda | E)_{\mathbb{C}}$$

на конгруэнцию нормального энтропийного многообразия конфигурационного пространства.

В свою очередь, астрономическое время вводится в теорию определением.

Определение XX.5 Астрономическое время — это скалярная величина, определенная над полем комплексных чисел, $z \in \mathbb{C}^1$, имеющая смысл комплексного параметра, посредством которого происходит параметризация состояния виртуальной сплошной среды в комплексном фазовом пространстве, конфигурационном пространстве и пространстве импульса.

II. Обратимся теперь к проблеме гомоморфизма пространств $\{\Omega_y, \Omega_q\}$. Из текущих материалов настоящей главы следует общее свойство:

Если $q \in \mathbb{C}^3$, то и $y \in \mathbb{C}^3$, следовательно мы можем сформировать логическую формулу.

$$\forall q \in \mathbb{C}^3 \exists y \in \mathbb{C}^3.$$

Эту логическая формула и дает основания для формулировки ключевого свойства гомоморфизма пространства $\{\Omega_y, \Omega_q\}$.

Пусть существует отображение T_s , ставящее в соответствие каждой точке пространства Ω_q точку пространства Ω_q .

$$T_s : q \rightarrow y ; \{q \in \Omega_q ; y \in \Omega_y\}.$$

Это отображение и определяет гомоморфизм.

$$T_s : \Omega_q \rightarrow \Omega_y ; \Omega_q \subset \mathbb{C}^3 ; \Omega_y \subset \mathbb{C}^3.$$

Сформулированный гомоморфизм играет ключевую роль в теории энтропийного времени и, в более общей формулировке, в теории Энтропийного Мира.

§ 8. Онтология

У нас появились новые данные для дальнейшего обсуждения, начатого в §3, проблемы онтологического уровня Эзотерического Мира. Полезно заметить, что к проблеме онтологии хаотической

механики в частной формулировке я по тексту книги обращался несколько раз. В частности, достаточно подробное обсуждение содержится в разделе "Турбулентность". В этом обсуждении я сформулировал тезис о том, что онтологическим уровнем хаотической механики является уровень матрицы плотности импульса. Но это обсуждение происходило тогда, когда концепция непроявленной сплошной среды энтропийного времени еще не содержала окончательной формулировки.

В настоящей главе формулировка концепции непроявленной сплошной среды и энтропийного времени завершена, и я могу дать окончательный вид онтологическому уровню. При этом я вместо Эзотерического Мира буду рассматривать другой мир — Энтропийный Мир. Онтологический уровень Энтропийного Мира определяется следующим утверждением.

Утверждение XX.1 *Онтологическим уровнем Энтропийного Мира является уровень комплексного расширенного темпорального пространства.*

Ядром этого утверждения является то, что непроявленная сплошная среда и комплексное расширенное темпоральное пространство реально существует.

Замечу, что в символьном выводе темпорального пространства диагональная матрица плотности импульса приобретает облик вектора плотности импульса, поэтому я в дальнейшем буду рассматривать два термина:

- матрица плотности импульса,
- вектор плотности импульса,

как синонимы.

При этом, при переходе в комплексное конфигурационное пространство вектор плотности импульса и приобретает черты матрицы плотности импульса.

В онтологии Энтропийного Мира важным является двойственность представления вектора плотности импульса:

$$\Lambda = \begin{cases} \Lambda(\hat{y}); & \hat{y} \in \hat{\Omega}_y \\ \Lambda(\hat{y}, z) \end{cases}.$$

Фундаментальная значимость этой двойственности и ее интерпретации будет подробно изучена в главе "Классификация".

§ 9. Энтропийный Мир

I. Достаточно очевидно, что имеющий множество проявлений в Физическом Мире пестрый, разнообразный, феноменологически неоднородный Эзотерический Мир, разрабатываемый религией,

философией, мистикой, эзотерикой, парапсихологией, психоанализом, психосинтезом и метафизикой не допускает в настоящее время формализованного либо, в крайнем случае, однозначного семантического описания. В создаваемой тысячелетиями ситуации существует единственный правильный выход: заменить Эзотерический Мир Другим Миром, адекватным Эзотерическому Миру относительно достаточно представительной совокупности основных свойств. Но этот Другой Мир должен по сравнению с исходным Эзотерическим Миром обладать главным преимуществом: иметь аксиоматическое определение и допускать формализованное описание.

Завершив создание аксиоматической базы и концептуальное оформление Другого Мира мы, естествоиспытатели, войдем в новую стадию — стадию исследования и идентификации. Именно в процессе идентификации естествознание и установит удачность выбора и тождественность Другого Мира тому, что я назвал Эзотерический мир. Так я и поступил: заменил Эзотерический Мир Энтропийным Миром, создал аксиоматическую базу и выполнил его концептуальное оформление. Все развитие моей теории энтропии вело к этому объекту; Энтропийный Мир — итоговый документ "Энтропии" и "Энтропии-2".

Здесь я должен сообщить читателю, что Энтропийный Мир не сводится только к Эзотерическому Миру; в Физическом Мире существует и будет возникать большое число проблем, где он, обладающий уникальным символьным выводом и инструментальными средствами, будет эффективен. Одна из проблем нам уже хорошо известна — это турбулентность; вторая проблема — поля инерции, содержится в настоящем разделе.

Энтропийный Мир — это абстракция, а Эзотерический Мир — интерпретация. Поэтому их взаимодействие должно идти по линии

абстракция → интерпретация.

Ясно, что введенная и изучаемая мною абстракция — Энтропийный Мир, может иметь и другие разнообразные интерпретации вне Эзотерического Мира.

II. В нашем распоряжении имеются две сплошные среды:

1. Виртуальная сплошная среда.
2. Непроявленная сплошная среда.

В свою очередь, виртуальная сплошная среда содержит две компоненты:

1. Виртуальная сплошная среда комплексного конфигурационного пространства.
2. Виртуальная сплошная среда комплексного пространства импульса.

Я объединил первую компоненту виртуальной сплошной среды с не проявленной сплошной средой; и назвал результат объединения Энтропийным Миром.

Итак, Энтропийный Мир определяется следующей формулой:

$$\text{Энтропийный Мир} = \text{непроявленная сплошная среда} + \text{виртуальная сплошная среда комплексного конфигурационного пространства.}$$

III. Необходимо выделить основное характерное свойство не проявленной сплошной среды: в ней отсутствует импульс.

IV. Поскольку векторным пространством непроявленной сплошной среды является комплексное пространство Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$, а виртуальной сплошной среды комплексного конфигурационного пространства — комплексное евклидово пространство \mathbb{C}^3 , то пространством Энтропийного Мира будет:

$$\mathbb{C}_{3,1}^4 \oplus \mathbb{C}^3$$

Этот факт приводит к утверждению.

Утверждение XX.2 *Энтропийный Мир размещается в пространстве.*

$$K_0: \quad \Omega_s = \hat{\Omega}_y \times \Omega_q ;,$$

$$\hat{\Omega}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\Omega}_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4 ; \hat{y} = (y, y_4) ; y_4 = \beta s\},$$

$$\Omega_q = \{q \mid \Omega_q \subset \mathbb{C}^3\}.$$

В свою очередь, это утверждение формирует еще одно ключевое утверждение.

Утверждение XX.3 *Энтропийное многообразие Энтропийного Мира имеет вид:*

$$K_1: \quad \mathfrak{A}_s = \hat{\mathfrak{A}}_y \times \mathfrak{A}_q,$$

$$\hat{\mathfrak{A}}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\mathfrak{A}}_y \subset \hat{\Omega}_y ; \hat{H}_q\}; \mathfrak{A}_q = \{\hat{q} \mid \mathfrak{A}_q \subset \Omega_q ; H_q\}.$$

Очевидно, что глобальная симметрия Энтропийного Мира является абсолютным интегральным инвариантом

$$\hat{H}_q = \text{const}; \hat{H}_q = H_q - \frac{y_4}{\beta}.$$

Для сравнения отмечу, что местом обитания Физического Мира является комплексное фазовое пространство.

$$K_2 : \quad \Omega = \Omega_q \times \Omega_p,$$

$$\Omega_q = \{q \mid \Omega_q \subset \mathbb{C}^3\}; \Omega_p = \{p \mid \Omega_p \subset \mathbb{C}^3\}.$$

В Физическом Мире глобальная симметрия задается законом сохранения энтропии $H_f = \text{const}$. Эти Два Мира разительным образом отличаются друг от друга; но логика их формирования обладает красивой симметрией.

Феноменология возникновения Двух Миров проста; в нашем распоряжении имеется три пространства:

1. $\hat{\Omega}_y$ — расширенное комплексное темпоральное пространство.
2. Ω_q — комплексное конфигурационное пространство.
3. Ω_p — комплексное пространство импульса.

Из этих трех пространств конструируются два пространства:

1. $\Omega_s = \hat{\Omega}_y \times \Omega_q$ — пространство Энтропийного Мира.
2. $\Omega = \Omega_q \times \Omega_p$ — пространство Физического Мира (комплексное фазовое пространство).

§ 10. Заключение

1. В Природе и окружающей нас Действительности существует два времени, объединенные в двойственность

<астрономическое время | собственное время>

2. В энтропийной концепции времени - Время не скалярная величина, а временная субстанция — непроявленная сплошная среда, расположенная в комплексном конфигурационном пространстве длительности (комплексном темпоральном пространстве).
3. Аксиоматически энтропийное время мною определено как равная структурной энтропии один-форма, определенная на комплексном темпоральном пространстве.
4. Структурная энтропия является структурой комплексного темпорального пространства.
5. В Энтропийном Мире структурная энтропия имеет однозначную интерпретацию — это энтропийное время комплексного темпорального пространства.
6. Эзотерический Мир существует.
7. Энтропийный Мир определяется формулой:

*Энтропийный Мир =
непроявленная сплошная среда + виртуальная сплошная
среда комплексного конфигурационного пространства.*

8. Энтропийный Мир размещается в пространстве

$$\Omega_s = \hat{\Omega}_y \times \Omega_q.$$

9. Энтропийный Мир обладает глобальной симметрией — в нем существует инвариант

$$\hat{H}_q = \text{const}; \quad \hat{H}_q = H_q - \frac{y_4}{\beta}.$$

10. Абсолютный интегральный инвариант Энтропийного Мира представляет другую формулировку следствия принципа максимума энтропии Панченкова — закона сохранения энтропии.
11. Глобальная симметрия Энтропийного Мира означает, что в расширенном комплексном темпоральном пространстве существуют только калибровочные структуры.
12. Отсутствие импульса — характерная черта непроявленной сплошной среды.
13. Онтологическим уровнем Энтропийного Мира является уровень расширенного комплексного темпорального пространства.
14. Энтропийный Мир — итоговый документ двух монографий "Энтропия" и "Энтропия-2".
15. Энтропийный Мир адекватен Эзотерическому Миру относительно достаточно представительной совокупности основных свойств.
16. Энтропийный Мир не сводится только к Эзотерическому Миру: в Физическом Мире существует большое число проблем, где он, обладающей уникальным символьным выводом и инструментальными средствами, будет эффективен. Одна из таких проблем — турбулентность; вторая — инерция.
17. Энтропийный Мир — это абстракция, а Эзотерический Мир — одна из ее интерпретаций.
18. Энтропийное описание, содержащее в качестве базовых объектов Энтропийный Мир и Физический Мир является альтернативной физическому описанию.

Глава XXI

Темпоральное пространство

Содержание

§1. Пространство Минковского	523
§2. Фрагмент теории энтропийной группы.....	526
§3. Основные уравнения	530
§4. Определяющие уравнения	534
§5. Гамильтоновы структуры - фрагмент теории	535
§6. Отсоединение импульса	537
§7. Двойственные структуры	541
§8. Формирование пространств Минковского	543
§9. Глобальная симметрия	547
§10. Заключение	550

§ 1. Пространство Минковского

I. Для дальнейшего нам необходимо сужение энтропийного многообразия темпорального пространства (энтропийного многообразия длительности) в виде нормального энтропийного многообразия

$$A_0 : \quad D_y = \{y \mid D_y \subset \mathfrak{E}_y ; \Lambda\}.$$

По определению, структурная энтропия на нормальном энтропийном многообразии будет

$$H_q \triangleq (y \mid E)_{\mathfrak{E}} ; y \in D_y.$$

В свою очередь, поток \dot{y} здесь имеет стандартный вид

$$\dot{y} \triangleq \Lambda ; Sp\Lambda = \sigma_1 ; y \in D_y.$$

Теперь имеем

$$A_1 : \quad \frac{dH_q}{dz} = (\Lambda \mid E)_{\mathfrak{E}}.$$

Поскольку

$$Sp\Lambda = (\Lambda \mid E)_{\mathfrak{E}},$$

то из уравнения A_1 восстанавливается уравнение энтропийного времени — уравнение структурной энтропии

$$A_2: \quad \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1.$$

Полезным для дальнейшего будет его двойственное представление

$$\frac{dH_q}{dz} = \left\{ \begin{array}{l} w \\ \sigma_1 \end{array} \right.$$

Здесь w — комплексная скорость, σ_1 — действительно дивергентный инвариант.

При этом $w = \sigma_1$; $\sigma_1 = Sp\Lambda$.

Поскольку структурная энтропия равна энтропийному времени, уравнению A_2 можно придать вид

$$A_3: \quad s \triangleq H_q; \quad \frac{ds}{dz} = (\dot{y} | E)_{\mathbb{C}}.$$

Или

$$(\dot{y} | E)_{\mathbb{C}} - \dot{s} = 0; \quad \dot{s} = \frac{ds}{dz}.$$

Это уравнение мы можем отождествлять с условием равенства нулю скалярного произведения пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$

$$(\dot{\hat{y}} | E)_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = 0; \quad (\dot{\hat{y}} | E)_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = (\dot{y} | E)_{\mathbb{C}} - \dot{s}.$$

Координата этого пространства Минковского (длительность) будет

$$\hat{y} \in \mathbb{C}_{3,1}^4; \quad \hat{y} = (y, s).$$

Соответственно, будет существовать расширение нормального энтропийного многообразия

$$\hat{D}_y = \{\hat{y} | \hat{D}_y \subset \hat{\Omega}_y; \hat{\Lambda} = (\Lambda, \sigma_1)\},$$

на котором поток примет вид

$$\dot{\hat{y}} = \hat{\Lambda},$$

$$\dot{s} = \sigma_1.$$

Результат выполненного выше символьного вывода я сформулировал в виде теоремы.

Теорема XXI.1 Если на расширенном нормальном энтропийном многообразии комплексного пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$.

$$\hat{D}_y = \{y \mid \hat{D}_y \subset \hat{\Omega}_y \quad \hat{\Lambda} = (\Lambda, \sigma_1)\} ,$$

уравнение энтропийного времени имеет вид

$$(\dot{y} \mid E)_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = 0 ; \quad \dot{y} \in \hat{D}_y ,$$

то энтропийное время выступает в роли четвертой координаты

$$\dot{y} \in \mathbb{C}_{3,1}^4 ; \quad \dot{y} = (y, y_4) ; \quad y_4 = s.$$

Эта теорема выделяет некоторую характерную частную реализацию пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$. Введенное аксиоматически в главе XX "Энтропийное время" пространство Минковского получается путем расширения

$$y_4 = s \rightarrow y_4 = \beta s.$$

Это расширение и приводит к хорошо известному основному варианту

$$\dot{y} \in \mathbb{C}_{3,1}^4 ; \quad \dot{y} = (y, \beta s).$$

II. Обратимся теперь к введенной в главе "Энтропийное время" глобальной симметрии

$$\hat{H}_q = const ; \quad \dot{y} \in \hat{\mathcal{E}}_q ; \quad \hat{H}_q = H_q - \frac{y_4}{\beta}.$$

Эта симметрия имеет изящную интерпретацию в терминах энтропийной группы G .

Обращаясь к базовым структурам энтропийной группы

$$u = H_q ; \quad v = s - u ,$$

мы обнаружим, что структурная энтропия расширенного темпорального пространства \hat{H}_q тождественна со знаком минус генератору энтропийной группы G .

$$\hat{H}_q \equiv -v.$$

Этот факт я решил сформулировать в виде утверждения.

Утверждение XXI.1 В расширенном комплексном темпоральном пространстве пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ структурная энтропия тождественна со знаком минус генератору энтропийной группы G .

Это утверждение в определенной мере подводит итог содержащемуся в разных главах и разделах обсуждению организующей роли энтропийной группы G .

§ 2. Фрагмент теории энтропийной группы

Фрагмент теории энтропийной группы G содержится в следующей теореме.

Теорема XXI.2 Если в комплексном пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ ортогональный поток

$$\frac{d\hat{y}_\perp}{ds} = \hat{\Lambda}_\perp$$

задан над энтропийной группой G , то потоку

$$\frac{d\hat{y}}{ds} = \hat{\Lambda} ; \hat{\Lambda} = (\bar{\Lambda}, \bar{\lambda}_4) ; Sp\hat{\Lambda} = 1,$$

$$\bar{\Lambda} = \frac{\Lambda}{\sigma_1} ; \sigma_1 = Sp\Lambda ; \hat{y} \in \mathfrak{E}_k ; \mathfrak{E}_k \subset \mathbb{C}_{3,1}^4$$

без ограничения общности матрицы $\bar{\Lambda}$ соответствует ортогональный поток, в котором инвариант снопа — потенциал скоростей равен с точностью до сомножителя генератору группы G .

$$\Phi_\perp = -\frac{1}{3}v ; v = s - u_\perp ; u_\perp = (y_\perp | E)_{\mathbb{C}} ; s = H_q.$$

В этом случае

$$grad\Phi_\perp = \frac{1}{3}D ; D = \left\| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_4} \end{array} \right\| ; \lambda_4^2 = \frac{1}{3}$$

и ортогональный поток

$$\frac{d\hat{y}_\perp}{ds} = \frac{D}{3}$$

не зависит от матрицы $\tilde{\Lambda}$.

Доказательство

Уравнению энтропийного времени

$$\dot{s} = \begin{cases} \sigma_1 ; \dot{s} = \frac{ds}{dz} \\ (\Lambda \mid E)_{\mathbb{C}} \end{cases}$$

можно придать вид уравнения для скалярного произведения в комплексном пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ путем введения вектора $\hat{\Lambda} = (\Lambda, \sigma_1)$

$$(\hat{\Lambda} \mid E)_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = 0.$$

Присоединяя к уравнению потока на нормальном энтропийном многообразии уравнение структурной энтропии, получим исходную систему уравнений

$$\frac{dy}{dz} = \Lambda ; y \in D_y,$$

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1 ; \sigma_1 = Sp\Lambda ; H_q = s.$$

Теперь, вводя дополнительную координату $y_4 = s$, этой системе можно придать вид потока на расширенном нормальном энтропийном многообразии комплексного пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$

$$\hat{D}_y = \{\hat{y} \mid \hat{D}_y \subset \hat{\mathcal{E}}_y ; \hat{\Lambda} = (\Lambda, \sigma_1)\},$$

$$\hat{\mathcal{E}}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\mathcal{E}}_y \subset \hat{\Omega}_y ; \hat{H}_q\},$$

$$\hat{\Omega}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\Omega}_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4 ; \hat{y} = (y, y_4) ; y_4 = s\}.$$

Поток на многообразии \hat{D}_y будет

$$B_0 : \quad \frac{d\hat{y}}{dz} = \hat{\Lambda} ; (\hat{\Lambda} \mid E)_{\mathbb{C}_{3,1}^4} = 0,$$

$$\hat{y} = (y, y_4) ; y_4 = s ; \hat{\Lambda} = (\Lambda, \sigma_1).$$

В масштабе энтропийного времени поток B_0 будет выглядеть следующим образом

$$B_1 : \quad \frac{d\hat{y}}{ds} = \hat{\Lambda} ; \hat{\Lambda} = \frac{\hat{\Lambda}}{\sigma_1} ; (\hat{\Lambda} | E)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0,$$

$$\hat{y} = (y, y_4) ; y_4 = s ; \hat{\Lambda} = (\tilde{\Lambda}, 1).$$

Потоку B_1 поставим в соответствие ортогональный поток

$$B_2 : \quad \frac{d\hat{y}_\perp}{ds} = \hat{\Lambda}_\perp ; \hat{y}_\perp \in \hat{\mathfrak{E}}_\perp ; \hat{\mathfrak{E}}_\perp \subset \mathfrak{C}_{3,1}^4,$$

$$s_\perp = (y_\perp | E)_{\mathfrak{C}} ; (\hat{\Lambda} | \bar{\hat{\Lambda}}_\perp)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0.$$

Я буду предполагать одновременность реализации обоих потоков и в качестве условия их согласования возьму условие

$$s = s_\perp : \rightarrow (y | E)_{\mathfrak{C}} = (y_\perp | E)_{\mathfrak{C}}.$$

Теперь я придам потоку B_1 другой адекватный вид путем расширения переменной y_4

$$y_4 = y'_4 ; y_4 = \tilde{\Lambda}_4 y'_4.$$

При этом расширении вектор $\hat{\Lambda}$ и скалярное произведение будут

$$\hat{\Lambda} = (\tilde{\Lambda}, \tilde{\lambda}_4) ; (\hat{\Lambda} | E)_{\mathfrak{C}_{3,1}} \Rightarrow (\hat{\Lambda} | D)_{\mathfrak{C}_{3,1}} ; D = \left\| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \frac{1}{\tilde{\lambda}_4} \end{array} \right\|.$$

Итогом этого преобразования будет новая запись

$$\frac{d\hat{y}}{ds} = \hat{\Lambda} ; (\hat{\Lambda} | D)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0,$$

$$\hat{y} = (y, y_4) ; y_4 = \tilde{\lambda}_4 s ; \hat{\Lambda} = (\tilde{\Lambda}, \tilde{\lambda}_4) ; D = \left\| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \frac{1}{\tilde{\lambda}_4} \end{array} \right\|.$$

Если поток B_3 расположить на конгруэнции, принадлежащей энтропийной группе G , то простейший ортогональный поток можно задавать в виде градиентного потока с потенциалом скоростей, с точностью до постоянного множителя совпадающего с генератором группы $v = s - u ; u = (y | E)_{\mathfrak{C}}$.

В этом случае потенциал скоростей будет

$$\Phi_{\perp} = \gamma v.$$

Но по условию согласования потоков

$$(y | E)_{\mathfrak{C}} = (y_{\perp} | E)_{\mathfrak{C}}$$

и, следовательно,

$$\Phi_{\perp} = \gamma[s - (y_{\perp} | E)_{\mathfrak{C}}]$$

В результате градиентный ортогональный поток будет

$$B_4 : \quad \frac{d\hat{y}_{\perp}}{ds} = \text{grad}\Phi_{\perp} ; \Phi_{\perp} = \gamma[s - (y_{\perp} | E)_{\mathfrak{C}}]$$

из двух уравнений

$$(\hat{\Lambda} | D)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0 ; (\hat{\Lambda} | \hat{\lambda}_{\perp})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0$$

следует

$$B_5 : \quad \text{grad}\Phi_{\perp} = -\gamma D.$$

С другой стороны из уравнения

$$s = (y_{\perp} | E)_{\mathfrak{C}}$$

имеем

$$B_6 : \quad \left(\frac{\partial \Phi_{\perp}}{\partial y_{\perp}} | E \right)_{\mathfrak{C}} = 1.$$

Уравнения $\{B_5, B_6\}$ нужны для нахождения коэффициентов $\{\gamma, \tilde{\lambda}_4\}$. Поскольку градиент потенциала скоростей

$$\text{grad}\Phi_{\perp} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial\Phi_{\perp}}{\partial y_{\perp}} \\ -\gamma \frac{\partial s}{\partial y_4} \end{array} \right\|,$$

то $\frac{\partial\Phi_{\perp}}{\partial y_{\perp}} = -\gamma E$ и из уравнения B_6 следует

$$\gamma \|E\|_{\mathbb{C}}^2 = -1; \|E\|^2 = -3; \gamma = -\frac{1}{3}.$$

Соответственно, из уравнения B_5 получаем

$$\frac{\partial s}{\partial y_{\perp 4}} = \frac{1}{\tilde{\lambda}_4}.$$

Далее, четвертое уравнение градиентного ортогонального потока завершает вычисления

$$\frac{dy_{\perp 4}}{ds} = -\gamma \frac{\partial s}{\partial y_{\perp 4}}; \quad \frac{\partial s}{\partial y_{\perp 4}} = \frac{ds}{dy_{\perp 4}} = \frac{1}{\dot{y}_{\perp 4}},$$

отсюда

$$\dot{y}_{\perp 4} = -\gamma, \text{ но } \dot{y}_{\perp 4} = \tilde{\lambda}_4 \text{ и тогда,}$$

$$\tilde{\lambda}_4^2 = \frac{1}{3}.$$

Таким образом, мною получены следующие значения коэффициентов

$$\{\gamma = -\frac{1}{3}; \tilde{\lambda}_4^2 = \frac{1}{3}\} \blacksquare.$$

§ 3. Основные уравнения

В §4 главы "Энтропийное время" я для четыре-потенциала $\hat{\Lambda} = (\Lambda, \beta\sigma_1)$ получил основные уравнения в виде уравнения Даламбера

$$\square \hat{\Lambda} = -4\pi \hat{\mu}; \quad \hat{y} \in \widehat{M}_y.$$

Теперь нас интересует другой вывод, приводящий к основным уравнениям в форме уравнений Максвелла.

Для этого я воспользуюсь символьным выводом своей книги "Энтропия".

Прежде всего необходимо ввести потенциал скоростей Ψ и принять поток в виде

$$L_0: \quad \dot{y} \triangleq \hat{v} - \alpha \hat{A}; \quad \hat{y} \in \widehat{M}_y,$$

$$\hat{v} = \text{grad} \Psi; \quad \text{grad} \Psi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial y_1} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial y_2} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial y_3} \\ -\frac{\partial \Psi}{\partial y_4} \end{pmatrix}.$$

Здесь $\hat{A} = (A, \varphi)$ — четыре-потенциал.

Введение в теоретическую схему вектора скорости \hat{v} дает возможность ввести фиктивный импульс

$$\hat{p} \triangleq \hat{v}.$$

Это, в свою очередь, позволяет ввести расширение расширенного темпорального пространства $\widehat{\Omega}_y$ в виде фиктивного фазового пространства

$$\widehat{\Omega}_y \rightarrow \widehat{\Omega}_\Phi = \widehat{\Omega}_y \times \widehat{\Omega}_p; \quad \hat{p} \in \widehat{\Omega}_p.$$

Теперь выделим в составе пространства $\widehat{\Omega}_\Phi$ многообразие

$$\mathcal{L} = \{\hat{y}, \hat{p} \mid \mathcal{L} \subset \widehat{\Omega}_\Phi; \quad \Theta, y_4 = \beta s\}$$

и определим исходные конструкции:

1. $\hat{H}_q = \text{const}$
2. $\text{div} \dot{y} = 0$
3. $\hat{A} = (A, \varphi)$
4. $\Theta = -\frac{1}{2}(\hat{p} \mid \bar{\hat{p}})_{\mathbb{C}_{3,1}} + \alpha(\hat{A} \mid \bar{\hat{p}})_{\mathbb{C}_{3,2}} - \frac{\alpha^2}{2}(\hat{A} \mid \bar{\hat{A}})_{\mathbb{C}_{3,2}}$

5. Ψ

Теперь поток будет

$$\dot{y} = -grad_p \Theta ,$$

$$grad_p \Theta = -\hat{p} + \alpha \hat{A} ; grad_p \Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial p_1} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial p_2} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial p_3} \\ -\frac{\partial \Theta}{\partial p_4} \end{array} \right\| .$$

Из симметрии $\hat{H}_q = const$ получаем однородное уравнение Даламбера

$$\hat{H}_y = const : p = grad \Psi \rightarrow \square \Psi = 0.$$

Поскольку

$$\square \Psi = div p ; \hat{y} \in \angle ,$$

то

$$div \dot{y} = -\alpha div \hat{A} \rightarrow div \hat{A} = 0 ; \hat{y} \in \angle .$$

По определению $A_4 = \varphi$, а на многообразии L $y_4 = \beta s$ и, следовательно

$$div \hat{A} = div A + \frac{1}{\beta} \frac{\partial \varphi}{\partial s} .$$

В свою очередь

$$L_1 : div \hat{A} = 0 \rightarrow div A + \frac{1}{\beta} \frac{\partial \varphi}{\partial s} = 0 .$$

Стандартным способом введем два вектора

$$H \triangleq rot A ; y \in \mathbb{C}^3 ,$$

$$L_2 : E \triangleq -\frac{1}{\beta} \frac{\partial A}{\partial s} - grad \varphi ; y \in \mathbb{C}^3 .$$

Здесь H — напряженность вихревого поля, E — напряженность градиентного поля.

Поскольку

$$\text{grad}\left[\text{div}A + \frac{1}{\beta} \frac{\partial \varphi}{\partial s}\right] = \square A + \left[\text{rot}H - \frac{1}{\beta} \frac{\partial E}{\partial s}\right],$$

то из калибровочного уравнения Лоренца следует

$$L_3: \quad \square A + \text{rot}H - \frac{1}{\beta} \frac{\partial E}{\partial s} = 0.$$

Привлечем теперь известное уравнение

$$L_4: \quad \text{div}E = -\square\varphi; \quad y \in \mathbb{C}^3.$$

Объединяя уравнения $\{L_3, L_4\}$ получаем систему уравнений

$$L_5: \quad \square A + \text{rot}H - \frac{1}{\beta} \frac{\partial E}{\partial s} = 0; \quad y \in \mathbb{C}^3,$$

$$\square\varphi + \text{div}E = 0.$$

Эта система представима и в виде уравнения Даламбера

$$L_6: \quad \square \hat{A} = -4\pi\hat{\mu}; \quad \hat{y} \in \widehat{M}_y,$$

$$\hat{A} = (A, \varphi),$$

$$\text{rot}H - \frac{1}{\beta} \frac{\partial E}{\partial s} = 4\pi\mu; \quad y \in \mathbb{C}^3,$$

$$\text{div}E = 4\pi\mu_4.$$

Присоединя ко второму комплекту уравнений L_6 два уравнения по определению L_2 , получим основные уравнения в форме Максвелла.

$$L_7: \quad \text{rot}E + \frac{1}{\beta} \frac{\partial H}{\partial s} = 0; \quad \text{div}H = 0; \quad y \in \mathbb{C}^3,$$

$$\text{rot}H - \frac{1}{\beta} \frac{\partial E}{\partial s} = 4\pi\mu; \quad \text{div}E = 4\pi\mu_4.$$

Эти уравнения вместе с уравнением Даламбера L_6 и дают две формы записи основных уравнений темпорального пространства.

§ 4. Определяющие уравнения

На нормальном энтропийном многообразии \hat{D}_y выполняется известное уравнение

$$(\Lambda | E)_{\mathcal{C}} - \frac{\lambda_4}{\beta} = 0 ; \hat{y} \in \hat{D}_y.$$

Поскольку

$$\Lambda = v - \alpha A; \lambda_4 = v_4 - \alpha \varphi ,$$

то имеем уравнение

$$N_0 : [v_4 - \beta(v | E)_{\mathcal{C}}] - \alpha[\varphi - \beta(A | E)_{\mathcal{C}}] = 0.$$

Если принять правдоподобное допущение о независимости фиктивного импульса от четырех-потенциала, то из этого уравнения получим два уравнения

$$N_1 : \begin{aligned} v_4 - \beta(v | E)_{\mathcal{C}} &= 0 ; \hat{y} \in \hat{D}_y, \\ \varphi - \beta(A | E)_{\mathcal{C}} &= 0 ; \hat{y} \in \hat{D}_y. \end{aligned}$$

Эти два уравнения выполняют роль определяющих уравнений. В частности, если предположить, что слой $\hat{\mu} = (\mu, \mu_4)$ распределен только на многообразии \hat{D}_y , то из второго уравнения N_1 получается уравнение связи плотностей

$$N_2 : \mu_4 = \beta(\mu | E)_{\mathcal{C}} ; \hat{y} \in \hat{D}_y.$$

Для принятого предположения у нас есть основания; дело в том, что в темпоральном пространстве нормальное энтропийное многообразие \hat{D}_y выполняет особую роль. Главный атрибут этой особой роли уже известен: обладая действительно дивергентным инвариантом σ_1 многообразие \hat{D}_y и порождает энтропийное время.

С другой стороны, эту особую роль можно распространить и на заряды; внося предположение о том, что заряды располагаются только на многообразии \hat{D}_y . В этом случае, мы приходим к стройной частной модели темпорального пространства.

В этой модели первое уравнение L_6 будет

$$N_3 : \square \hat{A} = \begin{cases} -4\pi \hat{\mu} ; & \hat{y} \in \hat{D}_y \\ 0 ; & \hat{y} \in \hat{\Omega}_y \setminus \hat{D}_y \end{cases}.$$

Другие определяющие уравнения мы пока оставим в стороне.

§ 5. Гамильтоновы структуры — фрагмент теории

Несколько раз по тексту книги я высказывался о том, что дедуктивная логика теории энтропии противоположна логике теоретической физики. Один из имеющих основоположное методологическое значение примеров следующий.

В трехмерном комплексном конфигурационном пространстве \mathbb{C}^3 , по определению, нормальный поток имеет вид

$$K_0: \quad \dot{q} \triangleq \Lambda q; \quad q \in \mathbb{C}^3.$$

Это базовое определение.

С другой стороны, в классической физике аналогичное базовое представление имеет вид

$$K_1: \quad \dot{q} \triangleq \wp p; \quad q \in \mathbb{C}^3; \quad p \in \mathbb{C}_3.$$

В моей теории энтропии и в теоретической физике участвует и третий вариант.

$$K_2: \quad \dot{q} \triangleq \Lambda q + \wp p; \quad q \in \mathbb{C}^3; \quad p \in \mathbb{C}_3.$$

Но здесь существует методологическая тонкость.

В классической физике вариант K_2 возникает как обобщение представления классической механики K_1 , тогда как в теории энтропии структура ЭПС- нормальный поток обобщается до уравнения K_2 .

Этот факт имеет глубинный смысл и свидетельствует о принципиальных различиях в методологиях теории энтропии и классической физики.

Для обеих наук представляют интерес глубинные причины, механизм и смысл фазового пространства. В целом, внятной либо сколь-либо завершенной теории фазового пространства еще не существует, и здесь представляют интерес любые продвижения.

В частности, в теории Энтропийного Мира возникает сценарий возникновения фазового пространства как расширения конфигурационного пространства, содержащего нормальный поток.

Изложим этот сценарий.

В представлении K_0 я придаю правой части уравнения другой исходный вид

$$K_3: \quad \Lambda q \triangleq \tilde{\Lambda} q + F; \quad F = \left\| \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array} \right\|.$$

Подчиним выбор вектор-функции F условиям

$$K_4 : \quad \left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} = 0 ; \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \right\} ; \quad \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} \\ \frac{\partial F_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial F_3}{\partial q_3} \end{pmatrix}.$$

В конфигурационном пространстве функция F , удовлетворяющая условиям K_4 , будет инвариантом

$$F = F_0 = \text{const.}$$

Но это нас не устраивает — это слишком узко.

Нам необходимо, чтобы функция F , удовлетворяя условиям K_4 , воздействовала на поток $\dot{\mathbf{q}}$ как некоторая переменная во времени сущность.

Наше требование будет удовлетворено, если мы погрузим конфигурационное пространство в пространство большей размерности. Для этого необходимо присоединить к обобщенной координате новую (дополнительную) координату. Если дополнительной координате придать смысл сопряженного импульса \mathbf{p} , то мы и приходим к фазовому пространству.

В этом случае, фазовое пространство и будет иметь смысл расширения конфигурационного пространства.

В свою очередь, импульс будет иметь смысл точки в комплексном евклидовом пространстве

$$\mathbf{p} \in \mathbb{C}_3.$$

В этом случае вектор-функцию F следует задать так

$$K_5 : \quad F \triangleq F(\mathbf{p}).$$

Теперь акцент на методологическую сторону — уравнение K_5 выполняет роль уравнения состояния.

Известен ряд способов задания этого уравнения состояния, три из них содержатся и изучены в монографии "Энтропия". Эти три случая соответствуют классической механике, релятивистской механике и теории диффузии.

В рамках раздела "Энтропийный Мир" меня, в обсуждаемом вопросе, прежде всего, интересуют структуры гамильтоновой механики, поэтому я ограничусь уравнением состояния

$$F = \mathfrak{e}p.$$

Вводя в K_3 переобозначение $\Lambda = \tilde{\Lambda}$ мы для принятого уравнения состояния снова приходим к потоку K_2 .

$$K_6: \quad \dot{\mathbf{q}} \triangleq \Lambda \mathbf{q} + \mathfrak{e}p; \quad \{\mathbf{q}, p\} \subset \Omega; \quad \Omega \subset \mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}_3.$$

Следствием выполненного анализа будет следующий результат.

Утверждение XXI.2

Дивергенция нормального потока не зависит от обобщенного импульса.

Это свойство дивергенции широко используется как в теории энтропии, так и в теоретической физике.

В свою очередь, этот факт генерирует новое утверждение.

Утверждение XXI.3

В комплексном пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ организованном вектором $\hat{\mathbf{q}} = (\mathbf{q}, cz)$ матрица плотности импульса Λ обладает инвариантностью — она не зависит от импульса $p \in \Omega_p$.

Здесь мы, с другой стороны, подошли к фундаментальному свойству непроявленной сплошной среды — отсутствию в ней импульса.

Уникальным является и другое свойство потока $\dot{\mathbf{q}}$: поток в конфигурационном пространстве определяется двумя сущностями:

1. матрицей (вектором) плотности импульса — Λ .
2. свободным импульсом — p

При этом:

1. Матрица (вектор) плотности импульса является структурой темпорального пространства.
2. Свободный импульс является структурой пространства импульса.

§ 6. Отсоединение импульса

I. Одним из общих результатов развития теории экстремального пограничного слоя является типизация сущностей базовых комплексных пространств:

1. темпорального пространства,

2. конфигурационного пространства,
3. пространства импульса,
4. полупроявленного пространства,
5. фазового пространства,
6. расширенного темпорального пространства,
7. расширенного конфигурационного пространства.

Достаточно общая классификация выделила четыре типа объектов:

1. сплошная среда,
2. поля,
3. потоки
4. структуры.

Наиболее характерным представителем структур являются Гамильтоновы структуры. Гамильтоновы структуры интересны своей важностью и значимостью в Физическом Мире. Они наиболее широко представлены в Физическом Мире и наиболее полно изучены в теоретической физике. И здесь нам уже известен фундаментальный факт: в темпоральном пространстве свободный импульс отсутствует.

Этот факт приводит к некоторому парадоксу: мы стремимся изучить проблему влияния темпорального пространства на состояние фазового пространства, а ключевой объект фазового пространства — свободный импульс отсутствует в темпоральном пространстве. Разрешение этого парадокса заключается в том, что темпоральное пространство влияет на свободный импульс через общие для темпорального и конфигурационного пространств поля и потоки. Здесь мы имеем дело с проблемой возникновения и разрушения Гамильтоновых структур, механизм которой опирается на сценарий отсоединения и присоединения импульса.

В основу возникновения и разрушения Гамильтоновых структур я положил два правила.

Правило I.

Гамильтонова структура возникает в результате отсоединения импульса.

Правило II. *Гамильтонова структура исчезает в результате присоединения импульса.*

Обратимся теперь к фундаментальной двойственности представления импульса

$$M_0 : \quad p = \left\{ \begin{array}{l} p \in \Omega_p \\ \wedge q ; q \in \Omega_q \end{array} \right.$$

Первая компонента этой двойственности соответствует свободному импульсу, а вторая — присоединенному.

Теперь в символьном виде процессы возникновения и исчезновения Гамильтоновых структур будет иметь вид

1. Возникновение структур

$$\{\mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \Omega_q\} \rightarrow \{\mathbf{p} \in \Omega_p\}.$$

2. Исчезновение структур

$$\{\mathbf{p} \in \Omega_p\} \rightarrow \{\mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \Omega_q\}.$$

II. Сформулируем теперь условие возникновения Гамильтоновых структур в сплошной среде.

В случае присоединенного импульса полная производная по времени определяется следующим образом

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + \angle_{\xi} \mathbf{p} ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Здесь \angle_{ξ} — производная Ли.

С другой стороны, полная производная свободного импульса по времени определяется единым символом

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} ; \mathbf{p} \in \Omega_p.$$

Для реализации обеих видов импульса нам необходимы два уравнения:

1. Уравнение свободного импульса

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = f_p ; \mathbf{p} \in \Omega_p.$$

2. Уравнение присоединенного импульса

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + \angle_{\xi} \mathbf{p} = f_q ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

В виртуальной сплошной среде структура будет возникать, если

$$M_1 : f_p = f_q.$$

Другими словами

$$M_2 : \left. \frac{d\mathbf{p}}{dz} \right|_{\mathbf{p} \in \Omega_p} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + \angle_{\xi} \mathbf{p} \right) \Big|_{\mathbf{q} \in \Omega_q}.$$

Это означает, что в фазовом пространстве должны существовать многообразия на которых выполняется условие M_2 (либо M_1).

Условия $\{M_1, M_2\}$ являются необходимым условием возникновения Гамильтоновой структуры. По сути, уравнение M_2 определяет место возникновения Гамильтоновых структур.

III. Обратимся теперь к многообразию потенциала ускорений

$$\Pi = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Pi \subset \Theta; \Theta, \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Каноническая система уравнений потенциала ускорений является одной из базовых систем уравнений теории энтропии

$$M_3: \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \quad \{\mathbf{p}, \mathbf{q}\} \in \Pi,$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}.$$

Эта система описывает поток виртуальной среды на многообразии Π .

В свою очередь, движение Гамильтоновой структуры описывает каноническая система Гамильтона

$$M_4: \quad \frac{d\mathbf{q}}{dz} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q,$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}}; \quad \mathbf{p} \in \Omega_p.$$

Обратимся теперь к уравнению M_1 ; для двух систем $\{M_3, M_4\}$ оно примет вид

$$M_5: \quad \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} - \angle_{\xi} \mathbf{p}.$$

Для одного наиболее характерного случая инерциальной сплошной среды решение уравнения M_5 хорошо известно по книге "Энтропия"

$$H = -\Theta.$$

В изучаемой задаче место возникновения Гамильтоновых структур, определяемых уравнением M_5 хорошо известно — это характеристическая поверхность.

§ 7. Двойственные структуры

Мои результаты по двойственности существования и двойственности представления импульса, содержащиеся в книге "Энтропия" и настоящей монографии, а также известный в классической физике дуализм "волна-частица" привели меня к мысли о существовании в виртуальной сплошной среде объектов, состояния которых не может быть определено в классическом смысле.

Речь идет об объектах, названных мною "двойственные структуры", состояние которых определяет двойственность

$$G_0: \quad p = \left\{ \begin{array}{l} p \in \Omega_p \\ \Lambda q; q \in \Omega_q \end{array} \right.$$

Получается, что в двойственной структуре одновременно реализуются два состояния: состояние свободного импульса и состояние присоединенного импульса.

Смысл двойственности состояния очевиден: двойственная структура состоит из ядра (частицы) в виртуальной сплошной среде. Условия замороженности (твердости) ядра требует согласованности свободного импульса (атрибута частицы) и присоединенного импульса (атрибута границы ядра).

Получается, что внутри ядра структура ведет себя как свободный импульс, а в ближайшей окрестности — как присоединенный импульс. В совокупности на границе ядра будут существовать оба импульса. Впервые с подобными объектами наука встретила в квантовой механике, именно эти объекты и сформировали дуализм "волна-частица". Рассмотрим более подробно вопрос математического моделирования двойственной структуры на многообразии потенциала ускорений. В этом случае математическая модель двойственной структуры будет состоять из двух канонических систем:

1. канонической системы потенциала ускорений,
2. канонической системы Гамильтона.

$$G_1: \quad \frac{\partial q}{\partial z} = -\nabla_p \Theta; \{q, p\} \in \Pi; \quad \frac{dq}{dz} = \frac{\partial H}{\partial p}; \{q, p\} \in \Sigma$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \nabla_q \Theta; \quad \frac{dp}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial q}$$

В целях больших удобств приводимого ниже символического вывода я в G_1 привел другую, отличную от M_3 форму записи уравнений потенциала ускорений.

На характеристической поверхности Σ будет справедливо уравнение M_5

$$G_2: \quad \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} = -\nabla_q \Theta - \dot{\mathcal{L}}_\xi \mathbf{p}.$$

При этом

$$\nabla_q \Theta = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial' \Theta}{\partial q_1} \\ \frac{\partial' \Theta}{\partial q_2} \\ \frac{\partial' \Theta}{\partial q_3} \end{array} \right\|.$$

Далее имеем

$$\frac{\partial' \Theta}{\partial q_j} = \frac{\partial \Theta}{\partial q_j} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \Theta}{\partial p_k} \frac{\partial p_k}{\partial q_j} = \frac{\partial \Theta}{\partial q_j} - \left(\bar{\mathbf{q}} \mid \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial q_j} \right)_{\mathbb{C}^3}.$$

Производная Ли выглядит следующим образом

$$\dot{\mathcal{L}}_\xi \mathbf{p} = (\dot{\bar{\mathbf{q}}} \mid \nabla_q)_{\mathbb{C}^3} \mathbf{p}.$$

Если принять $H = -\Theta$, то уравнение G_2 будет

$$G_3: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} = \nabla_q \Theta - \mathbf{q} \Theta + \dot{\mathcal{L}}_\xi \mathbf{p}.$$

Поскольку

$$\nabla_q \Theta = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} - \sum_{k=1}^3 \dot{q}_k \frac{\partial p_k}{\partial \mathbf{q}},$$

то из уравнения следует

$$\left(\bar{\mathbf{q}} \mid \frac{\partial p_s}{\partial \mathbf{q}} \right)_{\mathbb{C}^3} = \sum_{k=1}^3 \dot{q}_k \frac{\partial p_k}{\partial q_s}; \quad s = 1, 2, 3$$

либо

$$\left(\bar{\mathbf{q}} \mid \left[\frac{\partial p_s}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial q_s} \right] \right)_{\mathbb{C}^3} = 0; \quad s = 1, 2, 3.$$

Решением этого уравнения будет

$$\frac{\partial p_s}{\partial q_j} - \frac{\partial p_j}{\partial q_s} = 0 ; s = 1, 2, 3 ; j = 1, 2, 3. ; j \neq s$$

Но это условие есть условие равенства нулю ротора

$$G_4 : \quad \text{rot} \mathbf{p} = 0.$$

Полученный результат означает, что на многообразии потенциала ускорений двойственная структура существует тогда, когда ротор равен нулю.

Следованием этого решения будет то, что мы можем ввести сужение многообразия потенциала ускорений в виде Гильбертова поля.

$$\text{rot} \mathbf{p} = 0 \rightarrow \mathbf{p} \triangleq \text{grad} \Psi.$$

Окончательный результат очевиден: двойственные структуры существуют на Гильбертовом поле.

На Гильбертовом поле математическая модель двойственных структур будет

$$G_5 : \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \} \in \Gamma ; \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} , \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \} \in \Sigma,$$

$$\Theta = -H ; \{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \} \in \Sigma ; \dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}},$$

$$\mathbf{p} = \text{grad} . \Psi$$

§ 8. Формирование пространств Минковского

Учет факта существования темпорального пространства при описании двойственных структур можно произвести путем присоединения к уравнениям $\{G_1, G_5\}$ уравнения энтропийного времени

$$\dot{s} = w.$$

В этом случае из уравнений потенциала ускорений конструируются два блока

$$I \text{ блок} : \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} = -\nabla_p \Theta ; \mathbf{q} \in \mathbb{C}^3$$

$$L_0 : \quad \frac{ds}{dz} = w$$

$$II \text{ блок} : \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \nabla_q \Theta ; \mathbf{p} \in \mathbb{C}_3.$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta.$$

Для формирования первого пространства Минковского путем расширения

$$\mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}_{3,1}^4$$

с помощью уравнения энтропийного времени введем четвертую координату

$$L_1 : \quad q_4 = \beta s.$$

В этом случае первый блок примет вид

$$L_2 : \quad \frac{\partial \hat{\mathbf{q}}}{\partial z} = -\text{grad}_p \hat{\Theta} ; \hat{\mathbf{q}} \in \mathbb{C}_{3,1}^4,$$

$$\hat{\mathbf{q}} = (\mathbf{q}, \beta s) ; \text{grad}_p \hat{\Theta} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial p_1} \\ \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial p_2} \\ \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial p_3} \\ -\frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial p_4} \end{array} \right\|.$$

Здесь при выводе системы уравнений я выполнил и второе расширение

$$\mathbf{p} \in \mathbb{C}^3 ; \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}_{3,1}^4 ; \hat{\mathbf{p}} \in \mathbb{C}_{3,1}^4.$$

Поскольку для производной $\frac{dq_4}{dz}$ существует двойственность

$$\frac{dq_4}{dz} = \left\{ \begin{array}{c} \beta w \\ \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial p_4} \end{array} \right.,$$

то получаем полезную формулу

$$L_3 : \quad w = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial p_4}.$$

Рассмотрим теперь более подробно второе расширение. Следствием второго расширения будет новое уравнение потенциала ускорений

$$\frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial z} = \hat{\Theta}$$

и расширение

$$\{\mathbf{p} = \nabla_q \Psi ; \mathbf{p} \in \mathbb{C}^3\} \rightarrow \{\hat{\mathbf{p}} = \text{grad}_q \hat{\Psi} ; \hat{\mathbf{p}} \in \mathbb{C}_{3,1}^4\},$$

$$\text{grad}_q \hat{\Psi} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial q_3} \\ - \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial q_4} \end{array} \right\|.$$

В этом случае из уравнения потенциала ускорений следует

$$L_4 : \quad p_4 = - \frac{\hat{\Theta}}{\beta w}.$$

Теперь второй блок примет вид уравнения в пространстве Минковского

$$L_5 : \quad \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial z} = \text{grad}_q \hat{\Theta} ; \hat{\mathbf{p}} \in \mathbb{C}_{3,1}^4,$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \left(\mathbf{p}, -\frac{\hat{\Theta}}{\beta w} \right); \quad \text{grad}_q \hat{\Theta} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial' \hat{\Theta}}{\partial q_1} \\ \frac{\partial' \hat{\Theta}}{\partial q_2} \\ \frac{\partial' \hat{\Theta}}{\partial q_3} \\ -\frac{\partial' \hat{\Theta}}{\partial q_4} \end{array} \right\|.$$

Для построения канонической системы Гамильтона необходимо внести условие

$$\hat{H} = -\hat{\Theta} \quad \{\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}\} \in \hat{\Sigma}.$$

В этом случае из уравнений $\{L_2, L_5\}$ получаем

$$L_6: \quad \dot{\hat{\mathbf{q}}} = \text{grad}_p \hat{H}; \quad \{\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}\} \in \hat{\Sigma},$$

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\text{grad}_q \hat{H}.$$

Итогом приведенного выше символьного вывода является то, что при учете существования темпорального пространства и энтропийного времени функционирование двойственной структуры происходит в расширенном фазовом пространстве

$$\hat{\Omega} = \hat{\Omega}_q \times \hat{\Omega}_p; \quad \hat{\Omega}_q \subset \mathbb{C}_{4,1}^{3,1}; \quad \hat{\Omega}_p \subset \mathbb{C}_{3,1}^4.$$

Этот результат показывает насколько существенным оказываются изменения схемы описания Физического Мира при учете существования Энтропийного Мира.

Здесь основополагающее место приобрел вопрос о способе задания четвертой координаты пространства Минковского. В классической физике известен один способ, берущий начало от специальной теории относительности Г. Минковского, Г. Вейля, А. Эйнштейна

$$q_4 \stackrel{\Delta}{=} ct$$

t — вещественное астрономическое время.

В моей теории энтропии один из способов, опирающийся на уравнение энтропийного времени, имеет вид

$$q_4 \stackrel{\Delta}{=} \beta s.$$

Другой вариант:

$$\dot{q}_4 \triangleq \beta s q_4.$$

В моем способе введение четвертой координаты автоматически означает включение в теорию энтропийного времени, что, в свою очередь, означает осуществление другого способа организации виртуальной сплошной среды.

Здесь надо обратить внимание читателя на то, что за внешней простотой обоих способов введения четвертой координаты скрывается большой глубинный смысл. В определенной мере будет справедливо высказывание о том, что именно здесь находится одна из граней водораздела между Физическим и Энтропийным Мирами.

В классической физике будет справедлив постулат $w = 0$. Это означает, что энтропийное время в Физическом Мире отсутствует. В более мягком варианте энтропийное время остановлено — это соответствует калибровочным структурам в классическом пространстве Минковского (смотри по этому вопросу мою книгу "Энтропия").

В способе Панченкова $w \neq 0$ и энтропийное время существует и идет. Этот факт требует других, описанных ниже, механизмов поддержания глобальной симметрии $H_f = \text{const}$.

Полезно напомнить, что в случае $w = 0$ описание Физического Мира производится автономно, без учета факта существования темпорального пространства, либо, в общем случае, Энтропийного Мира.

Во втором случае $w \neq 0$ в описании Физического Мира учитывается существование Энтропийного Мира, поскольку энтропийное время — это структура Энтропийного Мира.

§ 9. Глобальная симметрия

I. Важное место в концепции Двух Миров занимает вопрос о механизмах и принципах их организации. В каждом из Миров, Физическом либо Энтропийном, существует организующее начало, но его носителями оказываются различные структуры. Прежде всего в Физическом Мире организующие функции выполняет импульс, тогда как адекватную роль в Энтропийном Мире выполняет энтропийное время. Это различие в организующих сущностях отражает глубинное различие Двух Миров.

II. Второй аспект организации связан с существованием общей для обоих Миров глобальной симметрией — законом сохранения энтропии. В теории энтропии закон сохранения энтропии в

исходном варианте является следствием принципа максимума энтропии Панченкова. Стандартная формулировка глобальной симметрии имеет вид

$$H_f = \text{const} ; H_f \triangleq H_q + H_p.$$

Закон сохранения энтропии оказывается справедливым в обоих Мирах, но механизм его поддержания в Энтропийном и Физическом Мирах оказывается различным.

Сопоставительный анализ этих различных механизмов я начну с известного и подробно изученного случая Физического Мира.

В комплексном фазовом пространстве $\Omega = \Omega_q \times \Omega_p$ компоненты энтропии оказываются структурами различных пространств

$$\{H_q ; q \in \Omega_q\} ; \{H_p ; p \in \Omega_p\}.$$

В этом случае наиболее эффективный и конструктивный способ поддержания глобальной симметрии основан на аннулировании дивергенции

$$\text{div} A = 0 ; A = \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z}.$$

В случае свободного импульса применяется другое представление дивергенции

$$\text{div} A_1 = 0 ; A_1 = \frac{dq}{dz} + \frac{dp}{dz}$$

либо другой способ объединения глобальной симметрии, приводящей, в частности, к энтропийному многообразию с псевдоевклидовой метрикой. Здесь особняком стоит физическое пространство Минковского. Как известно из моей книги "Энтропия": *физическое пространство Минковского является Глобальной калибровочной структурой.*

Это означает, что в части Физического Мира — пространстве Минковского, закон сохранения энтропии поддерживается симметрией более высокого уровня организации — калибровочной симметрией

$$H_q = \text{const}.$$

III. Обратимся теперь к анализу способа поддержания глобальной симметрии $H_f = \text{const}$ в Энтропийном Мире.

Как известно из главы "Энтропийное время", в расширенном темпоральном пространстве выполняется глобальная симметрия

$$\hat{H}_q = \text{const} ; \hat{H}_q = H_q - \frac{y_4}{\beta}.$$

При этом структурная энтропия определяется формулой

$$H_q \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}^2} ; y \in \Omega_y$$

и, поскольку $y_4 = \beta s$, следовательно

$$\hat{H}_q = (y \mid E)_{\mathbb{C}^2} - s.$$

Мы можем, без ограничения общности отождествить структурную энтропию (энтропию Панченкова) расширенного темпорального пространства с общей энтропией

$$\hat{H}_q = H_f.$$

В этом случае

$$H_f = H_q - s.$$

Обращаясь теперь к исходному представлению, мы получаем двойственность

$$H_f = \left\{ \begin{array}{l} H_q + H_p \\ H_q - s \end{array} \right.$$

Из этой двойственности следует

$$H_p = -s.$$

Этот результат имеет важную интерпретацию: *в расширенном темпоральном пространстве эффект энтропии импульса реализуется посредством энтропийного времени.*

Установленный факт значительно расширяет феноменологию Энтропийного Мира. Здесь следует заметить, что аналогичное явление существует и в физическом пространстве Минковского.

Получается, что в пространстве Минковского четвертая координата вносит в общую энтропию вклад, равный энтропии импульса. Но существует громадное различие в концепции энтропийного и физического пространств Минковского.

В физическом пространстве Минковского астрономическое время сформулировало четвертую координату и исчерпало себя. Получается, что в этом варианте отсутствует параметр — свободное время, с помощью которого происходит параметризация.

По другому обстоят дела в Энтропийном Мире.

В этом, новом для естествознания, Мире существуют два времени:

1. Энтропийное время.
2. Астрономическое время.

Энтропийное время я направил на формирование энтропийного пространства Минковского, но у меня в запасе осталось астрономическое время. Посредством астрономического времени я и выполняю параметризацию состояний непроявленной сплошной среды. Но на астрономическое время возлагается и другая важнейшая функция — организация контакта с другой геометрической компонентой Энтропийного Мира — комплексным конфигурационным пространством.

§ 10. Заключение

1. Существует естественное расширение комплексного евклидова пространства \mathbb{C}^3 до комплексного пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ с расширенной координатой длительности $\hat{y} = (y, \beta s)$. Это расширение производится с помощью уравнения энтропийного времени; в этом случае отпадает необходимость, в противоположность физическому пространству Минковского, привлечения дополнительного уравнения связи четвертой координаты со временем.
2. В расширенном темпоральном пространстве существует глобальная симметрия

$$\hat{H}_q = \text{const} ; \hat{y} \in \hat{\mathfrak{D}}_y.$$

При этом, определяющая эту симметрию структурная энтропия тождественна со знаком минус генератору энтропийной группы

$$\hat{H}_q \equiv -v.$$

Отсюда получается итоговый вывод: энтропийное время и энтропийная группа G выполняют одну и ту же организующую функцию в непроявленной сплошной среде расширенного темпорального пространства. При этом энтропийное пространство Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ является носителем групповых решений, поскольку все происходящее на энтропийном многообразии расширенного темпорального пространства тесно связано с энтропийной группой G .

3. Роль энтропийной группы G в теории Энтропийного Мира значительно выросла.
4. Основные уравнения непроявленной сплошной среды получены мною в двух видах:
 - а) в виде уравнений Даламбера,
 - б) в форме уравнений Максвелла.
5. Дивергенция нормального потока не зависит от обобщенного импульса.

6. В комплексном пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ организованном вектором $\hat{\mathbf{q}} = (\mathbf{q}, c\tau)$ матрица плотности импульса обладает инвариантностью — она не зависит от импульса $\mathbf{p} \in \Omega_{\mathbf{p}}$. Этот факт тесно связан с фундаментальным свойством не проявленной сплошной среды — отсутствием в ней импульса.
7. Поток в конфигурационном пространстве определяется двумя сущностями:
- а) матрицей (вектором) плотности импульса Λ ,
 - б) свободным импульсом \mathbf{p} .

При этом:

- а) матрица (вектор) плотности импульса является структурой темпорального пространства,
 - б) свободный импульс является структурой пространства импульса.
8. Базовыми геометрическими объектами теории экстремального пограничного слоя являются комплексные пространства:
- темпоральное пространство,
 - конфигурационное пространство,
 - пространство импульса,
 - полупроявленное пространство,
 - фазовое пространство,
 - расширенное темпоральное пространство,
 - расширенное конфигурационное пространство.

Именно эти семь пространств и формируют геометрию Двух Миров — Энтропийного и Физического.

Знание и конструктивное использование этих семи пространств составляют необходимый и обязательный элемент познания Природы.

9. В виртуальных сплошных средах семи пространств существует три типа объектов:
- поля,
 - потоки,
 - структуры.
10. Существует два правила возникновения и разрушения импульсовых структур.

Правило I. Импульсовая структура возникает в результате отсоединения импульса.

Правило II. Импульсовая структура исчезает в результате присоединения импульса.

11. Двойственными структурами называются структуры, состоящие из которых определяет двойственность

$$P = \left\{ \begin{array}{l} p \in \Omega_p \\ \wedge q; q \in \Omega_q \end{array} \right.$$

12. Введенные и изученные мною двойственные структуры дают четкую и ясную интерпретацию, носящей в классической физике до сих пор дискуссионный характер, проблемы дуализма "волна-частица". По сути дела, я проблему дуализма "волна-частица" свел к прекрасно разработанной в хаотической механике проблеме "присоединенный импульс - свободный импульс".
13. В связи с существованием двух расширений конфигурационного пространства в виде двух пространств Минковского основоположное место приобрел вопрос о способе задания четвертой координаты пространства Минковского. В определенной мере будет справедливо высказывание о том, что именно здесь находится одна из граней водораздела между Физическим и Энтропийным Мирами.
14. В физическом пространстве Минковского описание Физического Мира производится автономно, без учета Энтропийного Мира.
15. В разработанном мною варианте, в описании Физического Мира учитывается существование Энтропийного Мира.
16. Для Двух Миров единым вариационным принципом является принцип максимума энтропии Панченкова.
17. Объединяющим элементом Двух Миров выступает глобальная симметрия — закон сохранения энтропии.
18. Творение Природы — глобальная симметрия — закон сохранения энтропии, открывает удивительную по ясности, уникальности, простоте и привлекательности картину Вселенной и окружающей нас Действительности.
19. Общность принципа максимума энтропии Панченкова создает концептуальную основу нового энтропийного описания Природы, как альтернативы существующего физическо-го описания.

Глава XXII

Поля и потоки инерции

Содержание

§1. Исходная математическая модель	553
§2. Канонические уравнения	557
§3. Поток инерции на Гильбертовом поле	561
§4. Существование в потоке инерции существенно особой точки	563
§5. Потенциал инерции	567
§6. Характерная задача теории инерции	570
§7. Анализ решения	571
§8. Нестационарный поток инерции	575
§9. Поле инерции	576
§10. Заключение	577

§ 1. Исходная математическая модель

1. Без всякого сомнения, проблема инерции занимает в современном естествознании важное место и требует первоочередного исследования. Первоочередность определяется тем, что в настоящее время естествоиспытатели активно разрабатывают модель Природы, содержащую большое число новых идей, нетипичных для классической физики. При этом явление инерции входит в модель Природы в качестве широко распространенного элемента, исследование которого вышло на передний план. Вопрос о полях и силах инерции вышел за рамки классической механики и принял вид самостоятельной проблемы естествознания. В проблеме инерции существует два вопроса:

1. Существование и учет силы инерции в классической механике.
2. Причины и механизмы возникновения и существования сил инерции.

Отсутствие в классической механике глубинной причины и механизма сил инерции привело к тому, что, несмотря на обилие дискуссии, в проблеме инерции мало что изменилось со времен Ньютона. До сих пор не существует единого мнения по вопросу реальности сил инерции; И. Ньютон, Л. Эйлер, Э. Мах, А. Эйнштейн рассматривали эти силы как реальные. В современном естествознании признание получила позиция, по которой силы инерции

порождаются полями инерции; при этом значительное продвижение здесь обязано Г.Н. Шипову. В настоящей работе я определяю силу инерции как сопротивление нестационарному движению. Это определение больше всего соответствует интерпретации Н.А. Кильчевского. Далее, отсутствие знаний первопричины и механизма сил инерции в момент издания своей книги, [231], Н.А. Кильчевский формулирует в виде "невозможности найти источник этих сил".

В гидродинамической интерпретации сопротивление нестационарному движению возникает в случае существования сплошной среды, на начальном этапе носящий характер виртуальной сплошной среды. Но виртуальная сплошная среда является объектом энтропийной концептуальной модели Вселенной и окружающей нас Действительности.

II. Эффективные методологию и инструментальные средства разработки проблемы инерции содержат монографии А.Н. Панченкова "Энтропия" и "Энтропия-2".

Ключевую роль здесь играет тот факт, что проблема инерции не есть проблема гамильтоновой механики, а является проблемой теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики.

Феноменология полей, потоков и сил инерции выглядит следующим образом. На конгруэнции, расположенный на энтопийном многообразии комплексного конфигурационного пространства произошло событие, сопровождаемое возникновением экстремального пограничного слоя (ЭПС). Событие характеризуется возникновением скачков некоторых количеств при пересечении ядра ЭПС; именно эти скачки и являются причиной сил инерции. В свою очередь, причиной скачков выступают поля инерции, возникающие в виртуальной сплошной среде. Получается, что глубинной причиной сил инерции являются поля инерции. Здесь существуют две сущности: поля инерции и потоки инерции. Поля инерции возникают и существуют в виртуальной сплошной среде, расположенной в комплексном конфигурационном пространстве; тогда как потоки инерции расположены на конгруэнции ленточного энтропийного многообразия.

В развиваемой теории ключевую роль играет следующая гипотеза:

Потоки инерции являются сужением полей инерции на конгруэнции ленточного энтропийного многообразия.

Перейдем к символьному выводу проблемы. Отличительной чертой символического вывода является то, что задача рассматривается в, характерном для хаотической механики, комплексном фазовом пространстве и с комплексным временем.

В хаотической механике комплексное фазовое пространство

имеет вид

$$A_0: \quad \Omega = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Omega = \Omega_q \times \Omega_p; \Omega \subset \mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}_3\},$$

$$\Omega_q = \{\mathbf{q} \mid \Omega_q \subset \mathbb{C}^3\}; \Omega_p = \{\mathbf{p} \mid \Omega_p \subset \mathbb{C}_3\}.$$

Здесь

\mathbb{C}^3 — трехмерное комплексное евклидово пространство,
 \mathbb{C}_3 — сопряженное трехмерное комплексное евклидово пространство,

\mathbf{q} — обобщенная координата,

\mathbf{p} — обобщенный импульс,

Ω_q — конфигурационное пространство,

Ω_p — пространство импульса.

Первое сужение — энтропийное многообразие организуется путем задания на фазовом пространстве энтропии H_f .

$$A_2: \quad \mathfrak{E} = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \mathfrak{E} \subset \Omega; \mathfrak{E} = \mathfrak{E}_q \otimes \mathfrak{E}_p; H_f\},$$

$$\mathfrak{E}_q = \{\mathbf{q} \mid \mathfrak{E}_q \subset \Omega_q; H_q\}; \mathfrak{E}_p = \{\mathbf{p} \mid \mathfrak{E}_p \subset \Omega_p; H_p\}.$$

H_f — общая энтропия, H_q — структурная энтропия, H_p — энтропия импульса.

Второе сужение — соленоидальное многообразие имеет вид:

$$A_3: \quad M = \{\mathbf{q}, \mathbf{p} \mid M \subset \mathfrak{E}; \sigma\}; \sigma = \operatorname{div} A; A = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z}.$$

Сужение соленоидального многообразия, содержащее кососимметрическую метрику $\xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, и потенциал ускорений Θ , носит название многообразия потенциала ускорений

$$A_4: \quad \Pi = \left\{ \mathbf{q}, \mathbf{p} \mid \Pi \subset M; \Theta; \xi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

На многообразии потенциала ускорений роль основных уравнений выполняют канонические уравнения потенциала ускорений.

$$A_5: \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}},$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}.$$

В теории энтропии существует двойственность представления импульса:

$$p = \begin{cases} p \in \mathbb{C}_3 & \text{— свободный импульс} \\ p(q, z), q \in \mathbb{C}^3 & \text{— присоединенный импульс} \end{cases}.$$

В канонической системе A_5 импульс p — присоединенный импульс. Свободный импульс характерен для гамильтоновой структуры; в этом случае вместо уравнений A_5 движение гамильтоновой структуры описывают канонические уравнения Гамильтона:

$$A_6: \quad \begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial z} &= \frac{\partial H}{\partial p}, \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\frac{\partial H}{\partial q}. \end{aligned}$$

III. Характерной чертой проблемы инерции является то, что она, в исходной формулировке, не допускает самостоятельное исследование на многообразии потенциала ускорений, что приводит к необходимости включения в теорию энтропийного многообразия с псевдоевклидовой метрикой $\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

$$D = \{q, p \mid D \subset \mathcal{E}; \Phi; \xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\}.$$

Здесь Φ — потенциал скоростей.

Каноническая система уравнений потенциала скоростей имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{\partial \Phi}{\partial q}; \quad q, p \in D, \\ \dot{p} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial p}; \quad " " = \frac{d}{dz}. \end{aligned}$$

Глубинная причина привлечения кососимметрической метрики состоит в том, что канонические уравнения Гамильтона не обладают предельной корректностью и потоки инерции в ЭПС являются диссипативными потоками. Внутри ЭПС потоки инерции обладают чертами диссипативных потоков, а вне — чертами гамильтоновых потоков, поэтому их состояние воспроизводит каноническая система уравнений смешанного описания

$$A_6: \quad \dot{q} = \frac{\partial \Phi}{\partial q} + \frac{\partial H}{\partial p}; \quad q \in \mathcal{E}_q,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}}; \mathbf{p} \in \mathfrak{P}_p.$$

Соответственно, в случае присоединенного импульса система смешанного описания будет

$$A_7: \quad \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} &= \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q, \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}; \mathbf{p} \in \mathfrak{P}_p. \end{aligned}$$

§ 2. Канонические уравнения

I. Теперь сделаем важный шаг; структуру, обладающую полем инерции и создающую поток инерции, идентифицируем как двойственную структуру; при этом двойственную структуру определим как структуру, обладающую двойственным импульсом

$$p = \begin{cases} \mathbf{p} \in \mathbb{C}_3 \\ \mathbf{p}(\mathbf{q}, z); \mathbf{q} \in \mathbb{C}^3 \end{cases}.$$

Уравнения двойственной структуры имеют вид:

$$B_0: \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{q}} &= \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}; \mathbf{p} \in \mathbb{C}_3; \\ \dot{\mathbf{p}} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}}; \\ \dot{\mathbf{q}} &= \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{q}, z); \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}}; \\ \dot{\mathbf{p}} &= \frac{d\mathbf{p}}{dz}; \frac{d\mathbf{p}}{dz} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + \mathcal{L}_\xi \mathbf{p} \\ \mathcal{L}_\xi \mathbf{p} &= \left(\dot{\mathbf{q}} \mid \overline{\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}} \right) \mathbf{p}; \end{aligned}$$

$\angle_{\xi} \mathbf{p}$ — производная Ли

$$\left(\dot{\mathbf{q}} \mid \overline{\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}} \right) \mathbf{p} = \sum_{j=1}^3 \dot{q}_j \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial q_j}.$$

Принимая стандартное представление потенциала скоростей

$$\Phi = \frac{1}{2}[(\Lambda \mathbf{q} \mid \bar{\mathbf{q}})_{\mathbb{C}} + (\Lambda \mathbf{p} \mid \bar{\mathbf{p}})_{\mathbb{C}}]; \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\},$$

уравнения двойственной структуры будут

$$B_1 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} + \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}; \quad \mathbf{p} \in \mathbb{C}_3,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\Lambda \mathbf{p} - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}},$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} - \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{p}}; \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{q}, z),$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} = -\Lambda \mathbf{p} + \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}},$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + \angle_{\xi} \mathbf{p}.$$

II. Если функция Гамильтона обладает свойством

$$B_2 : \quad \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = \varkappa \mathbf{p},$$

то уравнения B_1 будут

$$\mathbf{p} \in \mathbb{C}_3 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} + \varkappa \mathbf{p},$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\Lambda \mathbf{p} - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{q}, z) : \quad \dot{\mathbf{p}} = \begin{cases} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} + \angle_{\xi} \mathbf{p} \\ -\Lambda \mathbf{p} + \frac{\partial' \Theta}{\partial \mathbf{q}} \end{cases}; \quad \frac{\partial' \Theta}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} + \angle_{\xi} \mathbf{p}.$$

Теперь перейдем от импульса \mathbf{p} к импульсу $\tilde{\mathbf{p}}$ и введем представление присоединенного импульса $\tilde{\mathbf{p}}$ в виде один-формы:

$$\mathbf{p} \triangleq \mathbf{p}_0 + \tilde{\mathbf{p}}; \tilde{\mathbf{p}} \triangleq \Lambda_p \tilde{\mathbf{q}}; \Lambda_p = \text{diag}\{\lambda_{p1}, \lambda_{p2}, \lambda_{p3}\}.$$

Далее, принимая

$$\mathbf{q} \triangleq \varkappa \mathbf{p}_0 z + \tilde{\mathbf{q}}; \dot{\mathbf{q}} \triangleq \varkappa \mathbf{p}_0 + \dot{\tilde{\mathbf{q}}},$$

для потоков $\{\dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \dot{\tilde{\mathbf{p}}}\}$ получаем

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \Lambda \tilde{\mathbf{q}} + \varkappa(\tilde{\mathbf{p}} + z\Lambda \mathbf{p}_0),$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = -\Lambda \tilde{\mathbf{p}} + \frac{\partial' \Theta}{\partial \mathbf{q}} - \mathbf{p}_0 \Lambda.$$

Введем новый потенциал ускорений градиентом

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{\mathbf{p}}} = -\varkappa(\tilde{\mathbf{p}} + z\Lambda \mathbf{p}_0),$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{\mathbf{q}}} = \frac{\partial' \Theta}{\partial \mathbf{q}} - \mathbf{p}_0 \Lambda.$$

В результате комплект уравнений примет вид канонической системы:

$$B_3 : \quad \dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \Lambda \tilde{\mathbf{q}} - \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{\mathbf{p}}},$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = -\Lambda \tilde{\mathbf{p}} + \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{\mathbf{q}}}.$$

Для присоединенного импульса $\tilde{\mathbf{p}}$ в виде один - формы производная Ли равна

$$\mathcal{L}_{\xi} \tilde{\mathbf{p}} = \Lambda_p \dot{\tilde{\mathbf{q}}}.$$

Что приводит к следующему значению градиента потенциала $\tilde{\Theta}$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{\mathbf{p}}} = -\varkappa \Lambda_s \tilde{\mathbf{q}},$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{\mathbf{q}}} = -\varkappa \Lambda_s \tilde{\mathbf{p}},$$

$$\Lambda_s = \Lambda_p + \frac{z \Lambda \mathbf{p}_0}{\tilde{\mathbf{q}}} : \frac{\Lambda \mathbf{p}_0}{\tilde{\mathbf{q}}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\lambda_1 p_{01}}{\tilde{q}_1} \\ \frac{\lambda_2 p_{02}}{\tilde{q}_2} \\ \frac{\lambda_3 p_{03}}{\tilde{q}_3} \end{array} \right\|.$$

Это, в свою очередь, дает возможность придать канонической системе B_3 вид

$$B_4 : \quad \dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \tilde{\Lambda} \tilde{\mathbf{q}},$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = -\tilde{\Lambda} \tilde{\mathbf{p}},$$

$$\tilde{\Lambda} = \Lambda + \varkappa \Lambda_s; \quad \Lambda_s = \Lambda_p + \frac{z \Lambda \mathbf{p}_0}{\tilde{\mathbf{q}}}.$$

С помощью потенциала скоростей

$$\Phi = \frac{1}{2}[(\tilde{\Lambda} \tilde{\mathbf{q}} \mid \tilde{\mathbf{q}})_{\mathbb{C}^3} + (\tilde{\Lambda} \tilde{\mathbf{p}} \mid \tilde{\mathbf{p}})_{\mathbb{C}^3}]$$

система уравнений B_4 принимает вид уравнений диссипации — канонических уравнений потенциала скоростей.

$$B_5 : \quad \dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{\mathbf{q}}},$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{\mathbf{p}}}.$$

Уравнения B_5 содержат первый важный результат; проблема инерции — проблема диссипации.

§ 3. Поток инерции на Гильбертовом поле

I. Выполним теперь преобразование канонических уравнений диссипации B_5 в уравнения Гильбертова поля. Это преобразование начнем с введения еще одного присоединенного импульса, обладающего потенциалом

$$C_0: \quad \mathfrak{x}p_1 \triangleq \begin{cases} \tilde{\Lambda}\tilde{q}; & \tilde{q} \in M_q \end{cases}.$$

В свою очередь из первого уравнения системы B_4 получается уравнение

$$C_1: \quad \ddot{\tilde{q}} = \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{q}}; \quad \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{q}} \triangleq (\dot{\tilde{\Lambda}} + \tilde{\Lambda}^2)\tilde{q}.$$

Поскольку

$$\dot{\tilde{\Lambda}} = \mathfrak{x} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tilde{q} \cdot \partial z}; \quad \tilde{\Lambda}^2 = \frac{\mathfrak{x}^2}{2} \frac{\partial}{\partial \tilde{q}} (p_1 | \bar{p}_1)_{\mathfrak{C}},$$

то потенциал $\tilde{\Phi}$ будет

$$\tilde{\Phi} = \mathfrak{x} \left[\frac{\mathfrak{x}}{2} (p_1 | \bar{p}_2)_{\mathfrak{C}} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right].$$

Обращаясь к уравнению Гильбертова поля

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta; \quad \Theta = -\frac{\mathfrak{x}}{2} (p_1 | \bar{p}_1)_{\mathfrak{C}} - \Pi,$$

устанавливаем важную связь

$$\tilde{\Phi} = -\mathfrak{x}\Pi; \quad \tilde{q} \in \Gamma.$$

Внесение этого значения потенциала $\tilde{\Phi}$ в уравнение C_1 приводит к окончательному результату:

$$C_2: \quad \ddot{\tilde{q}} = -\mathfrak{x}grad\Pi; \quad \tilde{q} \in \Gamma.$$

Собственно, уравнение C_2 и является основным уравнением потока инерции на ленточном энтропийном многообразии. Здесь существует важная деталь: в проблеме инерции неличествует

двойственность интерпретации: диффузионные потоки, описываемые канонической системой диссипации B_5 сводимы к инерциальным потокам на Гильбертовом поле. Напомним, что классическая механика располагается именно на Гильбертовом поле. Очевидно, обнаруженная выше двойственность интерпретации и является, частично, причиной запутанности, противоречивости и дискуссионности проблемы инерции.

II. Теперь я располагаю всем необходимым для конструирования основных уравнений потока на конгруэнции Гильбертова поля.

Прежде всего, для упрощения символики полезно выполнить переобозначение:

$$\tilde{\mathbf{q}} \rightarrow \mathbf{q}.$$

Теперь основное уравнение я сформулирую в виде двойственности:

$$C_3: \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{cases} (\dot{\Lambda} + \Lambda^2)\mathbf{q}; & \mathbf{q} \in \mathfrak{A}_k \\ -\mathfrak{a}grad\Pi \end{cases}.$$

Здесь нужно знать одну деталь; уравнения C_3 имеют значительно общий смысл, чем уравнения потока инерции. Для дальнейшего важным является то, что поток инерции описывается именно этим уравнением при отождествлении $\mathbf{q} = \tilde{\mathbf{q}}$.

По сути, уравнение C_3 определяет два принципиально разных способа описания потоков. Но и этого оказывается недостаточно; за каждой реализацией уравнений C_3 , за каждым способом описания стоит та или иная виртуальная сплошная среда. Поэтому вопрос выбора способа описания является, прежде всего, вопросом выбора типа виртуальной сплошной среды. Наши знания виртуальной сплошной среды полей и потоков инерции пока еще незначительны. Что мы о ней знаем?

Наши знания содержатся в двух фактах:

1. Виртуальная сплошная среда потока инерции исходно не расположена на Гильбертовом поле (не является инерциальной средой).
2. Виртуальная сплошная среда потока инерции — диссипативная среда.

Этого для дальнейшего недостаточно; в связи с ним я предпринял анализ уравнений C_3 , преследуя две цели:

1. Идентификация виртуальной сплошной среды потоков инерции.
2. Выбор способа описания потоков инерции.

Прежде всего нам необходимо сформулировать условие выбора потенциала. Исходным для этого условия будет гипотеза отсутствия внешнего поля.

С помощью этой гипотезы из двух, обсуждаемых и известных в научной литературе сценариев существования силы инерции, я останавливаюсь на одном.

Эти сценарии следующие:

1. Сила инерции обязана внешнему полю.
2. Сила инерции создается самим телом в отсутствие внешнего поля.

Итак, моя позиция здесь ясна: существуют свои внутренние причины силы инерции.

Условие отсутствия внешнего поля я приму в виде

$$C_4: \quad \text{grad}\Pi \rightarrow 0.$$

§ 4. Существование в потоке инерции существенно особой точки

I. В основу, приведенного ниже анализа я положил свойство существования в ЭПС различных типов особых точек. Как известно из раздела "Внутреннее время" фундаментальным свойством ЭПС является существование двух типов особых точек:

1. Полюс.
2. Существенно особая точка.

Теперь меня и читателя интересует вопрос: какой тип особой точки реализуется в потоке инерции? Из уравнения C_3 следует уравнение

$$D_0: \quad (\dot{\Lambda} + \Lambda^2)\mathbf{q} = -\alpha \text{grad}\Pi; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

В этом уравнении реализуются два, и только два, случая:

$$I - \text{случай:} \quad \dot{\Lambda} = i\beta\Lambda^2$$

$$II - \text{случай:} \quad \dot{\Lambda} \neq \beta\Lambda^2$$

В первом случае нет необходимости обращаться ко второй компоненте двойственности C_3 , как к способу описания. Здесь математическая формулировка задачи будет

$$D_1: \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q},$$

$$\dot{\Lambda} = i\beta\Lambda^2.$$

Уравнение первого случая известно уравнение теории турбулентности; его решение имеет вид:

$$\Lambda = \frac{i}{\beta\tau}; \quad \tau = z - t_0.$$

Ясно, что в этом случае в ядре ЭПС будет существовать изолированная особая точка — полюс.

Теперь имеем

$$D_2: \quad \Lambda^2 = -\frac{\infty}{(1+i\beta)\mathbf{q}} \text{grad}\Pi,$$

$$\beta = \left\| \begin{array}{c} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{array} \right\|; \quad \frac{\text{grad}\Pi}{(1+i\beta)\mathbf{q}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\frac{\partial\Pi}{\partial q_1}}{(1+i\beta_1)q_1} \\ \frac{\frac{\partial\Pi}{\partial q_2}}{(1+i\beta_2)q_2} \\ \frac{\frac{\partial\Pi}{\partial q_3}}{(1+i\beta_3)q_3} \end{array} \right\|.$$

Примем для окрестности ядра ЭПС представление

$$\frac{\partial\Pi}{\partial q_j} = \frac{d_j}{q_j^{\alpha_j}}.$$

В этом случае

$$\Lambda_j^2 = \frac{B_j}{q_j^{\alpha_j+1}}.$$

Этим формулам соответствуют матрица плотности импульса

$$D_3: \quad \Lambda = \text{diag} \left\{ \frac{2}{(\alpha_1+1)\tau}; \frac{2}{(\alpha_2+1)\tau}; \frac{2}{(\alpha_3+1)\tau} \right\}.$$

Две различных формулы для матрицы плотности импульса приводят к значению вектор-коэффициента α :

$$D_4: \quad \alpha = -(2\beta i + 1).$$

Формула D_4 охватывает три самостоятельных типа виртуальных сплошных сред:

1. $\beta = i$; $\alpha = 1$ — инерциальная среда (классическая механика).
2. $\beta = 2i$; $\alpha = 3$ — диффузионная среда.
3. $\text{Im } \beta = 0$: — турбулентная среда

Теперь я в состоянии сделать один основополагающий вывод.
Утверждение XXII.1 *Три самостоятельных раздела естествознания:*

1. *Классическая механика.*
2. *Диффузия.*
3. *Турбулентность.*

имеют в ЭПС один тип особой точки — простой полюс.

II. У нас все готово для выяснения типа особой точки потока инерции.

Условие C_4 выполняется для значений показателя α , удовлетворяющих условию $\text{Re}\alpha > 0$. Будет естественным предположение о том, что градиент потенциала потока инерции имеет в нуле более слабую особенность по сравнению с гамильтоновым потоком, имеющим показатель $\alpha = 1$. В свою очередь, в случае существования внешнего поля показатель α будет $\text{Re}\alpha < 0$. В результате в случае простого полюса поток инерции будет иметь значение показателя α : $\text{Re}\alpha \in (0 \div 1)$.

Теперь я привлеку правило характерной задачи. Важной чертой хаоса является то, каждая конкретизация виртуальной сплошной среды имеет простейшую характерную задачу, в которой реализуется характерное значение показателя α . Перечень этих задач имеет вид:

1. Классическая механика — сферическое расширение.
2. Диффузия — одномерная однородная диффузия.
3. Турбулентность — пульсация.

Для продолжения этого перечня естественно предположить что в теории инерции характерной задачей будет задача движения с постоянным ускорением.

В задаче движения с постоянным ускорением показатель α будет $\alpha = 0$.

Но в этом случае $\text{grad}\Pi = \text{const}$ и условие C_4 выполняться не будет.

В итоге мы устанавливаем, что поток с $\alpha = 0$ является потоком с внешним полем. Но это противоречит исходной аксиоме

потока инерции. В обход этапа затруднения нам необходимо ослабить условие постоянства ускорения. Вместо условия постоянства ускорения следует ввести его расширение

$$D_5 : \quad \{\ddot{q} = const\} \rightarrow \{Re\ddot{q} = const\}$$

Физически совершенно очевидная задача с условием

$$D_6 : \quad Re\ddot{q} = const ; q \in \mathcal{E}_k$$

выводит проблему инерции из числа претендентов на особую точку — полюс.

Получается, что в потоке инерции реализуется не полюс, а существенно особая точка. Этот важнейший факт я зафиксировал в следующем утверждении.

Утверждение XXII.2 *В экстремальном пограничном слое потока инерции реализуется существенно особая точка.*

Это в корне меняет дело, и наделяет проблему инерции оригинальными отличительными чертами.

Проблема инерции, как самостоятельная проблема естествознания, в отличие от классической механики, диффузии, турбулентности обладает существенно особой точкой.

III. Располагая фактом существования в потоке инерции существенно особой точки, задача выбора способа описания решается достаточно просто.

Поскольку в проблеме инерции не выполняется уравнение первого случая уравнения D_0 задача D_1 в этом случае оказывается несправедливой. В свою очередь уравнение D_0 оказывается неконструктивным и необходимо обращаться ко второй компоненте двойственности C_3 . Этот вариант определяет следующую задачу потока инерции:

$$D_7 : \quad \dot{q} = \Lambda q ; q \in \mathcal{E}_k,$$

$$\ddot{q} = -\alpha grad\Pi.$$

При этом $Sp\Lambda$ не представим главной частью ряда Лорана. Обратимся теперь к дополнительному обсуждению проблемы существенно особой точки. Исходное изучение и обсуждение этой проблемы я начал в разделе "Внутреннее время", но тогда у меня не было содержательной задачи, либо проблемы, в которой реализовалась бы существенно особая точка. Теперь эта проблема найдена. Именно в проблеме инерции существенно особая точка приобрела конкретный смысл. Факт существования реальной проблемы с существенно особой точкой основоположен для теории экстремального пограничного слоя - хаотической механики.

По сути, это означает открытие еще одного типа экстремальных пограничных слоев - ЭПС с существенно особой точкой. Эти слои входят в состав нормального ЭПС, но имеют самостоятельное значение. Другими словами, проблема существенно особой точки будет оказывать революционное воздействие на методологию и концепцию теории ЭПС и естествознания в целом. Здесь мы все подошли к новой реальности; реальности, с которой классическая физика еще не имела дела и при встрече с ней закрывала глаза.

Прекрасной иллюстрацией этого тезиса является опыт формирования и развития (точнее застоя) в классической физике концепции силы инерции. Современное состояние (исключая работы Г.И. Шипова) проблемы инерции производит удручающее впечатление. Суть в том, что без включения в концептуальную модель инерции виртуальной сплошной среды развитие ее теории невозможно; но на это современная физика пойти не могла.

§ 5. Потенциал инерции

Теперь я намерен решить вопрос о полях инерции. Опираясь на исходную гипотезу потоков инерции, как сужений полей инерции, следует ввести расширение

$$E_0: \quad \{grad\Pi; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k\} \rightarrow \{grad\Pi; \mathbf{q} \in \Omega_q\}.$$

Это расширение и решает задачи восстановления полей инерции по их сужению на конгруэнции $\mathcal{E}_k \in \Omega_q$. Для решения этой задачи в явном виде необходимо определить дифференциальное уравнение для потенциала Π . Здесь я буду следовать традиционной для теории энтропии схеме.

В уравнении нормального потока

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k$$

определим присоединенный импульс

$$\mathfrak{e}\mathbf{p} \triangleq \Lambda \mathbf{q}.$$

Теперь поток на конгруэнции будет

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathfrak{e}\mathbf{p}.$$

Обратимся теперь к процедуре расширения

$$\mathcal{E}_k \rightarrow \Omega_q.$$

При реализации этой процедуры присоединенный импульс переходит в свободный импульс

$$\{\mathbf{p} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \Omega_k\} \rightarrow \{\mathbf{p} \in \Omega_p\}.$$

Описанное расширение позволяет ввести дивергенцию в конфигурационном пространстве

$$\sigma_1 = \text{div} \dot{\mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Поскольку $\dot{\mathbf{q}} = \mathfrak{x} \mathbf{p} ; \mathbf{p} \in \Omega_p$, то дивергенция будет $\sigma_1 = \mathfrak{x} \text{div} \mathbf{p} ; \mathbf{p} \in \Omega_p$, но свободный импульс не зависит от обобщенной координаты и, следовательно, $\text{div} \mathbf{p} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q$.

Далее, расширяя уравнение на присоединенный импульс, и вводя потенциал импульса условием

$$\mathbf{p} = \text{grad} \Psi.$$

получаем уравнение Лапласа

$$\Delta \Psi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q ; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2}.$$

Поскольку поток инерции расположен на Гильбертовом поле, то будет справедливо уравнение потенциала ускорений

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta.$$

Предполагая выполняемость условия коммутации

$$\Delta \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \Delta \Psi,$$

мы получаем уравнение Лапласа и для потенциала ускорений

$$\Delta \Theta = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Но в соответствии с материалами §3 потенциал ускорений поля инерции

$$E_1 : \quad \Theta = -\frac{\mathfrak{x}}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}} - \Pi.$$

Из формулы E_1 следует

$$\Delta \Theta = -\Delta \Pi.$$

Это уравнение и приводит к окончательному результату

$$E_2 : \quad \Delta \Pi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

В задаче полей инерции градиент потенциала Π на конгруэнции \mathcal{E}_k является заданной величиной

$$\text{grad} \Pi = F ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Присоединяя к уравнению Лапласа E_2 это граничное условие мы и получаем формулировку граничной задачи.

Граничная задача поля инерции:

$$E_3 : \quad \Delta \Pi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q ; \Omega_q \subset {}^3,$$

$$\text{grad} \Pi = F ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Для большей связности изложения к задаче поля инерции следует присоединить задачу потока инерции

$$\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k,$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\varkappa \text{grad} \Pi.$$

Эти две задачи и дают символьное описание проблемы инерции в комплексном евклидовом пространстве \mathcal{C}^3 . Сила инерции определяется уравнением потока инерции

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\varkappa \text{grad} \Pi ; \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Если ввести инерционную массу и принять $\varkappa = \frac{1}{m}$; то это уравнение примет вид уравнения Ньютона

$$m \ddot{\mathbf{q}} = R,$$

$$R = -\text{grad} \Pi.$$

Теперь, в соответствии с принципом Даламбера, сила (сопротивление) инерции будет

$$E_4 : \quad I \triangleq \text{grad} \Pi ; \mathbf{q} \in \Gamma.$$

§ 6. Характерная задача теории инерции

Рассмотрим характерную задачу теории инерции - поступательное нестационарное движение с постоянным ускорением вдоль координаты q_1 .

В этой задаче вектор обобщенной координаты и градиент будет

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \text{grad}\Pi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Граничные условия характерной задачи потока инерции будет выглядеть так

$$И_0: \quad \text{Re}\ddot{q}_1 = \begin{cases} D_0; & z = t; & t \geq \varepsilon \\ 0; & z = t; & t \leq -\varepsilon \end{cases} \quad q_1 = 0; \quad t \leq -\varepsilon.$$

Решение задачи потока инерции с граничным условием $И_0$ будет

$$И_1: \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \begin{cases} \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln q_1; & \text{Re}z > -\varepsilon \\ 0; & \text{Re}z \leq -\varepsilon \end{cases}; \quad \Gamma = \text{Re}\Gamma.$$

В свою очередь, выберем ветвь логарифма, обладающую свойством

$$И_2: \quad \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln q_1 = \begin{cases} \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln |q_1|; & t < -\varepsilon, \quad \text{Im}z = 0 \\ \frac{\Gamma}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln |q_1|; & t > \varepsilon; \quad \text{Im}z = 0 \end{cases}$$

Теперь поток инерции будет

$$И_3: \quad m\ddot{q}_1 = \begin{cases} -\frac{\Gamma}{2\pi i} \ln q_1; & \text{Re}z > \varepsilon \\ 0; & \text{Re}z \leq \varepsilon \end{cases}.$$

Этому потоку соответствует сопротивление инерции

$$I = \begin{cases} \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln q_1; & \text{Re}z > \varepsilon; \quad \text{Im}z_1 = 0; \quad t > \varepsilon \\ 0; & \text{Re}z \leq -\varepsilon; \quad \text{Im}z = 0 \quad t \leq -\varepsilon \end{cases}.$$

Разделяя уравнение И_3 на вещественную и мнимую части, имеем

$$\begin{aligned}\text{И}_4: \quad m \operatorname{Re} \ddot{q}_1 &= -\frac{\Gamma}{2}; \quad t > \varepsilon; \quad \operatorname{Im} z = 0, \\ m \operatorname{Im} \ddot{q}_1 &= +\frac{\Gamma}{2\pi} \ln |q_1|; \quad t > \varepsilon; \quad \operatorname{Im} z = 0, \\ \Gamma &= 2D_0, \quad m = \operatorname{Re} m.\end{aligned}$$

В свою очередь вещественная и мнимая части сопротивления инерции будут

$$\begin{aligned}\text{И}_5: \quad \operatorname{Re} I &= \frac{\Gamma}{2}; \quad t > \varepsilon; \quad \operatorname{Im} z = 0, \\ \operatorname{Im} I &= -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln |q_1|; \quad t > \varepsilon; \quad \operatorname{Im} z = 0.\end{aligned}$$

Соответственно, уравнения И_4 и формулы И_5 и решают сформулированную характерную задачу потока инерции.

§ 7. Анализ решения

Приступим теперь к анализу полученного решения и выявлению структуры изолированной существенно особой точки.

Вначале я обращаюсь к первому типу особой точки — изолированному полюсу.

Формула D_2 для плотности импульса определяет уравнение

$$K_0: \quad \dot{\mathbf{q}}^2 = -\frac{\varkappa \mathbf{q}}{(1+i\beta)} \operatorname{grad} \Pi; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k; \quad \frac{\mathbf{q} \operatorname{grad} \Pi}{(1+i\beta)} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} q_1}{(1+i\beta_1)} \\ \frac{\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} q_2}{(1+i\beta_2)} \\ \frac{\frac{\partial \Pi}{\partial q_3} q_3}{(1+i\beta_3)} \end{array} \right\|.$$

Уравнение K_0 формирует симметрию

$$\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{q}} | \bar{\dot{\mathbf{q}}})_{\mathfrak{C}} + \frac{\varkappa}{2} \left(\frac{\mathbf{q}}{(1+i\beta)} | \overline{\operatorname{grad} \Pi} \right)_{\mathfrak{C}} = 0.$$

Обращаясь к импульсу $\mathfrak{p}_1 = \Lambda \mathbf{q}$, этой симметрии можно придать вид

$$K_1: \quad \frac{\mathfrak{p}_1}{2} (p_1 | \bar{p}_1)_{\mathfrak{C}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{q}}{(1+i\beta)} | \overline{grad\Pi} \right)_{\mathfrak{C}} = 0.$$

С другой стороны, предполагая существование на Гильбертовом поле закона сохранения энергии, имеем

$$K_2: \quad \Theta = 0; \quad \frac{\mathfrak{p}_1}{2} (p_1 | \bar{p}_1)_{\mathfrak{C}} + \Pi = 0.$$

Таким образом, в случае изолированного полюса в ЭПС могут существовать две симметрии; их согласование приводит к результату

$$K_3: \quad \Pi = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{q}}{(1+i\beta)} | \overline{grad\Pi} \right)_{\mathfrak{C}}.$$

Здесь $\overline{grad\Pi}$ — комплексно-сопряженное значение. Для потенциала Π вида

$$\Pi = (\vec{\Pi} | E)_{\mathfrak{C}}; \quad \vec{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{pmatrix}.$$

Уравнение K_3 распадается на три независимых уравнения.

$$\Pi_k = \frac{1}{2} \frac{q_k}{(1+i\beta)} \cdot \frac{\partial \Pi_k}{\partial q_k}; \quad k = 1, 2, 3.$$

Эти уравнения представляют условия однородности и, по теореме Эйлера об однородных функциях, получаем

$$K_4: \quad \Pi = \frac{D_k}{q_k^{\alpha_k-1}}; \quad k = 1, 2, 3; \quad \alpha_k = -(2\beta_k i + 1).$$

Здесь формулы для α воспроизводит уже знакомую формулу D_4 . Интересное для дальнейшего решение восстанавливается при $\alpha_k = 0$. В этом случае из уравнения K_0 следует дифференциальное уравнение

$$K_5: \quad \dot{\mathbf{q}} = d\sqrt{\mathbf{q}} : d\sqrt{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} d_1\sqrt{q_1} \\ d_2\sqrt{q_2} \\ d_3\sqrt{q_3} \end{pmatrix}.$$

Как известно, характерная задача инерции — движение с постоянным вещественным ускорением не обладает симметрией; и здесь необходимо новый самостоятельный подход.

Будем искать плотность импульса в виде

$$\Lambda^2 q_1 = D_1 \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} + D_2.$$

В этом случае

$$\dot{q}_1^2 = D_1 q_1 \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} + \frac{1}{2} \left(D_1 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} q_1 + D_2 \right).$$

Подчиним выбор коэффициентов условию совпадения этого уравнения с уравнением

$$\ddot{q}_1 = -\varkappa \frac{\partial \Pi}{\partial q_1}.$$

В этом случае коэффициент $D_1 = -2\varkappa$ и будет справедливо уравнение

$$D_1 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial q_1^2} q_1 + D_1 = 0.$$

Решение этого уравнения и приводит к известному результату H_1

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln q_1.$$

В свою очередь, этот результат определяет дифференциальное уравнение

$$K_6 : \quad \dot{q}_1^2 = -\frac{\varkappa \Gamma}{\pi i} (\ln q_1 - 1) q_1.$$

Уравнению K_6 соответствует функция

$$K_7 : \quad \Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i} (\ln q_1 - 1) q_1.$$

Теперь если мы обратимся к симметрии — закону сохранения энергии, то обнаруживаем замечательный факт — поток K_6 сохраняет энергию.

$$\frac{\varkappa p_1^2}{2} + \Pi = 0.$$

Этот результат приводит к интересному заключению: *два потока K_5 и K_6 обладают симметрией — сохраняют энергию.*

Сформулированный вывод показывает, что задача нестационарного движения с постоянным комплексным ускорением не тривиальна.

Получается что в характерной задаче нестационарного движения с постоянным вещественным ускорением существует два решения, и оба решения удовлетворяют закону сохранения энергии. Для полноты изложения я решил собрать уравнения этих решений вместе

$$K_8: \quad \dot{q}_1^2 = -D_0 q_1; \quad q_1 \in \mathfrak{D}_k,$$

$$\dot{q}_1^2 = -\frac{\varkappa\Gamma}{\pi i} (\ln q_1 - 1) q_1; \quad q_1 \in \mathfrak{D}_k.$$

Обратимся к производным потенциала Π этих двух потоков инерции.

$$I - \text{поток:} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \text{const}$$

$$II - \text{поток:} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln q_1$$

Вне всякого сомнения, в приведенном анализе замечательным является то, что два решения, по отдельности соответствуют двум принципиально разным позициям причины инерции.

Эти позиции следующие:

1. Причина сил инерции во внешнем поле.
2. Причина сил инерции кроется в самом теле. Тело — носитель инерции.

Ясно, что полученные два решения отражают истоки и суть многовековой дискуссии, начиная от Ньютона, по проблеме инерции.

Получается, что дискуссия не была беспочвенной.

Но в моем исследовании возник новый ключевой вопрос:

Для реализации второй альтернативы необходимы два объекта:

1. *Виртуальная сплошная среда.*
2. *Комплексное фазовое пространство.*

В заключение я приведу формулу для скалярной плотности импульса

$$\Lambda = \sqrt{-\frac{\varkappa\Gamma(\ln q_1 - 1)}{\pi i q_1}}.$$

Теперь мне остается обнаружить только два факта:

1. Вещественная компонента решения, даваемая первым уравнением Π_4 и первой формулой Π_5 полностью согласуется с классической механикой.
2. При постоянном вещественном ускорении мнимая компонента ведет себя крайне нерегулярно и, по сути, содержит в себе хаос на начальном участке нестационарного движения.

Здесь мы и приходим к ключевому выводу.

Утверждение XVII.3 Возникновение и разрушение силы инерции сопровождается мнимым хаосом.

§ 8. Нестационарный поток инерции

Без серьезных затруднений решение характерной задачи обобщается на случай нестационарного одномерного движения с произвольным ускорением. В рассматриваемой задаче производная будет

$$L_0 : \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\varepsilon}^z \dot{\Gamma} \ln q_1 d\xi; \quad \dot{\Gamma} = \frac{d\Gamma}{d\xi}; \quad q_1 = q_1(z - \xi).$$

Интегральный оператор L_0 определяет поток инерции

$$L_1 : \quad m\ddot{q}_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\varepsilon}^z \dot{\Gamma} \ln q_1 d\xi.$$

Теперь нам необходимо определить сужение этого уравнения на вещественное время.

Сужение логарифма на вещественную ось примем в виде

$$\ln q_1 = \pi i + \ln |q_1|.$$

В этом случае, при условии $\Gamma(-\varepsilon) = 0$.

$$L_2 : \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{\Gamma(t)}{2} + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\varepsilon}^t \dot{\Gamma} \ln |q_1| dt_1.$$

Внося построенное сужение в уравнение L_1 получаем два уравнения:

$$L_3 : \quad m \operatorname{Re} \ddot{q}_1 = -\operatorname{Re} I ; \operatorname{Re} I = \frac{\Gamma}{2},$$

$$L_4 : \quad \operatorname{Im} \ddot{q}_1 = -\frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon}^t \operatorname{Re} \ddot{q}_1 \ln |q_1| dt_1.$$

Основные факты, определяемые уравнениями L_3 и L_4 следующие:

1. Уравнение вещественной компоненты потока инерции полностью согласуется с классической механикой. В этом согласии содержится уникальность потоков инерции — вещественная часть сопротивления инерции является инвариантом потока. Она не зависит от обобщенной координаты и определяется ускорением.
2. Второе уравнение носит "безмассовый" характер; мнимая часть ускорения от вещественной массы не зависит.
3. Потоки инерции — вихревые потоки.

§ 9. Поле инерции

Обратимся теперь к задаче определения поля инерции.

Для принятого представления производной $\frac{\partial \Pi}{\partial q_1}$, даваемого формулой I_1 , граничная задача поля инерции будет

$$M_0 : \quad \Delta \Pi = 0 : \mathbf{q} \in \Omega_q ; \Omega_q \subset \mathbb{C}^3,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\varepsilon}^z \dot{\Gamma} \ln q_1 d\zeta ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k ; \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 0 ; \frac{\partial \Pi}{\partial q_3} = 0.$$

Будем иметь производную $\frac{\partial \Pi}{\partial q_1}$ в виде интегрального оператора

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = A \dot{\Gamma} ; A \dot{\Gamma} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\varepsilon}^z \dot{\Gamma} G d\zeta.$$

Здесь фундаментальное решение G является расширением

$$M_1 : \quad \{\ln q_1 ; q_1 \in \mathfrak{D}_k\} \rightarrow \{G ; \mathbf{q} \in \Omega_q\}.$$

При этом фундаментальное решение должно удовлетворять уравнению

$$\Delta G = 0.$$

Потенциал G , обладающий нужным сужением имеет вид

$$G = \int_{-r}^{q_1} \frac{1}{r} d\zeta : r = \sqrt{\zeta^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

В явном виде он будет выглядеть так

$$G = \ln \frac{(q_1 + r)}{2} ; r = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

Теперь нужный нам интегральный оператор будет

$$M_2 : \quad A\dot{\Gamma} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\xi}^z \dot{\Gamma} \frac{\ln}{2} (q_1 + r) d\zeta ; r = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

Потенциал $A\dot{\Gamma}$ и определяет поле инерции; возбужденные этим полем инерции движения сплошной среды будет описываться уравнением

$$M_3 : \quad m\ddot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\xi}^z \dot{\Gamma} \frac{\ln}{2} (q_1 + r) d\zeta : \\ r = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

По сути, уравнением M_3 я и завершаю исследование полей инерции. Здесь надо иметь в виду то, что меня в настоящей работе интересует концептуальное оформление проблемы инерции и основоположения ее энтропийной теории: поэтому я ограничился только исследованием характерных задач полей и потоков инерции.

§ 10. Заключение

1. *Вопрос о полях и силах инерции вышел за рамки классической механики и принял вид самостоятельной проблемы естествознания.*
2. *Отсутствие в классической механике глубинной причины и механизма сил инерции привело к тому, что в проблеме инерции мало что изменилось со времен Ньютона.*

3. Силы инерции порождаются полями инерции; при этом сила инерции является сопротивлением нестационарному движению.
4. Проблема инерции не есть проблема гамильтоновой механики, а является проблемой теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики.
5. Сила инерции возникает и существует в ЭПС и располагается в ядре ЭПС.
6. Поля инерции возникают и существуют в виртуальной сплошной среде, расположенной в комплексном конфигурационном пространстве; тогда как потоки инерции расположены на конгруэнции ленточного энтропийного многообразия.
7. Потоки инерции являются сужением полей инерции на конгруэнцию ленточного энтропийного многообразия.
8. Комплексное конфигурационное пространство — естественная среда обитания полей инерции.
9. При формулировке задачи инерции как математической проблемы недостаточно многообразия с кососимметрической метрикой; необходимо включить в теорию многообразие с псевдоевклидовой метрикой. Исходный поток инерции — это поток на энтропийном многообразии с кососимметрической и псевдоевклидовой метриками.
10. Я идентифицировал структуру, обладающую полем инерции и создающую поток инерции как двойственную структуру.
11. Инерция — это состояние ЭПС с существенно особой точкой.
12. Факт существования реальной проблемы, содержащей существенно особую точку, чрезвычайно важны для теории ЭПС — хаотической механики.
13. Поля и потоки инерции являются витревыми полями и потоками.
14. Отличительная черта проблемы инерции — существование существенно особой точки придает этой проблеме статус самостоятельной проблемы естествознания.
15. Три самостоятельных раздела естествознания:
 - 1) Классическая механика.
 - 2) Диффузия.
 - 3) Турбулентность.
 имеют в ЭПС один тип особой точки — простой полюс.
16. Факт существования реальной проблемы с существенно особой точкой основоположен для теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики. Здесь мы подошли к новой реальности: реальности, с которой классическая физика еще не имела дела.
17. Без включения в концептуальную модель инерции виртуальной сплошной среды развитие ее теории невозможно.

Глава XXIII

Уникальный экстремальный пограничный слой

Содержание

§1. Предварительное обсуждение	579
§2. Существенно особая точка Гильбертова поля	581
§3. Характерный случай	584
§4. Одно обобщение	585
§5. Двойственность описания	586
§6. Локальная инвариантность ядра ЭПС	589
§7. Простой полюс	590
§8. Гипотеза расширения потоков	592
§9. Краевая задача	594
§10. Заключение	598

§ 1. Предварительное обсуждение

I. На страницах настоящей книги мы впервые с существованием в ядре ЭПС существенно особой точки встретились в главе "Хаос и внутреннее время" раздела IV "Внутреннее время". Здесь меня прежде всего поразила новизна и необычность ситуации; существенно особая точка круто изменила содержание ЭПС и, по сути дела, вывела его в самостоятельный особый тип ЭПС — уникальный ЭПС.

Принципиальные трудности развития нового символического вывода уникального ЭПС обязана тому, что здесь не существует разложения комплексной скорости в ряд Лорана в кольце $\varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}$.

Факт отсутствия у комплексной скорости w ряда Лорана приводит к принципиальным затруднениям в конструктивном использовании уже известных эффективных инструментальных средств теории нормального ЭПС в полном объеме. По сути, у меня возникла необходимость обратиться к истокам — моменту введения дивергентного инварианта и посмотреть, что нужно изменить, что бы приспособить эту базовую структуру для описания уникального ЭПС.

Как известно, дивергентный инвариант формирует уравнение структурной энтропии

$$\frac{\partial H_q}{\partial z} = \sigma_1 ; q \in \mathcal{Q} .$$

В свою очередь, дивергентный инвариант σ_1 в комплексном конфигурационном пространстве допускает двойственное представление

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_1(\mathbf{q}); & \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q \\ \sigma_1(z); & \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon} \end{cases}.$$

Напомню теперь исходный сценарий введения энтропийного времени в наиболее распространенной интерпретации. Аксиоматическое определение энтропийного времени я выполнил с помощью двух аксиом:

1. отождествил вторую компоненту дивергентного инварианта с комплексной скоростью

$$w \stackrel{\Delta}{=} \sigma_1; \quad \sigma_1 = \sigma_1(z).$$

2. Энтропийное время принял равным структурной энтропии

$$s \stackrel{\Delta}{=} H_q.$$

В результате этих двух действий мы и получаем каноническое уравнение энтропийного времени

$$\dot{s} = w; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}; \quad " \cdot " = \frac{d}{dz}.$$

Здесь мы и устанавливаем ключевой момент; существенно особая точка плохо согласуется с первой аксиомой энтропийного времени.

В соответствие с этой аксиомой комплексная скорость есть функция комплексного времени z ; но, с другой стороны, в случае существенно особой точки она не имеет ряда Лорана. Отсутствие ряда Лорана, прежде всего, свидетельство того, что в обсуждаемом случае могут встретиться серьезные математические трудности при развитии теории уникального ЭПС на основе первой аксиомы. Но здесь нужно смотреть глубже — во всем этом существует основополагающий смысл, обязанный интерпретации уникального ЭПС. Поэтому нам необходимо дать первой аксиоме энтропийного времени другую, ориентированную на уникальный ЭПС, адекватную формулировку (либо интерпретацию). Переход к адекватной формулировке неизбежно приведет к переосмыслению уравнения энтропийного времени в случае уникального ЭПС. В итоге мы должны получить две базовые структуры (дивергентный инвариант и уравнение энтропийного времени) в новой интерпретации; их новая интерпретация приведет к тому, что концепция, методология и инструментальные средства уникального ЭПС будут иметь оригинальный самостоятельный смысл. Эту работу по переинтерпретации дивергентного инварианта и уравнения энтропийного времени я выполнил, но решил

не включать ее в настоящую главу, а перенес в последнюю главу настоящего раздела "Классификация". Тема существенно особой точки является одной из главных сквозных тем настоящего раздела, поэтому я решил не стремиться к концентрации материалов темы в одной текущей главе. Эта глава посвящена одному наиболее очевидному варианту — уникальному ЭПС в комплексном конфигурационном пространстве. Другими словами — это то, что содержится в непустом пересечении полупроявленного и фазового пространств. Одну из важных проблем — проблему сил инерции, я изложил в главе XXII "Поля и потоки инерции"; настоящая глава представляет значительное обобщение материалов этой главы.

II. Привлекательность и значимость уникального ЭПС обязаны тому, что существенно особая точка является квалифицированным признаком полей и потоков, большая часть которых нам еще неизвестна и не изучалась классической физикой.

§ 2. Существенно особая точка Гильбертова поля

I. Начнем рассмотрение с уникального ЭПС, расположенного на Гильбертовом поле.

Как известно, критерием существования существенно особой точки является условие главы "Поля и потоки инерции"

$$\dot{\Lambda} \neq i\beta\Lambda^2.$$

Также как в случае потоков инерции, будем предполагать существование потока

$$G_0 : \quad \dot{q} = \Lambda q ; \quad q \in \mathfrak{E}_k$$

$$\ddot{q} = -\alpha \text{grad} \Pi : \text{grad} \Pi = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_3} \end{array} \right\|.$$

Выделим из задачи G_0 решения, удовлетворяющие уравнению

$$\Lambda^2 \mathbf{q} = -2\alpha \text{grad} \Pi + \varphi; \quad \Lambda^2 \mathbf{q} = \left\| \begin{array}{c} \lambda_1^2 q_1 \\ \lambda_2^2 q_2 \\ \lambda_3^2 q_3 \end{array} \right\| \quad \varphi = \left\| \begin{array}{c} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{array} \right\|.$$

Для этой совокупности решений будет справедливо уравнение

$$C_1: \quad \dot{q}^2 = -2\alpha \mathbf{q} \text{grad} \Pi + \varphi \mathbf{q}.$$

По условию согласования с потоком G_0 получаем

$$G_2: \quad 2\alpha \mathbf{q} \frac{d \text{grad} \Pi}{dz} - \frac{d}{dz}(\varphi \mathbf{q}) = 0.$$

Если ввести в рассмотрение импульс

$$\Lambda \mathbf{q} \triangleq \alpha \mathbf{p},$$

то из уравнения G_1 следует уравнение

$$G_3: \quad \frac{\alpha}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathcal{C}} = -(\mathbf{q} | \overline{\text{grad} \Pi})_{\mathcal{C}} + \frac{(\mathbf{q} | \bar{\varphi})_{\mathcal{C}}}{2\alpha}.$$

Обращаясь теперь к уравнению потенциала ускорений получаем

$$\Theta = -\frac{\alpha}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathcal{C}} - \Pi \rightarrow$$

$$\Theta = +(\mathbf{q} | \overline{\text{grad} \Pi})_{\mathcal{C}} - \frac{1}{2\alpha} (\mathbf{q} | \varphi)_{\mathcal{C}} - \Pi,$$

$$G_4: \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = (\mathbf{q} | \overline{\text{grad} \Pi})_{\mathcal{C}} - \frac{1}{2\alpha} (\mathbf{q} | \bar{\varphi})_{\mathcal{C}} - \Pi.$$

В частном случае существования закона сохранения энергии будет справедлив инвариант потока G_0

$$G_5: \quad \Pi = (\mathbf{q} | \overline{\text{grad} \Pi})_{\mathcal{C}} - \frac{1}{2\alpha} (\mathbf{q} | \bar{\varphi})_{\mathcal{C}}.$$

В характерной задаче с $\varphi = 0$

$$G_6: \quad \Pi = (\mathbf{q} | \overline{\text{grad} \Pi})_{\mathcal{C}}.$$

Уравнение G_6 есть уравнение однородных функций первой степени однородности; его решение имеет вид:

$$G_7: \quad \Pi = (D \mid \bar{q})_{\mathbb{C}^3}; \quad grad \Pi = D.$$

Это решение описывает поток с постоянным внутри ЭПС градиентом внешнего поля. Я его достаточно подобно изучил в главе "Поля и потоки инерции". В дополнение к этой главе замечу, что в проблеме инерции достаточно правдоподобным будет предположение о существовании альтернативного (по сравнению с решением главы "Поля и потоки инерции") потока инерции, определяемого формулой G_7 .

В этом предположении будут допустимы два потока:

1. Ламинарный поток инерции.
2. Турбулентный поток инерции.

В соответствие с теорией раздела "Турбулентность" ламинарный поток инерции рано или поздно прекращает свое существование и остается один, выделенный и изученный мною, турбулентный поток инерции.

II. Вторая совокупность решений восстанавливается при задании вектор-функции в виде константы

$$\varphi = B; \quad B = const.$$

В этом случае уравнение G_5 будет

$$\Pi = \left(\mathbf{q} \mid \overline{\left(grad \Pi - \frac{B}{2\alpha} \right)} \right)_{\mathbb{C}^3}.$$

Его решение имеет вид

$$grad \Pi = \frac{\vec{\Gamma}}{2\pi i} \ln \mathbf{q}; \quad \vec{\Gamma} \ln \mathbf{q} = \left\| \begin{array}{l} \Gamma_1 \ln q_1 \\ \Gamma_2 \ln q_2 \\ \Gamma_3 \ln q_3 \end{array} \right\|.$$

Но это обобщение хорошо известного нам решения в характерной задаче о силах инерции.

Именно это решение описывает турбулентный поток инерции в частном случае характерной задачи.

§ 3. Характерный случай

Ведем для упрощения вывода вместо вектор-функции φ новую функцию

$$\chi = \frac{\varphi}{2\alpha}$$

Для новой переменной уравнение G_2 будет

$$E_0 : \quad \frac{d \operatorname{grad} \Pi}{dz} = \dot{\chi} + \chi \frac{d \ln \mathbf{q}}{dz} ; \quad \dot{\chi} = \frac{d\chi}{dz}.$$

Рассмотрим решения уравнения E_0 для первого случая задания потенциала

$$\Pi = \Pi(\mathbf{q}).$$

В свою очередь для этой формы потенциала Π примем

$$\chi = \chi(\mathbf{q}).$$

Теперь из уравнения E_0 следует уравнение

$$E_1 : \quad \frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\chi}{\mathbf{q}} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} ; \quad F = \operatorname{grad} \Pi,$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{q}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \chi_1}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \chi_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \chi_3}{\partial q_3} \end{array} \right\| ; \quad \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} \\ \frac{\partial F_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial F_3}{\partial q_3} \end{array} \right\|.$$

Из этого уравнения получается уже известные решения §2.

Еще один интересный случай описывается вектор-функцией

$$\chi = \frac{\chi_0}{q^\alpha} ; \quad \chi = \left\| \begin{array}{c} \frac{\chi_{01}}{q_1^{\alpha_1}} \\ \frac{\chi_{02}}{q_2^{\alpha_2}} \\ \frac{\chi_{03}}{q_3^{\alpha_3}} \end{array} \right\| ; \quad \alpha \neq 0.$$

В этом случае

$$F = -\frac{(1-\alpha)\chi_0}{\alpha q^\alpha}; \quad \Pi = -\frac{1}{\alpha} \frac{\chi_0}{q^{\alpha-1}}.$$

Ясно, что это решение соответствует изолированному полюсу. Отсюда также следует, что инерцию описывает особый случай $\alpha = 0$.

§ 4. Одно обобщение

I. Полезно знать, что ограничение, обязанное Гильбертову полю, может быть снято. При снятии ограничений тот или иной вариант обобщения будет описывать уникальный ЭПС на энтропийном многообразии конфигурационного пространства.

Представленный ниже вариант обобщения имеет вид

$$\begin{aligned} L_0 : \quad \dot{q}^2 &= -2\alpha qK; \quad q \in \mathfrak{D}_k, \\ \ddot{q} &= -\alpha B, \\ qK &= \left\| \begin{array}{c} q_1 K_1 \\ q_2 K_2 \\ q_3 K_3 \end{array} \right\|; \quad K_j = K_j(q_j). \end{aligned}$$

В вариатне L_0

$$B \triangleq K + \frac{\partial K}{\partial \ln q}.$$

Теперь следует обратить внимание на незначительную деталь; в теории начинает проявляться облик темпорального пространства.

Если принять связь координат в известном виде

$$y \triangleq \ln q,$$

то вектор-функция B будет

$$B \triangleq K + \frac{\partial K}{\partial y}.$$

Здесь я ввел преобразование

$$L_1 : \quad K(q) \Rightarrow K(y),$$

носящее, на первый взгляд, формальный смысл; но преобразование L_1 все принципиально поменяло.

В этом случае вектор-функция K будет иметь двойственное представление

$$L_2: \quad K \triangleq \begin{cases} K(q); & q \in \Omega_q \\ K(y); & y \in \Omega_y \end{cases}.$$

Но за двойственным представлением скрывается двойственность реализации. Получается, что при интерпретации потоков, обладающих двойственным представлением L_2 ; они могут потенциально принадлежать как конфигурационному пространству, так и темпоральному пространству. Но этот поток мы могли мыслить как единый поток, содержащий две реализации, если представить возможность их одновременной реализации. Теперь, если сопоставить главы "Темпоральное пространство" по двойственным структурам, то мы обнаружим удивительный факт; кроме гамильтоновых двойственных структур существует еще и двойственные поля. Только, в противоположность гамильтоновым двойственным структурам, разместившихся в конфигурационном и фазовом пространствах, двойственные поля размещаются в конфигурационном и темпоральном пространствах.

II. Рассмотрим два частных случая. Если принять

$$K = D(y - 1), \text{ то } B = Dy$$

и этот случай соответствует характерной задаче проблемы инерции.

В другом случае; если $B = \alpha K$, то

$$\ddot{q} = \frac{\alpha}{2q} \dot{q}^2; \quad \dot{\Lambda} = \left(\frac{\alpha}{2} - 1\right) \Lambda^2.$$

Этот случай описывает изолированный простой полюс, полюс-поток и полюс-поля.

Таким образом, система уравнений L_0 носит достаточно общий характер; при частных предположениях она описывает ЭПС, содержащей простой полюс. Но кроме этого в ней содержится и предмет настоящей главы — уникальный ЭПС.

§ 5. Двойственность описания

I. Из предшествующих материалов следует, что двойственность L_2 формирует двойственность описания.

Символьная формулировка этой двойственности имеет вид

$$N_0 : \quad \dot{q}^2 = -2\alpha \vec{\Pi} ; \quad \vec{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{pmatrix},$$

$$\ddot{q} = -\alpha B,$$

$$B = \begin{cases} \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial q} ; & q \in \Omega_q ; & \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial q} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Pi_3}{\partial q_3} \end{pmatrix} \\ K + \frac{\partial K}{\partial y} ; \quad \vec{\Pi} = qK ; \quad K = K(y) ; \quad y \in \Omega_y \end{cases},$$

$$K_j = K_j(y_j).$$

Совершенно очевидно, что первая компонента двойственности представления B ориентирована на простой полюс; тогда как вторая — на существенно особую точку.

II. Теперь мы можем реализовать два достаточно очевидных способа дальнейшего символьного вывода:

1 способ — задание K .

2 способ — задание B .

Перейдем к реализации 1 способа для частного случая задания

$$N_1 : \quad K = K_0 y^\gamma ; \quad K_0 y^\gamma = \begin{pmatrix} K_{01} y_1^{\gamma_1} \\ K_{02} y_2^{\gamma_2} \\ K_{03} y_3^{\gamma_3} \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$B = K_0(y^\gamma + \gamma y^{\gamma-1}); \quad \dot{q}^2 = -2\alpha K_0 q y^\gamma.$$

Отсюда

$$N_2 : \quad \Lambda = \sqrt{-\frac{2\alpha k_0 y^\gamma}{\mathbf{q}}} ; \quad \Lambda = \left\| \begin{array}{c} \sqrt{\frac{-2\alpha K_{01} y_1^{\gamma_1}}{q_1}} \\ \sqrt{\frac{-2\alpha K_{02} y_2^{\gamma_2}}{q_2}} \\ \sqrt{\frac{-2\alpha K_{03} y_3^{\gamma_3}}{q_3}} \end{array} \right\|.$$

III. Обратимся теперь к следующему способу задания потенциала Π .

$$\Pi = (\vec{\Pi} | E)_{\mathfrak{C}}.$$

В этом случае из первого уравнения N_0 следует первый интеграл второго уравнения

$$\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{q}} | \dot{\mathbf{q}})_{\mathfrak{C}} + \alpha \Pi = 0.$$

Путем введения импульса этот первый интеграл принимает вид симметрии — закона сохранения потенциала ускорений

$$\Theta = 0 : \quad \Theta = -\frac{\alpha}{2}(\mathbf{p} | \dot{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}} - \Pi ,$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \alpha \mathbf{p} ; \quad \Pi = (\vec{\Pi} | E)_{\mathfrak{C}}.$$

IV. В случае задания вектор-функции B исходным будет уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}(\mathbf{q}K) = B,$$

следующее из второй компоненты двойственности N_0 .
Его решение

$$\mathbf{q}K = \int^{\mathbf{q}} B d\mathbf{q}_1 + D_0$$

определяет вектор-функцию K

$$K = \frac{\int^q B d\mathbf{q}_1 + D_0}{\mathbf{q}}; \quad K = \left\| \begin{array}{c} \frac{\int^{q_1} B_1 dq_{11} + D_{01}}{q_1} \\ \frac{\int^{q_2} B_2 dq_{12} + D_{02}}{q_2} \\ \frac{\int^{q_3} B_3 dq_{13} + D_{03}}{q_3} \end{array} \right\|.$$

В этом случае

$$\vec{\Pi} = \int^q B d\mathbf{q}_1 + D_0$$

и вектор плотности импульса будет

$$N_3: \quad \Lambda = \sqrt{-\frac{2\epsilon\vec{\Pi}}{\mathbf{q}}}.$$

Как видно из формулы N_3 структура существенно особой точки может быть произвольной и экзотической в зависимости от выбора вектор-функции B . Одна из задач теории уникального ЭПС и состоит в том, чтобы разобраться в этом произволе, дать ему квалификацию, придать смысл. Особенно в вопросе о соответствии полей и существенно особых точек.

В этом направлении в настоящей главе я делаю только первые шаги.

§ 6. Локальная инвариантность ядра ЭПС

Полезно обратить внимание читателя на важную деталь. Существенную роль в символическом выводе и развитии теории уникального ЭПС является предположение о структуре вектор-функций $\{\vec{\Pi}, B\}$.

Это предположение имеет вид

$$N_4: \quad \vec{\Pi} = \{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3\} : \Pi_j = \Pi_j(q_j) : j = 1, 2, 3.$$

$$B = \{B_1, B_2, B_3\} : B_j = B_j(q_j) \quad j = 1, 2, 3.$$

Именно это предположение и приводит к значительному упрощению символьного вида.

Здесь надо иметь в виду следующее обстоятельство. Кажущееся значительное ограничение общности, обязанное этим предположением оказывается и не столь существенным. Причина этого кроется в том, что мы изучаем энтропийные многообразия, на которых функция нескольких переменных допускает представление в виде функции меньшего числа переменных. Но главное здесь в свойствах окрестности ядра ЭПС.

Если обратиться к уравнению изолированного простого полюса

$$\dot{\Lambda} = i\beta\Lambda^2,$$

то мы обнаружим известную фундаментальную симметрию — локальную инвентарность в том смысле, что каждая компонента вектора Λ ведет себя автономно, не завися от других компонент.

Эту симметрию, лежащую в основе выделения простого полюса я распростирил и на существенно особую точку.

В результате предположение N_4 приняло смысл следствия локальной инвариантности ядра ЭПС.

Постулат локальной инвариантности я оформил в виде утверждения.

Утверждение XXIII.1 *Комплексный экстремальный пограничный слой обладает локальной симметрией: в окрестности ядра ЭПС каждая компонента вектора плотности импульса ведет себя автономно, не обладая зависимостью от других компоненты.*

§ 7. Простой полюс

Обратимся теперь к введенной в главе "Поля и потоки инерции" двойственности

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{cases} (\dot{\Lambda} + \lambda^2)\mathbf{q} \\ -\alpha \text{grad}\Pi \end{cases}; \quad \mathbf{q} \in \mathcal{E}_k.$$

Как известно, в случае простого полюса вектор плотности импульса в окрестности ядра ЭПС описывается уравнением

$$\dot{\Lambda} = i\beta\Lambda^2.$$

Учет этого уравнения в приведенной выше двойственности и обращение к уравнению N_0 дает другую двойственность

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{cases} (1 + i\beta)\Lambda^2\mathbf{q} \\ -\alpha B \end{cases}.$$

Отсюда следует значение вектора плотности импульса

$$P_0 : \quad \Lambda = \sqrt{\frac{-\alpha B}{(1+i\beta)\mathbf{q}}}.$$

Поскольку

$$B = \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial \mathbf{q}},$$

то из формул $\{N_3, P_0\}$ следует уравнение области адекватности

$$P_1 : \quad \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{q} = 2(1+i\beta)\vec{\Pi}.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\vec{\Pi} = dq^\gamma ; \quad \gamma = 2(1+i\beta),$$

$$\vec{\Pi} = \left\| \begin{array}{c} d_1 q_1^{\gamma_1} \\ d_2 q_2^{\gamma_2} \\ d_3 q_3^{\gamma_3} \end{array} \right\| ; \quad \gamma = 2 \left\| \begin{array}{c} 1+i\beta_1 \\ 1+i\beta_2 \\ 1+i\beta_3 \end{array} \right\|.$$

В этой задаче существует особый случай

$$(1+i\beta) = 0.$$

Для этого особого случая надо изменить схему вывода.

Перейдем от вектора B к вектору \tilde{B}

$$B = (1+i\beta)\tilde{B}.$$

Теперь вектор плотности импульса будет

$$P_2 : \quad \Lambda = \sqrt{\frac{-\alpha \tilde{B}}{\mathbf{q}}}.$$

Принимая $\tilde{B} = \frac{\tilde{d}}{\mathbf{q}}$ имеем

$$\Lambda = \frac{\tilde{\Lambda}}{\mathbf{q}} ; \quad \dot{\mathbf{q}} = const.$$

В свою очередь

$$\frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial \mathbf{q}} = (1 + i\beta) \frac{\vec{d}}{\mathbf{q}}$$

и, следовательно:

$$P_3 : \quad \vec{\Pi} = (1 + i\beta) \vec{d} \ln \mathbf{q}; \quad \Pi = (\vec{\Pi} \mid E)_{\mathbb{C}}.$$

Формула P_3 интересна тем, что она восстанавливает потенциал окрестности ядра ЭПС движения по инерции (с постоянной скоростью). Точнее, начальной стадии — стадии возникновения движения с постоянной скоростью. Анализ этого решения существенно дополняет наши знания механизма возникновения стационарного движения. Необычность этого явления обязана еще тому, что здесь особая точка — изолированный простой полюс, но потенциал потока на конгруэнции определяемый формулой $B = \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial q_1}$ имеет логарифмическую структуру. А, следовательно, может иметь вихревую природу.

§ 8. Гипотеза расширения потоков

I. В соответствие с материалами главы "Темпоральное пространство" в виртуальной сплошной среде могут располагаться три сущности:

1. Поля.
2. Потоки.
3. Структуры.

Оставим временно вопрос о структуре и сосредоточим внимание на полях и потоках.

Я здесь не буду обращаться к известным строгим определениям этих объектов, а посвящу основное внимание их феноменологии с целью установления существующей между ними глубинной связи.

Для правильного понимания сути полей и потоков необходимо обратиться к двум базовым геометрическим объектам фазового пространства:

1. Ω_q — комплексное конфигурационное пространство.
2. \mathcal{E}_q — ленточное энтропийное многообразие комплексного конфигурационного пространства.

В наиболее распространенном варианте поток есть структура ленточного энтропийного многообразия (в данном случае комплексного конфигурационного пространства); тогда как поле есть структура комплексного конфигурационного пространства.

Таким образом, мы установили наиболее характерные черты: поток располагается на ленточном энтропийном многообразии, а поле — в комплексном конфигурационном (либо темпоральном) пространстве:

Исходная конструкция нормального экстремального пограничного слоя

$$\dot{q} \triangleq \Lambda q ; q \in \mathcal{Q}_q$$

и есть поток на энтропийном многообразии.

Далее неотъемлемым обязательным звеном символического вывода теории экстремального пограничного слоя является расширение

$$\{\Lambda, q \in \mathcal{Q}_q\} \rightarrow \{\Lambda, q \in \Omega_q\}.$$

В результате этого расширения наиболее ясно и логично возникает поле как результат расширения. Например, в простейшем случае трехмерного комплексного евклидова пространства \mathbb{C}^3 в терминах матрицы плотности импульса при

$$\Lambda = \Lambda(q) ; q \in \Omega_q :$$

матрица (вектор) Λ и будет вектор-потенциалом поля. При расширении

$$\mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}_{3,1}^4$$

расширенная матрица плотности импульса

$$\hat{\Lambda} = \hat{\Lambda}(\hat{q}) ; \hat{\Lambda} = (\Lambda, \beta \sigma_1) ; \hat{q} = (q, q_4) : \hat{q} \in \hat{\Omega}_q ; \hat{\Omega} \subset \mathbb{C}_{3,1}^4$$

обычно называется четыре-потенциалом.

В приведенном рассуждении вырисовывается ключевое звено; поле в пространстве возникает как результат расширения потока, расположенного на ленточном энтропийном многообразии. Это свойство оказывается очень общим, что и дало мне основание для введения чрезвычайно важной гипотезы.

Гипотеза расширения потоков. В конфигурационном (либо темпоральном) пространстве, расположенном в трехмерном евклидовом пространстве \mathbb{C}^3 , и в расширенном конфигурационном (либо темпоральном) пространстве, расположенном в комплексном пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$, поля существуют как результат расширения потоков, расположенных на ленточных энтропийных многообразиях.

Здесь оказывается справедливым и обратное утверждение: потоки на ленточных энтропийных многообразиях являются результатом сужения полей.

II. Гипотеза расширения потоков имеет и будет иметь самое широкое и разнообразное применение; одно из эффективных направлений ее использования следующее:

Одним из общих конструктивных результатов теории уникального ЭПС является представление потенциала

$$\Pi = (\vec{\Pi} \mid E)_{\mathbb{C}^3} ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q ; \vec{\Pi} = \left\| \begin{array}{c} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{array} \right\| ; \Pi_k = \Pi_k(q_k).$$

Это представление справедливо на ленточном энтропийном многообразии и определяет поток в окрестности ядра ЭПС.

Но кроме потока нас интересует поле и, в наибольшей мере, поле, создаваемое существенно особой точкой. В основе решения этой задачи и лежит расширение

$$\{\Pi = (\vec{\Pi} \mid E)_{\mathbb{C}^3} ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q\} \rightarrow \{\Phi ; \mathbf{q} \in \Omega_q\},$$

обязанное гипотезе расширения потока. Здесь, в общем случае, Φ — векторный потенциал.

§ 9. Краевая задача

I. Рассмотрим более подробно задачу расширения потока в частном случае скалярного потенциала поля.

В конфигурационном пространстве $\Omega_q \subset \mathbb{C}^3$ окрестность ядра ЭПС описывает задача

$$S_0 : \quad \dot{q}^2 = -2\alpha\vec{\Pi} ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\alpha B$$

$$\Pi = (\vec{\Pi} \mid E)_{\mathbb{C}^3} ; \vec{\Pi} = \left\| \begin{array}{c} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{array} \right\|$$

$$B = grad\Pi ; grad\Pi = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Pi_3}{\partial q_3} \end{array} \right\| ; \frac{d\Pi_k}{dz} = \dot{q}_k \frac{\partial \Pi_k}{\partial q_k}.$$

Введем расширение

$$\{grad\Pi ; \Pi = (\vec{\Pi} | E)_{\mathbb{C}^3} ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}_q\} \rightarrow \{grad\Pi ; \mathbf{q} \in \Omega_q\}.$$

При этом расширении поток S_0 перейдет в другой поток

$$\{\ddot{\mathbf{q}} = -\mathfrak{x}B ; B = grad\Pi ; \Pi = (\vec{\Pi} | E)_{\mathbb{C}^3}\} \rightarrow \left\{ \ddot{\mathbf{q}} = -\mathfrak{x} \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} \right\}.$$

Теперь, если ввести стандартным образом присоединенный импульс

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathfrak{x}\mathbf{p},$$

то новый поток примет вид гамильтонова потока

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathfrak{x}\mathbf{p} ; \mathbf{q} \in \Omega_q,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} ; \mathbf{p} \in \Omega_p.$$

Теперь из канонической системы следует фрагмент теории пространства \mathbb{C}^3 , нашедший применение в главе "Поля и потоки инерции". Для гамильтонова потока (и гамильтоновых структур) существует дивергентное уравнение

$$div\mathbf{p} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Если наделить присоединенный импульс потенциалом импульса $\mathbf{p} = grad\Psi$, то имеем

$$S_1 : \quad \Delta\Psi = 0 ; \mathbf{p} \in \Omega_q.$$

В свою очередь на Гильбертовом поле из уравнения потенциала ускорений следует

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \{\Delta\Psi = 0 ; \mathbf{q} \in \Gamma\} \rightarrow$$

$$\{\Delta\Theta = 0 ; \mathbf{q} \in \Gamma\}.$$

Теперь, вводя в силу S_1 расширение

$$\{\Delta\Theta = 0 ; \mathbf{q} \in \Gamma\} \rightarrow \{\Delta\Theta = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q\},$$

получаем

$$S_2 : \quad \Delta\Theta = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Введение дополнительного условия $\Delta(\mathbf{p} \mid \bar{\mathbf{q}})_{\mathcal{C}} = 0$ приводит к другому уравнению

$$S_3 : \quad \Delta\Pi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Уравнение Лапласа S_2, S_3 и есть уравнение полей-расширений гамильтоновых структур в теории пространства \mathbb{C}^3 .

Общий вывод здесь очевиден: на Гильбертовом поле задача расширения потоков, содержащих гамильтоновы структуры (свободный и присоединенный импульс), имеет эффективное решение. Следует обратить внимание на важную деталь: в приведенном выводе заметное влияние оказывает масса, вводимая в теорию параметром \mathfrak{a} . В частности это проявляется при постулировании существования импульса. Именно масса обеспечивает существование свободного импульса. В символьном выводе это начинается с уравнения связи

$$\mathfrak{a}\mathbf{p} \stackrel{\Delta}{=} \Lambda\mathbf{q}.$$

II. Перейдем теперь к пространству Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$.

Здесь я, в отличие от главы "Темпоральное пространство", введу четвертую координату уравнением

$$\dot{q}_4 \stackrel{\Delta}{=} \beta\sigma_1 q_4.$$

В свою очередь, пользуясь уравнением связи S_3 четвертый импульс вводится определением

$$\mathfrak{a}p_4 \stackrel{\Delta}{=} \beta\sigma_1 q_4.$$

В этом случае

$$\begin{aligned} \dot{q}_4 &= \mathfrak{a}p_4, \\ \hat{\mathbf{q}} &= (\mathbf{q}, q_4) ; \hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{p}, p_4) \end{aligned}$$

и поток будет

$$S_4 : \quad \ddot{\mathbf{q}} = \mathfrak{x} \hat{\mathbf{p}}.$$

Соответственно поток $\ddot{\mathbf{q}}$ имеет вид:

$$S_5 : \quad \ddot{\mathbf{q}} = -\mathfrak{x} \hat{B}$$

$$\hat{B} = grad \hat{\Pi} ; \hat{\Pi} = (\vec{\Pi} | E)_{\mathfrak{C}_{3,1}},$$

$$\vec{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \\ \Pi_4 \end{pmatrix} ; grad \hat{\Pi} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \Pi_3}{\partial q_3} \\ \frac{\partial \Pi_4}{\partial q_4} \end{pmatrix}.$$

В свою очередь, уравнения $\{S_4, S_5\}$ формируют каноническую систему:

$$S_6 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathfrak{x} \hat{\mathbf{p}} ; \mathbf{q} \in \hat{\mathcal{E}}_q,$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -grad \hat{\Pi} ; \mathbf{p} \in \hat{\mathcal{E}}_k ; \hat{\Pi} = (\vec{\Pi} | E)_{\mathfrak{C}_{3,1}}.$$

Далее, следуя в расширении традиционным путем, получаем символные конструкции

$$\hat{\mathcal{E}}_q \rightarrow \hat{\Omega}_q ; \hat{\mathbf{p}} = grad \hat{\Psi} ; \mathbf{q} \in \hat{\Omega}_q ;$$

$$\frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial z} = \hat{\Theta} : \hat{\Theta} = -\frac{\mathfrak{x}}{2} (\hat{\mathbf{p}} | \hat{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} - \hat{\Pi} ;$$

$$div \hat{\mathbf{p}} = 0 \rightarrow \square \hat{\Psi} = 0 ; \mathbf{q} \in \hat{\Omega}_q ;$$

$$\square \hat{\Psi} = 0 \rightarrow \square \hat{\Theta} = 0 ; \square \hat{\Theta} = -\square \hat{\Pi} ;$$

\Downarrow

$$S_7: \quad \square \hat{\Pi} = 0; \quad q \in \hat{\Omega}_q.$$

Уравнение S_7 и есть окончательный результат, опирающийся на дополнительное условие $\square(\hat{p} | \hat{q})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0$.

В отсутствие этого дополнительного условия, в произвольной ситуации будет справедливо уравнение Даламбера для потенциала ускорений

$$S_8: \quad \square \hat{\Theta} = 0; \quad q \in \hat{\Omega}_q.$$

§ 10. Заключение

1. Важную роль в познании Действительности играет феноменология уникального ЭПС: в ее основе лежит факт существования принципиально различных решений. Одно — широко известное решение в комплексном конфигурационном пространстве (например, потенциал Π) зависит от обобщенной координаты. Другое — особое решение, содержит логарифмические члены.
2. Получается, что определяющим, классификационным фактором существования существенно особой точки в ядре ЭПС является существование логарифмических членов.
3. В большинстве случаев существенно особая точка обязана существованию логарифмических членов.
4. В теории энтропии логарифмические члены уникальны; они принципиально меняют состояние виртуальной среды и привносят много новых элементов в теорию ЭПС.
5. Логарифмические члены имеют чрезвычайно богатую феноменологию. В гидродинамической интерпретации они определяют вихревые движения и вихревые структуры. Следовательно, появление логарифмических членов означает возникновение вихревых структур. Далее, они привносят в поток структурную энтропию и, следовательно, особый вид организации. В свою очередь, появление энтропийного времени и темпорального пространства обязано логарифмическим членам. Существует и еще один аспект: логарифмические члены являются мерой информации. Это приводит к заключению о том, что логарифмические члены объединяют воедино пространство, время, информацию.
6. Опираясь на феноменологию логарифмических членов можно утверждать, что существенно особая точка есть структура темпорального пространства.
7. Уникальный ЭПС — это ЭПС, организованный сплошной средой, обладающей энтропийным временем.

8. Привлекательность и значимость уникального ЭПС обязаны тому, что существенно особая точка является квантифицированным признаком полей и потоков, большая часть которых нам еще не известна и не изучалась классической физикой.
9. Двойственность представления вектор-функции — K

$$K \triangleq \begin{cases} K(q) ; & q \in \Omega_q \\ K(y) ; & y \in \Omega_y \end{cases}$$

определяет и двойственность реализации. Получается, что при интерпретации потоков они могут потенциально принадлежать как конфигурационному пространству так и темпоральному пространству.

Но этот поток мы можем мыслить как единый поток, одновременно содержащий две реализации.

10. Кроме гамильтоновых двойственных структур существуют еще и двойственные поля; но, в противоположность гамильтоновым двойственным структурам, разместившимся в конфигурационном и фазовом пространствах, двойственные поля размещаются в конфигурационном и темпоральном пространствах. Классический пример — турбулентные поля.
11. Постулат локальной инвариантности гласит: комплексный экстремальный пограничный слой обладает локальной симметрией: в окрестности ядра ЭПС каждая компонента вектора плотности импульса ведет себя автономно, не обладая зависимостью от других компонент.

Глава XXIV

Этюды гравитации

Содержание

§1. Ньютонова гравитация	600
§2. Гравитация с существенно особой точкой	604
§3. Определение уникального гравитационного поля	605
§4. Гравитационное взаимодействие	606
§5. Центральное-симметричное гравитационное поле	608
§6. Специальный случай	610
§7. Учет ньютоновой гравитации	611
§8. Ньютонова и энтропийная гравитация	611
§9. Гравитационный хаос	612
§10. Заключение	614

§ 1. Ньютонова гравитация

И. В настоящее время существует большое число гравитации; среди них ньютонова гравитация занимает особое место, прежде всего, по двум причинам:

1. Ньютонова теория — исторически первая теория гравитации.
2. Она является наиболее простой и завершенной теорией гравитации.

Энтропийное описание этой гравитации выглядит достаточно просто; наиболее значимые результаты этого описания я и воспроизвел ниже. Необходимость обращения к ньютоновой гравитации в настоящей книге определяется следующим аргументом. Теория ньютоновой гравитации дает исходную позицию, либо "опорное состояние" современной разноплановой теории гравитации (включая мою энтропийную теорию). Поэтому мы должны узнать основные теоретические конструкции исходного символического вывода и любые новинки сопоставлять с этими классическими конструкциями.

Прежде всего, три общих замечания, относящихся к проблеме гравитации в целом.

Первое.

В проблеме гравитации предполагается существование симметрии — инвариантности гравитационных полей над потоком плотности сплошной среды.

Это означает, что структура поля не зависит от плотности виртуальной сплошной среды.

Следствием этого является неучастие уравнения неразрывности в символьном выводе. В классической физике это привело к допущению о существовании гравитационных полей в пустоте и гипотезе о существовании переносчика гравитационного взаимодействия — гравитона.

Второе.

Гравитационные поля существуют в конфигурационном пространстве и носят характер дивергентных полей.

Символьная формулировка этого постулата имеет вид дивергенции

$$\sigma_1 = \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Третье замечание.

В проблеме гравитации существует два подразделения:

1. *Гравитационное взаимодействие тел (масс).*
2. *Собственное гравитационное поле тела (массы).*

Меня интересует вторая проблема — проблема гравитационного поля, создаваемого самим телом (массой); именно этой проблеме и посвящена настоящая глава. Феноменология проблемы достаточно проста: на энтропийном многообразии конфигурационного пространства находится структура (масса) — это структура создает поле в конфигурационном пространстве. Я классифицирую это поле как гравитационное и выполняю его исследование. Следует договориться о терминологии; всюду в настоящей главе (и, в целом, в разделе) под термином "гравитационное поле" понимается собственное гравитационное поле.

Теперь, после приведенного обсуждения, можно сформулировать еще один исходный постулат теории гравитации. Обычно предполагается, что гравитационное поле обладает некоторой геометрической симметрией.

Достаточно правдоподобным будет характеризовать эту симметрию условием равенства нулю главного вектора сил; но я воспользуюсь другой формулировкой. А именно:

$$[\dot{\mathbf{q}}] = 0 ; \mathbf{q} \in \mathcal{Q}.$$

Здесь

$[\dot{\mathbf{q}}]$ — скачок скорости при пересечении ядра ЭПС.

К описанным выше трем замечаниям я добавлю еще один, характерный для ньютоновой гравитации, факт. Ньютонова гравитация реализуется в вещественном конфигурационном пространстве.

II. Для удобства, энтропийное описание ньютоновой гравитации я выполняю в комплексном конфигурационном пространстве.

Исходным будет поток гравитации на конгруэнции комплексного энтропийного многообразия.

$$M_0 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k ; \quad \mathfrak{E}_k \subset \mathfrak{E}_q.$$

Поскольку гравитационное поле создает гамильтонова структура (масса) будем предполагать существования импульса в двойственности

$$\mathbf{p} = \begin{cases} \mathbf{p} ; \mathbf{p} \in \Omega_p \\ \mathbf{p}(\mathbf{q}, z) ; \mathbf{q} \in \Omega_q \end{cases}$$

Вводя обычным образом импульс

$$\mathfrak{x}\mathbf{p} \triangleq \Lambda \mathbf{q}$$

и привлекая хорошо известную по предыдущим главам настоящего раздела математическую технику, включающую потенциал импульса Ψ , имеем

$$\mathbf{p} = grad \Psi,$$

$$M_1 : \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{cases} (\dot{\Lambda} + \Lambda^2) \mathbf{q} \\ \mathfrak{x} grad \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\mathfrak{x}}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}} \right] \end{cases}.$$

Второй член двойственности M_1 дает основание для размещения потока гравитации на Гильбертовом поле.

В этом случае из уравнения потенциала ускорений следует:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ; \quad \Theta = -\frac{\mathfrak{x}}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}} - \Pi,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\mathfrak{x}}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}} = -\Pi ; \quad \mathbf{q} \in \Gamma,$$

что приводит к известному в теории ЭПС уравнению

$$M_2 : \quad (\dot{\Lambda} + \Lambda^2) \mathbf{q} = -\mathfrak{x} grad \Pi ; \quad \mathbf{q} \in \Gamma.$$

Это известное уравнение определяет сужение

$$M_3 : \quad \{\dot{\mathbf{q}} = \Lambda \mathbf{q} ; \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k\} \rightarrow \{\ddot{\mathbf{q}} = -\mathfrak{x} grad \Pi ; \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \Theta ;$$

$$\Theta = -\frac{\mathfrak{x}}{2} (\mathbf{p} | \bar{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}} - \Pi ; \mathbf{q} \in \Gamma\}.$$

Сужение решает первую задачу — дает описание потоков гравитации. Теперь нам необходимо, опираясь на гипотезу расширения потоков, решить главную задачу: найти уравнение гравитационного поля.

Эта задача решается на основе калибровочной симметрии. Здесь эта симметрия выглядит следующим образом: гравитационное поле является калибровочной структурой (полем).

Обращаясь к математической формулировке

$$H_q = const,$$

для дивергентных полей имеем

$$M_4 : \quad H_q = const : \sigma_1 = 0 ; \rightarrow \operatorname{div} \mathbf{p} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Теперь из M_4 получаем

$$M_5 : \quad \{\mathbf{p} = \operatorname{grad} \Psi ; \operatorname{div} \mathbf{p} = 0\} \rightarrow \Delta \Psi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q \setminus \Theta_{\mathbf{q}}.$$

Здесь

$\Theta_{\mathbf{q}}$ — ядро ЭПС.

На Гильбертовом поле выполняется стандартное свойство

$$\Delta \Psi = \rightarrow \Delta \Theta = 0.$$

Далее, на ленточном энтропийном многообразии Θ_q импульс существует в виде свободного импульса $\mathbf{p} \in \Omega_p$ и, следовательно

$$\Delta \Theta = - \Delta \Pi ; \mathbf{q} \in \Theta_q ; \mathbf{p} \in \Omega_p.$$

Это свойство и приводит к известному уравнению Пуассона

$$M_6 : \quad \Delta \Pi = -4\pi\mu\delta ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Объединяя уравнения полей и потоков гравитации, мы и приходим к основному результату:

$$M_7 : \quad \ddot{\mathbf{q}} = -\alpha \operatorname{grad} \Pi ; \mathbf{q} \in \Theta_k,$$

$$\Delta \Pi = -4\pi\mu\delta ; \mathbf{q} \in \Omega_q,$$

$$[\dot{\mathbf{q}}] = 0.$$

Уравнения M_7 и есть уравнения ньютоновой гравитации. Правда, расширенные на комплексное конфигурационное пространство и время. Обращу внимание читателя на интересную деталь: уравнения ньютоновой гравитации отличаются от моих уравнений полей инерции только условием $[\dot{\mathbf{q}}] = 0$.

Этот факт приводит к интересному выводу: при энтропийном описании уравнения полей инерции и полей гравитации оказываются одним и тем же; различие состоит в условиях на границе ядро ЭПС. Этот факт и положен мною в основу классификации полей гравитации и инерции.

§ 2. Гравитация с существенно особой точкой

I. Характерной чертой ньютоновой гравитации является то, что ее поток имеет в ядре особую точку в виде изолированного простого полюса. Следовательно гравитационное поле этой гравитации является полюс-полем. В связи с этим фактом возникает вопрос о существовании гравитационных полей, обладающих существенно особой точкой. Проще говоря, вопрос о гравитации с существенно особой точкой. Ответ на этот вопрос — положительный; и настоящий параграф содержит характерную задачу этого типа.

Если в уравнениях главы "Уникальный ЭПС" вектор-функцию $\vec{\Pi}$ принять в виде

$$\vec{\Pi} = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln \mathbf{q},$$

то в ЭПС потенциал Π будет

$$\Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i} (\ln \mathbf{q} | E)_{\mathbb{C}}.$$

Этому потенциалу соответствует градиент

$$\text{grad} \Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i} \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_1} \\ \frac{1}{q_2} \\ \frac{1}{q_3} \end{array} \right\|,$$

который и определяет гравитационный поток в ЭПС

$$И_0 : \quad \ddot{\mathbf{q}} = -\frac{\varkappa \Gamma}{2\pi i} \frac{1}{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{E}_k.$$

В свою очередь формула

$$\dot{q}^2 = -2\varkappa \vec{\Pi}$$

приобретает конкретизацию

$$И_1 : \quad \dot{q}^2 = -\frac{\varkappa \Gamma}{\pi i} \ln \mathbf{q}.$$

Обращаясь к общей формуле главы XXII для вектора плотности импульса

$$\Lambda = D \frac{\sqrt{\Pi}}{\mathbf{q}} ; D = \sqrt{-2\alpha}$$

в исследуемой задаче получаем

$$И_2 : \quad \Lambda = D_1 \frac{\sqrt{\ln \mathbf{q}}}{\mathbf{q}} ; D_1 = \sqrt{-\frac{\alpha \Gamma}{\pi i}}.$$

II. Выполним стандартное расширение

$$\mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}_{3,1}^4$$

с четвертой координатой, вводимой уравнением

$$\dot{q}_4 = \beta \sigma_1 q_4,$$

$$И_3 : \quad \sigma_1 = D_1 \left(\frac{\sqrt{\ln \mathbf{q}}}{\mathbf{q}} \mid E \right)_{\mathbb{C}}.$$

Теперь первая задача S_7 главы XXIII будет

$$И_4 : \quad \square \hat{\Pi} = 0 ; \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\Omega}_q,$$

$$grad \Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i \mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k.$$

Решение этой задачи и восстанавливает гравитационное поле с существенно особой точкой (уникальное гравитационное поле).

§ 3. Определение уникального гравитационного поля

Задачу $И_4$ решает расширение градиента в виде

$$K_0 : \quad \{grad \Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i \mathbf{q}} ; \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k\} \rightarrow \{grad \Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{\mathbf{q}}{r^2} ; \mathbf{q} \in \Omega_q\},$$

$$r^2 = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 - \alpha^2 q_4^2 ; grad \Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i r^2} \left\| \begin{array}{c} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{array} \right\|.$$

В свою очередь расширение $grad\Pi$ будет

$$grad\hat{\Pi} = \frac{\Gamma}{2\pi i r^2} \left\| \begin{array}{c} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \gamma^2 q_4 \end{array} \right\|.$$

Уравнение Даламбера

$$\square\hat{\Pi} = 0$$

приводит к уравнению связи коэффициентов

$$\gamma^2\beta^2 = 3.$$

Для определения коэффициента α необходимо обратиться к уравнению коммутации

$$\frac{\partial^2\hat{\Pi}}{\partial q_j\partial q_4} = \frac{\partial^2\hat{\Pi}}{\partial q_4\partial q_j}; \quad j = 1, 2, 3.$$

Это уравнение определяет значение

$$\alpha^2 = \frac{3}{\beta^2}.$$

Собрав полученные выше результаты вместе я нашел потенциал $\hat{\Pi}$ в виде

$$K_1: \quad \hat{\Pi} = \frac{\Gamma}{4\pi i} \ln r^2; \quad \hat{q} \in \hat{\Omega}_q; \quad r^2 = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 - \frac{3q_4^2}{\beta^2}.$$

Этот потенциал и есть гравитационный потенциал одной реализации уникального гравитационного поля.

§ 4. Гравитационное взаимодействие

Будем определять силу гравитационного взаимодействия одного тела массы m ($\varkappa = \frac{1}{m}$) на другое тело массы m_1 известной формулой

$$L_0: \quad R = -m_1\varkappa q grad\Pi.$$

Для определенности обобщенную координату второго тела следует принять следующим образом

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Теперь

$$L_1 : \quad \text{grad}\Pi = \frac{\Gamma}{2\pi i r^2} \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad r^2 = q_1^2 - \frac{3q_4^2}{\beta^2}.$$

В этом случае сила гравитационного взаимодействия будет

$$L_2 : \quad R = -\frac{m_1 \Gamma \Re q_1}{2\pi(q_1^2 - \frac{3q_4^2}{\beta^2})}.$$

Эта сила гравитационного взаимодействия существенным образом отличается от закона тяготения Ньютона. Сила тяготения по Ньютону определяется известной формулой

$$R = -\frac{km m_1}{q_1^2}; \quad q_1 = \text{Re} q_1.$$

Для получения более ясной картины различий обратимся к частному случаю $\beta^2 \rightarrow \infty$.

В этом частном случае моя формула L_2 дает

$$L_3 : \quad R = -\frac{m_1 \Gamma \Re 1}{2\pi i q_1}.$$

Получается, что в одном частном случае сила гравитационного взаимодействия уникального гравитационного поля пропорциональна $\frac{1}{q_1}$, тогда как закон тяготения Ньютона определяет силу гравитации пропорциональную $\frac{1}{q_1^2}$.

Таким образом, уникальные гравитационные поля действуют по другим законам, чем закон всемирного тяготения.

§ 5. Центрально-симметричное гравитационное поле

Обратимся к закону сохранения энергии (см. Глава "Уникальный ЭПС")

$$\frac{\varkappa}{2}(\hat{\mathbf{p}} | \hat{\mathbf{p}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} + \hat{\Pi} = -\hat{\Theta}_0.$$

Без ограничения общности можно принять $\hat{\Theta}_0 = 0$ и тогда, вспоминая уравнение импульса

$$\varkappa \hat{\mathbf{p}} = \dot{\hat{\mathbf{q}}},$$

получим также знакомое уравнение

$$O_0 : \quad (\dot{\hat{\mathbf{q}}} | \dot{\hat{\mathbf{q}}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = -2\varkappa \hat{\Pi}.$$

Поток, удовлетворяющий уравнению O_0 примем в виде

$$O_1 : \quad \dot{\hat{q}}^2 = -2\alpha \varkappa \hat{\Pi} ; \quad \alpha = \left\| \begin{array}{c} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{array} \right\| ; \quad (\alpha | E)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 1.$$

Вводя скалярную функцию по правилу

$$O_2 : \quad q_j \triangleq \sqrt{\alpha_j} u ; \quad j = 1, 2, 3, 4$$

из векторного уравнения O_1 получим одно скалярное уравнение

$$O_3 : \quad \dot{u}^2 = -2\varkappa \hat{\Pi}.$$

Очевидно, что уравнение O_3 будет существовать в случае зависимости потенциала $\hat{\Pi}$ только от аргумента u .

$$O_4 : \quad \hat{\Pi} \triangleq \hat{\Pi}(u).$$

В этом случае из уравнения O_3 следует уравнение центрально-симметричного потока инерции

$$O_5 : \quad \ddot{u} = -\varkappa \frac{\partial \hat{\Pi}}{\partial u}$$

Но, с другой стороны, центрально-симметричное гравитационное поле должно удовлетворять уравнению Даламбера

$$\square \hat{\Pi} = 0 ; \quad \hat{q} \in \hat{\Omega}_q.$$

В изучаемом случае оператор Даламбера будет

$$\square = \eta \frac{\partial^2}{\partial u^2} ; \quad \eta = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} - \frac{1}{\alpha_4}.$$

Ясно, что уравнение Даламбера будет выполняться в двух случаях:

$$1) \eta = 0 ; \quad \eta = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} - \frac{1}{\alpha_4} \quad 2) \frac{\partial^2 \hat{\Pi}}{\partial u^2} = 0$$

Второй случай в теории гравитации не представляет интереса, поэтому нужное нам решение восстанавливает первый случай.

Обращаясь к уравнению O_1 , мы получаем систему двух алгебраических уравнений

$$O_6 : \quad (\alpha | E)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 1 ; \quad \left(\frac{1}{\alpha} | E \right)_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0 ; \quad \frac{1}{\alpha} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{\alpha_1} \\ \frac{1}{\alpha_2} \\ \frac{1}{\alpha_3} \\ \frac{1}{\alpha_4} \end{array} \right\|.$$

Эта система уравнений определяет двухпараметрическую группу расширений, заданную над полем комплексных чисел.

Таким образом, я установил, что в уравнениях $\{O_3, O_4\}$ в качестве потенциала $\hat{\Pi}$ может быть произвольная аналитическая в кольце $|u_-| < |u| < |u_+|$ функция, удовлетворяющая условию на границе ядра ЭПС

$$[\dot{u}] = 0.$$

Кроме того, при выбранном единственном варианте потенциала $\hat{\Pi}$, существует совокупность гравитационных полей, определяемая двухпараметрической группой расширений.

В характерном частном случае

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \gamma ; \quad \alpha_4 = \frac{\gamma}{3}$$

из первого уравнения O_6 получим

$$\gamma = \frac{3}{8}.$$

Это групповое решение и описывает обобщение ньютоновой гравитации на комплексное пространство Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ с энтропийной четвертой координатой.

§ 6. Специальный случай

Отдельного рассмотрения заслуживает гравитационное поле, определяемое гравитационным потенциалом

$$R_0 : \quad \hat{\Pi} = \frac{M}{\sqrt{q_1^2} + \sqrt{q_2^2} + \sqrt{q_3^2} \pm \sqrt{3}\sqrt{q_4^2}}.$$

Градиент этого гравитационного потенциала в трехмерном евклидовом пространстве \mathbb{C}^3 будет

$$R_1 : \quad \nabla \hat{\Pi} = -\frac{\mu}{r^2} \begin{pmatrix} \frac{q_1}{\sqrt{q_1^2}} \\ \frac{q_2}{\sqrt{q_2^2}} \\ \frac{q_3}{\sqrt{q_3^2}} \end{pmatrix} ; \quad q \in \Omega_q,$$

$$r = \sqrt{q_1^2} + \sqrt{q_2^2} + \sqrt{q_3^2} \pm \sqrt{3}\sqrt{q_4^2}.$$

Уравнение гравитационного потока, определяемое градиентом R_1 имеет стандартный вид

$$R_2 : \quad \ddot{\mathbf{q}} = -\varkappa \nabla \hat{\Pi} ; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Сужение этого потока в окрестность ядра ЭПС запишется следующим образом

$$\ddot{q}_j = -\frac{\varkappa \mu}{q_j \sqrt{q_j^2}} ; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q.$$

Этому уравнению будет соответствовать другое уравнение

$$\dot{q}_j^2 = -\frac{2\alpha\mu}{\sqrt{q_j^2}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{Q}_q.$$

Отсюда следует, что в ядре ЭПС существует изолированный полюс и гравитационный потенциал R_0 определяет полюс-поле.

§ 7. Учет ньютоновой гравитации

В достаточно произвольной ситуации наличие ньютоновой компоненты происходит по традиционной схеме.

Общее решение уравнения Даламбера

$$\square \hat{\Pi} = 0; \quad \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\Omega}_q$$

представляется в виде

$$\hat{\Pi} = \Pi_0 + \tilde{\Pi}.$$

При этом гравитационный потенциал Π_0 удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta \Pi_0 = -4\pi\mu\delta.$$

Его решение определяет расширение ньютоновой гравитации в комплексное евклидовое пространство \mathbb{C}^3

$$\Pi_0 = \frac{Km}{r_0}; \quad r_0 = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

Характерной чертой ньютоновой гравитации является ее независимость от энтропийного времени. Это — стационарная гравитация при остановленном энтропийном времени.

В противоположность этому, вторая компонента потенциала $\hat{\Pi}$ зависит от энтропийного времени, поскольку она своим происхождением полностью обязана факту существования энтропийного времени.

§ 8. Ньютонова и энтропийная гравитация

Один вариант совместного воздействия ньютоновой и энтропийной гравитации реализуется при определении энтропийного гравитационного потенциала $\hat{\Pi}$ формулой R_0 . Результатом этого будет гравитационный потенциал

$$\hat{\Pi} = m\left(\frac{K}{r_0} + \frac{\mu}{r_1}\right); \quad r_0 = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2},$$

$$r_1 = \sqrt{q_1^2} + \sqrt{q_2^2} + \sqrt{q_3^2} \pm \sqrt{3} \sqrt{q_4^2}.$$

Теперь гравитационный поток будет

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nabla \Phi ; \mathbf{q} \in \Omega_q ; \nabla \Phi = \left\| \begin{array}{l} \frac{K q_1}{r_0^3} + \frac{\mu q_1}{\sqrt{q_1^2} r_1^2} \\ \frac{K q_2}{r_0^3} + \frac{\mu q_2}{\sqrt{q_2^2} r_1^2} \\ \frac{K q_3}{r_0^3} + \frac{\mu q_3}{\sqrt{q_3^2} r_1^2} \end{array} \right\|.$$

Здесь интересным является то, что оба члена градиента $\nabla \Phi$ имеют в окрестности ядра ЭПС одинаковую асимптотику. Результатом этого будет то, что и ньютоново и энтропийное гравитационные поля вносят свой вклад в конструирование изолированного полюса.

§ 9. Гравитационный хаос

Придав уравнению Даламбера известный вид,

$$(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial q_4^2}) \hat{\Pi} = 0 ; \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\Omega}_q$$

будем искать его решение в форме

$$S_0 : \quad \hat{\Pi} = \varphi(\mathbf{q}) f(q_4) ; \mathbf{q} \in \Omega_q .$$

Теперь имеем

$$S_1 : \quad \Delta \varphi + \alpha^2 \varphi = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q ; \ddot{f} = -\alpha^2 f ; \ddot{f} = \frac{d^2 f}{dq_4^2}.$$

При этом решение второго уравнения S_1 можно принять в виде

$$f = e^{i\alpha q_4}.$$

С целью выбора нужного решения первого уравнения S_1 обратимся к известному интегральному представлению фундаментального решения уравнения Лапласа.

$$S_2 : \quad \frac{1}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dK_x}{K} \int_{-\infty}^{+\infty} dK_y e^{-K q_3} e^{i(K_x q_1 + K_y q_2)},$$

$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} ; \operatorname{Re} q_3 > 0.$$

С помощью этого представления без труда получается искомое решение

$$S_3 : \varphi = \frac{\mu m}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{H dK_x}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sqrt{K^2 - \alpha^2} \frac{q_3^2}{\sqrt{q_3^2}}} dK_y e^{i(K_x q_2 + K_y q_2)}.$$

$$\operatorname{Re} \left(\sqrt{k^2 - \alpha^2} \frac{q_3^2}{\sqrt{q_3^2}} \right) > 0 ; H = H(k, \alpha).$$

Здесь существует тестовый частный случай: $H = 1$. В этом случае при $\alpha = 0$ формула S_3 переходит в формулу S_2 .

Важность формулы S_3 определяется тем, что ее гравитационный потенциал описывает представительный набор гравитационных полей.

Обращаясь к материалам раздела "Турбулентность" мы обнаруживаем сходство в выводе и структуре гравитационного потенциала S_3 с одним из потенциалов турбулентного потока. Это наводит на мысль о близости явлений гравитации и турбулентности; из факта близости я прихожу к переносу глубинного механизма турбулентности на гравитационные поля. Главным результатом этого переноса будет вывод о существовании во Вселенной гравитационного хаоса. Но гипотеза гравитационного хаоса круто изменяет ситуацию в проблеме гравитации: она переходит из числа проблем классической физики в число проблем хаотической механики — теории экстремального пограничного слоя.

Опираясь на концептуальное единство проблем гравитации и турбулентности мы приходим и к другому основоположному заключению: эти проблемы должны изучаться совместно.

При этом важное значение имеет следующий вопрос. Как известно, ньютонова гравитация реализована в вещественном конфигурационном пространстве и здесь возникает проблема реализации гравитационных полей в комплексном конфигурационном пространстве.

Вопрос стоит так. Если во Вселенной существуют гравитационные поля, естественной средой обитания которой является комплексное конфигурационное (либо расширенное комплексное конфигурационное) пространство, то гравитационный хаос существует.

Для справки напомним, что причина турбулентности обязана тому, что естественной средой обитания турбулентных гидродинамических полей и потоков является комплексное конфигурационное пространство. Приведу для сведения читателя тот факт, что

предмет многочисленных и многолетних исследований физиков-теоретиков: гравитационные волны, являются частной реализацией гравитационного хаоса. Таким образом, проблему гравитационного хаоса можно рассматривать как значительное расширение проблемы гравитационных волн. Принципиальное значение имеет и то, что формулировка новой проблемы — проблемы гравитационного хаоса, переводит исследования гравитационных волн на новую концептуальную и методологическую базу — базу теории энтропии и хаотической механики.

§ 10. Заключение

1. *В настоящее время, без всякого сомнения, будет иметь значительный интерес общий энтропийный анализ явления гравитации и оценка современного состояния проблемы гравитации. Настоящая глава, прежде всего, и направлена на эту цель.*
2. *Современное состояние феноменологии и теории гравитации характеризуется крайней неоднородностью, запущенностью и противоречивостью. Это, прежде всего, касается реализации различных гравитаций. Наиболее ярко это проявляется в проблеме тонкоматериальных полей. Как следует из материалов главы "Поля и потоки инерции" и настоящей главы, в комплексном конфигурационном (либо расширенном) пространстве я идентифицировал два типа полей:*

1. *Поля инерции.*
2. *Гравитационные поля.*

Среди естествоиспытателей идет активная полемика об уровнях общности во Вселенной этих полей. Одни считают, что максимальным уровнем общности обладают гравитационные поля; другие придерживаются противоположной позиции — всё непроявленное пространство Вселенной и окружающей Действительности, включая Физический Вакуум, содержит только поля инерции. Как следует из материалов настоящей главы, эти крайние позиции ошибочны: во Вселенной существуют как гравитационные поля, так и поля инерции.

3. *В теории гравитации ключевую роль играет вопрос о реализации гравитационных полей в комплексном пространстве Минковского. Именно этот вопрос и лежит в основе энтропийной концепции гравитации. Здесь следует обратиться к опыту развития энтропийной теории турбулентности. По аналогии с гидродинамическими полями следует говорить о ламинарных и турбулентных гравитационных полях. При*

этом, ламинарное гравитационное поле — это поле ньютоновой гравитации; тогда как турбулентные гравитационные поля — энтропийные гравитационные поля. Таким образом, включение в теорию комплексного расширенного конфигурационного пространства, как среды обитания гравитационных полей, и энтропийного времени влечет за собой утверждение о существовании турбулентных гравитационных полей. В свою очередь, существование турбулентных гравитационных полей приводит к существованию гравитационного хаоса.

4. Гравитационный хаос вносит глубинные основоположные изменения в концепцию и методологию гравитации. Проблема гравитации становится проблемой хаотической механики — теории экстремального пограничного слоя.
5. Гравитационный хаос приводит к резкому сближению проблемы гравитации с проблемой турбулентности; эти две проблемы должны иметь единое концептуальное оформление в рамках хаотической механики.
6. Как только мы начинаем думать о гравитационном хаосе, мы начинаем понимать насколько широко распространено явление гравитации, каковы пути развития и обобщения ее теории. Здесь и начинает проявляться облик новой Вселенной, одна из проекций которого напоминает нам гидродинамическую турбулентную среду.
7. Важнейшим фундаментальным фактом является существование уникальных гравитационных полей, содержащих в ядре ЭПС существенно особую точку. В итоге я пришел к выводу о существовании двух типов гравитационных полей:
 1. Гравитационные полюс-поля.
 2. Уникальные гравитационные поля.

Глава XXV

Энтропийные полюс-поля

Содержание

§1. Градиентные полюс-поля	616
§2. Фундаментальное решение	618
§3. Калибровочные структуры	620
§4. Опорный потенциал ускорений	622
§5. Введение энтропийного многообразия	624
§6. Познавательный пример	625
§7. Потенциал расширения	628
§8. Потенциал энтропийной группы	629
§9. Общее представление потенциала ускорений	630
§10. Заключение	632

§ 1. Градиентные полюс-поля

I. Как известно, классифицированным признаком полюс-полей является принадлежность вектора плотности импульса окрестности ядра ЭПС уравнению

$$L_0 : \quad \dot{\Lambda} = ik\Lambda^2.$$

В темпоральном пространстве Ω_y поток имеет канонический вид

$$L_1 : \quad \dot{y} = \Lambda ; \quad q \in \Omega_y.$$

Присоединяя к этому потоку уравнение энтропийного времени

$$\dot{s} = \sigma_1 ; \quad q \in \mathfrak{E}_y$$

и конструируя с его помощью четвертую координату

$$L_2 : \quad \dot{y}_4 = \beta\sigma_1,$$

мы приходим к каноническому расширению темпорального пространства — расширенному комплексному темпоральному пространству

$$\hat{\Omega}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\Omega}_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4 ; \hat{y} = (y, y_4) ; \dot{y}_4 = \beta\sigma_1\}.$$

Теперь поток в расширенном темпоральном пространстве будет

$$L_3: \quad \dot{\hat{y}} = \hat{\Lambda}; \quad \hat{\Lambda} = (\Lambda, \beta\sigma_1); \quad \hat{y} \in \hat{\Omega}_y.$$

Энтропийные полюс-поля в уравнении L_3 представляет вектор плотности импульса. Здесь наиболее характерный случай — градиентные полюс-поля. Обоснованию градиентных полей в темпоральном пространстве я уделил значительное место в настоящей книге, и факт их существования и общности является глубоко убедительным.

В этом случае, следуя символьному выводу теории экстремального пограничного слоя, вводится в теорию потенциал ускорений, и вектор плотности импульса принимает вид ковектора-градиента.

$$L_4: \quad \hat{\Lambda} = grad\Theta; \quad grad\Theta = \left\| \begin{array}{c} \nabla\Theta \\ -\frac{\partial\Theta}{\partial y_4} \end{array} \right\|$$

Далее, я установил, что потенциал ускорений удовлетворяет уравнение Даламбера

$$L_5: \quad \square\Theta = 0; \quad \square = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y_4^2}.$$

Уравнения $\{L_0 \div L_5\}$ и являются уравнениями энтропийных градиентных полюс-полей.

Нашей главной задачей является установление основных свойств и структуры потенциала ускорений Θ , удовлетворяющего уравнению ядра ЭПС L_0 . Для более ясного понимания цели настоящей главы приведу известный пример.

На Гильбертовом поле потенциал ускорений Гамильтоновой структуры вещественного шестимерного фазового пространства имеет каноническое представление

$$\Theta = -\frac{\infty}{2} \|\mathbf{p}\|_{R^3}^2 - \Pi.$$

В этот двучленной формуле каждый член имеет глубокий четкий смысл. Именно эта структура потенциала ускорений и легла в основу многочисленных теорий и разнообразных обобщений, объединенных единым геометрическим объектом — Гильбертовым полем. Нечто подобное я и делаю в настоящей главе. На этом пути существуют две самостоятельные задачи:

1. Установление универсального (канонического) вида потенциала ускорения.
2. Выяснение смысла и анализ каждой компоненты канонического представления потенциала ускорений.

По сути, эти две задачи — первоочередные задачи теории энтропийных полей; это высказывание справедливо и для энтропийных полюс-полей.

II. Обратимся теперь к уравнению ядра ЭПС L_0 . В разделе "Турбулентность" установлен один вариант потока, обладающего свойствами L_0

$$\dot{y} = De^{iky}$$

Теперь

$$\ddot{y} = ik\dot{y}^2 \rightarrow \dot{\Lambda} = ik\Lambda^2.$$

Здесь $\Lambda = De^{iky}$, а расширение $\hat{\Lambda}$ будет

$$\hat{\Lambda} = De^{i\hat{k}\hat{y}}.$$

Эта формула дает один, разработанный в теории турбулентности, вариант условия выбора потенциала ускорений — условия реализации изолированного полюса

$$grad\Theta \rightarrow De^{i\hat{k}\hat{y}},$$

$$\mathfrak{E}_q \rightarrow \mathfrak{E}_\Lambda.$$

Здесь \mathfrak{E}_Λ — энтропийное многообразие окрестности ядра ЭПС.

В настоящей главе я оставляю в стороне это условие реализации изолированного поля и вместо его введу другое условие; соответственно и другую структуру потока окрестности ядра.

§ 2. Фундаментальное решение

I. В качестве фундаментального решения я введу следующий потенциал

$$T_0 : \quad G = De^{i(\hat{k} | \hat{y})_{\mathfrak{E}_{3,1}}} ; \quad \hat{k} = \left\| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{array} \right\|.$$

Этот потенциал должен удовлетворять уравнению Даламбера

$$\square G = 0 ; \quad \hat{y} \in \hat{\Omega}_y.$$

Результатом этого требования будет уравнение

$$T_1: \quad (\hat{k} | \bar{\hat{k}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0.$$

Здесь $\bar{\hat{k}}$ — комплексно-сопряженное значение.

II. Рассмотрим поток, определенный потенциалом T_0 .
Принимая

$$\hat{\Lambda} = \text{grad} G,$$

имеем

$$T_2: \quad \hat{\Lambda} = \text{Dik} G.$$

Уравнения $\{T_1; T_2\}$ приводят к интересному результату

$$T_3: \quad (\hat{\Lambda} | \bar{\hat{\Lambda}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0; \quad \hat{y} \in \hat{\Omega}_y.$$

Но это означает существование симметрии

$$T_4: \quad (\hat{y} | \bar{\hat{y}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0; \quad \hat{y} \in \hat{\Omega}_y.$$

Симметрия T_4 представляет ничто иное, как закон сохранения энергии. Таким образом, я установил замечательный факт: *в потоке, создаваемом потенциалом ускорений T_0 существует симметрия — закон сохранения энергии.*

Этот факт вносит первый элемент ясности в энтропийные полюс-поля. Энтропийные полюс-поля создают потоки удовлетворяющие закону сохранения энергии в окрестности ядра ЭПС.

III. Уравнение ядра ЭПС легко следует из уравнения T_2

$$T_5: \quad \dot{\hat{\Lambda}} = i(\hat{k} | \bar{\hat{\Lambda}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} \hat{\Lambda}.$$

В свою очередь, уравнение T_5 определяет другое уравнение

$$T_6: \quad \dot{D}_0 = iD_0^2; \quad D_0 = (\hat{k} | \bar{\hat{\Lambda}})_{\mathfrak{C}_{3,1}}.$$

Его решение имеет известный вид

$$T_7: \quad D_0 = \frac{i}{z}.$$

Именно это решение и поддерживает классификационный признак: существование особой точки — изолированного полюса у энтропийных полюс-полей.

Здесь замечательным фактом является то, что кроме решения T_7 уравнение T_5 содержит еще одно решение. Это решение восстанавливается следующим образом.

Из уравнения T_3 имеем

$$T_8 : \quad (\hat{k} \mid \bar{\hat{\Lambda}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0.$$

Поскольку

$$\dot{y} = D\hat{k}e^{i(\hat{k} \mid \bar{y})_{\mathfrak{C}_{3,1}}},$$

то $(\hat{k} \mid \bar{y})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = \text{const}$ в силу T_8 , и тогда

$$\dot{y} = \text{const}.$$

Это решение, приводящее к значению вектора плотности импульса $\hat{\Lambda} = \text{const}$ дает расширение комплексного конфигурационного пространства. Получается интересная ситуация; без учета условия T_8 решение уравнения T_5 содержит особую точку-полюс, тогда как при строгом выполнении условия T_8 восстанавливается стационарный постоянный поток. В этом факте содержится глубокий смысл и мне необходимо дать ему пояснения.

Здесь нас, прежде всего, интересует вопрос реализации решения, содержащего особую точку-полюс.

§ 3. Калибровочные структуры

Ситуация резко меняется при включении в состав вектора плотности импульса калибровочной структуры

$$\varphi : \quad (\varphi \mid E)_{\mathfrak{C}} = 0.$$

Теперь

$$\begin{aligned} \Lambda &= \nabla \Theta + \varphi ; y \in \Omega_y, \\ \hat{\Lambda} &= \text{grad} \Theta + \hat{\varphi} ; \hat{y} \in \hat{\Omega}_y, \\ \hat{\varphi} &= \left\| \begin{array}{c} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ 0 \end{array} \right\| ; \hat{\varphi} = \{\varphi, 0\}. \end{aligned}$$

Для фундаментального решения T_0

$$A_0 : \quad \hat{\Lambda} = iD\hat{k}e^{i(\hat{k} \mid \bar{y})_{\mathfrak{C}_{3,1}}} + \hat{\varphi}.$$

Примем калибровочную структуру в виде

$$k = B \nabla \Theta ; B = \text{diag}\{b_1, b_2, b_3\}.$$

Соответственно с помощью диагональной матрицы

$$\mathbb{L} = E + B ,$$

вектор плотности импульса перепишется в виде

$$\Lambda = \mathbb{L} \nabla \Theta.$$

В свою очередь, его расширение будет

$$\hat{\Lambda} = \hat{\mathbb{L}} \text{grad} \Theta ; \hat{\mathbb{L}} = \{\mathbb{L}, 1\}.$$

Если потенциал ускорений равен введенному в §2 фундаментальному решению, то

$$\text{grad} \Theta = i D \hat{k} e^{i(\hat{k} | \hat{y})} \mathbb{A}_{3,1}$$

и вектор плотности импульса приобретает вид

$$A_1 : \quad \hat{\Lambda} = i D \hat{\mu} e^{i(\hat{k} | \hat{y})} \mathbb{A}_{3,1} ,$$

$$\hat{\mu} = \hat{\mathbb{L}} \hat{k}.$$

Вектор $\hat{\Lambda}$ будет описываться тем же уравнением T_5 , но здесь появилось новое свойство. Привнесение в поток калибровочной структуры привело к тому, что уравнение T_8 перестало существовать. Следствием исключения уравнения T_8 является то, что решением стало решение T_7 , содержащее полюс.

Таким образом я установил механизм формирования резко отличающихся двух состояний.

В отсутствие калибровочной структуры принятое фундаментальное решение описывает регулярное расширение, поток которого носит характер ламинарного движения.

Постулирование существования в потоке калибровочной структуры реализует другое — хаотическое решение, содержащее в ядре ЭПС особую точку-полюс.

Это второе состояние имеет структуру турбулентного потока, при этом первое состояние менее организовано, тогда как привнесение дополнительной организации все меняет — возникает калибровочный хаос и возникает энтропийное полюс-поле. Здесь полезно довести до читателя интересную деталь : в приведенном анализе количественные характеристики калибровочной структуры роли не играют; все определяет факт ее существования. Нет калибровочной структуры — поток ламинарный, есть калибровочная структура — поток турбулентный.

§ 4. Опорный потенциал ускорений

I. Материалы §2 и §3 дают основания для наделения фундаментального решения T_0 функциями опорного потенциала ускорений

$$B_0 : \quad \Theta_0 = \mu e^{i(\hat{k} | \bar{y})_{\mathfrak{C}_{3,1}}} ; \hat{y} \in \hat{\Omega}_y.$$

Этот потенциал ускорений играет особую роль — роль потенциала свободного движения в расширенном темпоральном пространстве.

Прежде всего, он описывает в конфигурационном пространстве Ω_q расширение. Как известно, расширение — характерная черта Вселенной; мы живем в расширяющейся Вселенной и опорный потенциал ускорений B_0 описывает это общее свойство.

Если обратимся к классической механике и Гильбертову полю мы обнаружим: ее опорное состояние — инерционное стационарное движение. Это движение описывает опорный потенциал ускорений Гильбертова поля

$$B_1 : \quad \Theta_0 = -\frac{\infty}{2}(\hat{p} | \bar{p})_{\mathfrak{C}_{3,1}} ; \hat{p} \in \hat{\Omega}_p.$$

Совместный анализ этих двух опорных потенциалов ускорений приводит к правдоподобию выводу о придании потенциалу D_0 статуса аналога потенциала ускорений свободного движения в фазовом пространстве.

Здесь мы приходим к аксиоматическому определению расширения, как свободного движения темпорального пространства этот факт чрезвычайно конструктивен: он дает рецепт двучленного представления потенциала ускорений

$$B_2 : \quad \Theta \triangleq \Theta_0 - \Pi ; \hat{y} \in \hat{\Omega}_y.$$

$\Theta_0 = \mu e^{i(\hat{k} | \bar{y})_{\mathfrak{C}_{3,1}}}$ — потенциал ускорений свободного движения;

Π — возбуждение потенциала ускорений.

Представление B_2 основоположно — оно решает ключевую проблему энтропийных полей. Теперь мы знаем их общую структуру и ключ к построению конкретных типов полей.

II. Принятый опорный потенциал ускорений относится к энтропийным полюс-полям, но он допускает изящное обобщение. Обобщение на поля с существенно особой точкой — уникальные энтропийные поля, достигается путем введения аргумента в виде один-формы

$$B_3 : \quad u = i(\hat{k} | \bar{y})_{\mathfrak{C}_{3,1}} ; (\hat{k} | \bar{\hat{k}})_{\mathfrak{C}_{3,1}} = 0$$

и представления опорного потенциала в виде

$$B_4 : \quad \Theta_0 = \Theta_0(u).$$

В этом случае градиент будет

$$\text{grad}\Theta_0 = i \frac{\partial \Theta_0}{\partial u} \left\| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{array} \right\|.$$

Теперь поток будет описываться уравнением

$$B_5 : \quad \dot{y} = i\hat{k} \frac{\partial \Theta_0}{\partial u}.$$

Решение этого уравнения $\hat{y} = \hat{k}z$ и определяет свободное расширение. Отличительной чертой опорного потенциала ускорений B_4 является то, что внесение сколь угодно малого калибровочного возбуждения переводит состояния расширения в другое состояние, содержащее ЭПС.

Если принять калибровочное возбуждение в виде

$$\varphi = B \frac{\partial \Theta_0}{\partial u} ; (B | E)_{\mathbb{C}^3} = 0,$$

то вместо уравнения B_5 будет другое уравнение

$$B_6 : \quad \dot{y} = \frac{\partial \Theta_0}{\partial u} \Pi ; \Pi = i\hat{k} + B.$$

Теперь, сконструировав еще одну один-форму

$$\dot{u} = i(\hat{k} | \bar{\Lambda})_{\mathbb{C}_{3,1}^*},$$

из уравнения B_7 получим скалярное уравнение

$$B_7 : \quad \dot{u} = d \frac{\partial \Theta_0}{\partial u} ; d = (\Pi | \bar{k})_{\mathbb{C}_{3,1}^*}.$$

В частном случае энтропийного полюс-поля

$$\Theta_0 = \mu e^u,$$

$$\dot{u} = de^u ; \hat{\Lambda}_v = \Lambda_v^2 ; \hat{\Lambda}_v = -\frac{1}{z} ; \Lambda_v = \dot{u}.$$

Здесь получается два, описанных выше, состояния

$$B_8: \quad \Lambda_v = \begin{cases} 0; & d = 0 \text{ — свободное расширение} \\ -\frac{1}{z}; & d \neq 0 \text{ — возбужденное состояние} \end{cases}$$

Итогом приведенного выше символического вывода является структура потенциала ускорений свободного состояния

$$B_9: \quad \Theta_0 = \Theta_0(u); \quad u = i(\hat{k} | \bar{y})_{\mathbb{C}_{3,1}}; (\hat{k} | \bar{\bar{k}})_{\mathbb{C}_{3,1}} = 0.$$

Этот потенциал ускорений описывает как энтропийные полюс-поля, так и уникальные энтропийные поля.

§ 5. Введение энтропийного многообразия

Обратимся снова к уравнению потока, не содержащего калибровочной структуры

$$D_0: \quad \dot{y} = i\mu\hat{k}e^{i(\hat{k} | \bar{y})_{\mathbb{C}_{3,1}}}; (\hat{k} | \bar{\bar{k}})_{\mathbb{C}_{3,1}} = 0.$$

Введем энтропийное многообразие

$$D_1: \quad y_4 = \beta(y | E)_{\mathbb{C}}$$

и будет изучать поток D_0 на этом многообразии.

В этом случае

$$(\hat{k} | \bar{\bar{y}})_{\mathbb{C}_{3,1}} = (\chi | \bar{y})_{\mathbb{C}}; \quad \chi = k - k_4\beta E$$

и проекция потока D_0 на \mathbb{C}^3 , будет

$$D_2: \quad \dot{y} = i\mu\hat{k}e^{i(\chi | \bar{y})_{\mathbb{C}}}; \quad y \in \Omega_y.$$

Из этого уравнения получается скалярное уравнение

$$D_3: \quad (\chi | \bar{\bar{y}})_{\mathbb{C}} = i\mu(\chi | \bar{k})_{\mathbb{C}} e^{i(\chi | \bar{y})_{\mathbb{C}}}.$$

Вводя новые количества

$$\beta_0 = \mu(\chi | \bar{k})_{\mathbb{C}}; \quad v = (\chi | \bar{y})_{\mathbb{C}},$$

уравнение запишем в более простом виде

$$\dot{v} = i\beta_0 e^{iv}.$$

Принимая $\dot{v} = \lambda_v$ из этого уравнения имеем

$$D_4 : \quad \dot{\lambda}_v = i\lambda_v^2.$$

Это уравнение имеет стандартное решение в виде изолированного простого полюса

$$\lambda_v = \frac{i}{z}.$$

Уравнение D_4 воспроизводит уникальный факт: в отсутствие калибровочной структуры опорный поток расширения не содержит ЭПС. Но при постулировании существования энтропийного многообразия он возбуждается и переходит в поток, содержащий ЭПС. Здесь энтропийное многообразие выполняет главную функцию — привносит в состояние среды организацию. В свою очередь, и создает структуру — полюс-поле.

Получается, что опорная среда обладает двумя состояниями:

Опорная среда = $\begin{cases} \text{расширение} & \text{— неорганизованное состояние} \\ \text{полюс-поля} & \text{— организованное состояние} \end{cases}$

Материалы настоящего параграфа вместе с материалами §3 дают два механизма возникновения полюс-полей в непроявленной среде темпорального пространства.

В основе этих механизмов лежат следующие сущности:

1. Калибровочная структура.
2. Энтропийное многообразие.

§ 6. Познавательный пример

Нам необходимо более подробно изучить решения уравнения потока на энтропийном многообразии D_2

$$\dot{y} = i\mu k e^{i(x | \bar{y})_{\mathbb{C}^3}} ; y \in \Omega_y.$$

Из этого уравнения следует другое уравнение

$$C_0 : \quad \dot{\Lambda} = i(\chi | \Lambda)_{\mathbb{C}^3} \Lambda.$$

Если искать решение этого уравнения в виде

$$\Lambda = \frac{d_0}{z},$$

то

$$(\chi | \bar{\Lambda})_{\mathfrak{C}} = \frac{(\chi | \bar{d}_0)_{\mathfrak{C}}}{z}; \quad (\chi | \bar{d}_0)_{\mathfrak{C}} = i.$$

Но здесь, кроме этого решения существует еще второе (особое) решение

$$(\chi | \bar{y})_{\mathfrak{C}} = 0 \Rightarrow \Lambda = \Lambda_0; \quad (\chi | \bar{\Lambda}_0)_{\mathfrak{C}} = 0.$$

Теперь предадим исходному уравнению нужный для дальнейшего анализа вид

$$C_1: \quad \Lambda = i\mu k e^{i(\chi | \bar{y})_{\mathfrak{C}}}.$$

Будем искать общее решение этого уравнения в виде

$$C_2: \quad y \triangleq y_0 + \bar{y}; \quad \Lambda \triangleq \Lambda_0 + \tilde{\Lambda},$$

$$(\chi | \bar{y}_0)_{\mathfrak{C}} = 0; \quad (\chi | \bar{\Lambda}_0)_{\mathfrak{C}} = 0.$$

В этом случае уравнение C_1 будет

$$C_3: \quad \tilde{\Lambda} = i\mu k e^{i(k | \bar{y})_{\mathfrak{C}}} - \Lambda_0.$$

Вводя новые количества

$$v \triangleq (\chi | \bar{y})_{\mathfrak{C}}; \quad \dot{v} \triangleq (\chi | \bar{\tilde{\Lambda}})_{\mathfrak{C}}; \quad d_0 \triangleq (\Lambda_0 | \bar{\chi})_{\mathfrak{C}},$$

$$d_1 \triangleq (k | \bar{\chi})_{\mathfrak{C}}; \quad \dot{v} \triangleq \lambda_v,$$

из уравнения C_3 сконструируем два новых уравнения

$$C_4: \quad \dot{v} = i\mu d_1 e^{iv} - d_0; \quad \dot{\lambda}_v = i\lambda_v^2 + id_0\lambda_v.$$

Переходя от переменной λ_v к переменной w_v по правилу

$$\lambda_v = iw_v,$$

из второго уравнения получаем

$$C_5: \quad \dot{w}_v = -w_v^2 + id_0w_v.$$

Теперь посредством стандартной подстановки

$$w_0 = \frac{\dot{x}}{x}$$

уравнение преобразуется в линейное уравнение

$$\ddot{x} = id_0 \dot{x},$$

либо

$$\dot{x} = u ; \dot{u} = id_0 u.$$

Решение последнего уравнения

$$u = u_0 e^{id_0 z}$$

приводит к значению переменной

$$x = -\frac{iu_0}{d_0} e^{id_0 z} + c_0.$$

Подчиняя выбор константы c_0 условию существования ЭПС, имеем

$$C_6 : \quad x = \frac{iu_0}{d_0} (1 - e^{id_0 z}); \quad w_v = -\frac{id_0 e^{id_0 z}}{(1 - e^{id_0 z})}.$$

Окончательный результат я запишу в виде двойственности

$$C_7 : \quad w_v = \begin{cases} -i(\tilde{\Lambda} | \tilde{\chi})_{\mathbb{C}} \\ -\frac{id_0 e^{id_0 z}}{(1 - e^{id_0 z})} \end{cases}.$$

В частном случае

$$\text{Red}_0 = 0 ; d_0 = id ; z = t ; w_v = \frac{ae^{-at}}{(1 - e^{-at})}.$$

Здесь при $t \rightarrow \varepsilon ; w_v \rightarrow \frac{1}{t}$.

Далее, если $\text{sign } a = 1$ то $w_v \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

В этом случае решение w_v затухает и при больших временах остается только расширение.

Полезно обратить внимание на феноменологию познавательного примера: он, в большей мере, воспроизводит механизм возникновения вихревой структуры. Для более глубокого понимания механизма возникновения вихревой структуры следует обратиться

к модели возникновения турбулентности. Как известно из раздела "Турбулентность" турбулентность возникает в результате кризиса — прекращения существования ламинарного движения. Здесь та же причина. Можно предположить, что до момента возникновения ЭПС существовало другое движение — ламинарный поток. В момент возникновения ядра ЭПС ламинарный поток прекратил существование, что и привело к возникновению вихревой структуры.

§ 7. Потенциал расширения

Достаточно очевидно, что свойство потока, привносимое особым решением познавательного примера может быть воспроизведено путем добавления к потенциалу ускорения потенциала

$$\Theta_1 = (y \mid \bar{v}_0)_{\mathbb{C}}.$$

Этот потенциал описывает комплексное расширение и его целесообразно назвать потенциалом расширения.

Теперь потенциал ускорений будет

$$\Theta = \Theta_0 + \Theta_1; y \in \Omega_y; \Theta_0 = \mu e^{i(x \mid \bar{y})_{\mathbb{C}}}; \Theta_1 = (y \mid \bar{v}_0)_{\mathbb{C}}$$

Здесь надо учесть следующую деталь.

Потенциал расширения является неотъемлемой частью общего потенциала ускорений. Просто я проблему учета особого решения перенес в потенциал Θ_1 ; в этом случае отпадает необходимость в скрупулезном вычислении особого решения. Для потенциала ускорений, содержащего потенциал расширения отпадает необходимость учета особого решения; в связи с чем эта схема более удобна и обладает большей общностью.

Итак, два обязательных члена потенциала ускорений я нашел.

Эти два обязательных члена формируют поток

$$\dot{y} = i\mu(\chi \mid \bar{\Lambda})_{\mathbb{C}} e^{i(x \mid \bar{y})_{\mathbb{C}}} + v_0.$$

Здесь нужно сделать полезное замечание.

Если $(E \mid v_0)_{\mathbb{C}} \neq 0$, то, как правило, существует энтропийное время. Перенесем это свойство на Вселенную; из факта расширения Вселенной следует существование энтропийного времени. Таким образом, существующий ключевой факт строения Вселенной подтверждает гипотезу о существовании энтропийного времени.

§ 8. Потенциал энтропийной группы

Для выделения следующей характерной компоненты потенциалы ускорений необходимо обратиться к энтропийной группе G .

С помощью генератора группы

$$v = s - (y | E)_{\mathbb{C}} ; s = \frac{y_4}{\beta}$$

я введу потенциал ускорений, единственным аргументом которого является функция v .

$$D_0 : \quad \Theta_2 = \Theta_2(v); v = \frac{y_4}{\beta} - (y | E)_{\mathbb{C}}.$$

В этом случае

$$\text{grad} \Theta_2 = - \frac{\partial \Theta_2}{\partial v} \left\| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \frac{1}{\beta} \end{array} \right\|.$$

Этот градиент обладает замечательным свойством; поскольку на энтропийном многообразии существует симметрия — закон сохранения генератора группы, то градиент потенциала Θ_2 принимает на энтропийном многообразии постоянное значение. А это означает, что сужение градиента потенциала Θ_2 на ленточное энтропийное многообразие есть градиент потенциала расширения.

Например, если предположить, что потенциал $\Theta_2(v)$ есть потенциал некоторой структуры, то мы получаем нужное и важное свойство: структура обладает симметрией — сохраняется на энтропийном многообразии.

Более подробно изучим самостоятельную задачу

$$\Theta = \Theta_2.$$

Здесь

$$\Lambda = - \frac{\partial \Theta_2}{\partial v} E$$

и задача будет обладать сферической симметрией.

В случае сферической симметрии

$$\Lambda = \frac{\sigma_1}{3} E$$

и, следовательно,

$$\sigma_1 = -3 \frac{\partial \Theta_2}{\partial v}.$$

Принимая в комплексном конфигурационном пространстве

$$\mathbf{q} = RE,$$

получаем скалярное уравнение

$$D_1 : \quad \dot{R} = \frac{\sigma_1}{3} R ; \quad \sigma_1 = -3 \frac{\partial \Theta_2}{\partial v} .$$

В свою очередь, вытекающее из этого уравнения, уравнение второго порядка будет

$$D_2 : \quad \ddot{R} = \frac{1}{3} (\dot{\sigma}_1 + \frac{\sigma_1^2}{3}) R .$$

Поскольку потенциал Θ_2 , в некотором смысле, произвольным образом зависит от генератора группы, то реализуется возможность описания уравнениями $\{D_1, D_2\}$ чрезвычайно богатого набора структур и полей. В этот набор входят и гравитационные поля; поэтому настоящий параграф можно рассматривать как дополнение к главе "Этюды гравитации".

Здесь я решил напомнить читателю о широко распространенном в теории солитона и описанного в главе "Солитон" явлении существования бесконечно большого числа законов сохранения. Один вариант этого явления и воспроизведен в потенциале Θ_2 и уравнениях $\{D_1, D_2\}$.

В основе этого варианта лежит симметрия — закон сохранения генератора группы. Кроме того, мы здесь обнаруживаем еще одно направление применения энтропийной группы G ; генератор группы выступает в качестве базы конструирования многочисленных структур.

§ 9. Общее представление потенциала ускорений

I. Приступим к символьной формулировке основного результата настоящей главы.

$$E_0 : \quad \Theta \triangleq \Theta_0 + \Theta_1 + \Theta_2 - \Pi$$

Θ_0 — опорный потенциал ускорений,

Θ_1 — потенциал расширения,

Θ_2 — потенциал энтропийной группы.

При этом

$$\Theta_0 = \mu e^{i(\hat{k} | \hat{y})_{\mathfrak{A}_{3,1}}} ; \quad \hat{y} \in \hat{\Omega}_y,$$

$$E_1 : \quad \Theta_1 = (y \mid \bar{v}_0) \mathbb{C}_{3,1}^*,$$

$$\Theta_2 = \Theta_2(v); \quad v = \frac{y_4}{\beta} - (y \mid E) \mathbb{C},$$

$$\square \Pi = 0; \quad \hat{y} \in \hat{\Omega}_y; \quad \square = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y_4^2}; \quad y_4 = \beta s.$$

Наиболее интересным и значимым материалом настоящей главы является выделение и анализ трех наиболее характерных компонент потенциала ускорений энтропийных полюс-полей.

II. Обсудим важную деталь.

В представлении E_0 потенциал энтропийной группы Θ_2 существенно отличается от остальных компонент; это отличие обязано тому, что он, в отличие от других компонент, не удовлетворяет уравнению Даламбера для произвольных значений параметра β . Это обязано тому факту, что исходные принципы формирования остальных компонент и потенциала энтропийной группы резко различаются.

За вычетом потенциала энтропийной группы потенциал ускорений рассматривается как структура энтропийного многообразия, содержащего дивергенцию (соленоидального многообразия). В этом варианте энтропийное поле носит характер дивергентного поля и уравнение Даламбера возникает как следствие аннулирования дивергенции. Но этот способ конструирования потенциала ускорений не переносится на поля энтропийной группы.

Здесь исходная идея другая: энтропийная группа вносит организацию в движение виртуальной сплошной среды и поле рассматривается как расширение группового потока, расположенного на энтропийном многообразии. Как известно, генератор группы обладает симметрией — сохраняет свое постоянное значение на энтропийном многообразии.

Это свойство я перенес и на потенциал энтропийной группы. Получается, что потенциал энтропийной группы описывает поле, расположенное в окрестности энтропийного многообразия. Мы можем занулить потенциал энтропийной группы на энтропийном многообразии; и в этом случае он будет описывать возмущения энтропийного многообразия. Здесь надо учесть и то, что, строго говоря, операция дивергенции на энтропийном многообразии однозначна не определена, и поле энтропийной группы исходно не может быть дивергентным полем. Поэтому введение поля энтропийной группы представляет опыт учета в теории недивергентных полей. К каким последствиям это приведет — покажет время. Полезно знать и то, что для некоторого характерного значения па-

параметра $\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ поле энтропийной группы приобретает черты дивергентного поля и удовлетворяет уравнению Даламбера.

При реализации и интерпретации полей энтропийной группы это характерное значение параметра β может быть и отвечает действительности.

§ 10. Заключение

1. *Первоочередной задачей теории энтропийных полей является определение структуры потенциала ускорений. Именно этой задаче и посвящена настоящая глава. Из основных результатов здесь следует, прежде всего, выделить опорный потенциал ускорений — обязательный элемент общего представления. Второй важный момент — существование двух самостоятельных задач:*

- а) Установление универсального (канонического) вида потенциала ускорений.*
- б) Выяснение смысла и анализ каждой компоненты канонического представления потенциала ускорений.*

2. *Опорный потенциал ускорений обладает симметрией — законом сохранения энергии. Этот факт вносит первый элемент ясности в энтропийные полюс-поля: энтропийные полюс-поля создают потоки, удовлетворяющие закону сохранения энергии в окрестности ядра ЭПС.*

3. *В отсутствие калибровочной структуры опорный потенциал ускорений описывает регулярное расширение, поток которого носит характер ламинарного движения. Постулирование существования в потоке калибровочной структуры реализует другое — хаотическое решение, содержащее в ядре ЭПС особую точку-полюс. Это второе состояние имеет структуру турбулентного потока. При этом первое состояние менее организовано, тогда как привнесение дополнительной организации все меняет — возникает калибровочный хаос. При этом количественные характеристики калибровочной структуры роли не играют: все определяет факт ее существования.*

4. *Опорный потенциал ускорений имеет смысл потенциала ускорений свободного движения в расширенном темпоральном пространстве.*

5. *В конфигурационном пространстве потенциал расширения описывает расширение.*

Как известно, расширение — характерная черта Вселенной; мы живем в расширяющейся Вселенной, и потенциал расширения описывает это общее свойство.

6. Существует два механизма возникновения полюс-полей; в основе этих механизмов лежат сущности:
 - а) калибровочная структура,
 - б) энтропийное многообразие.
7. Из факта расширения Вселенной следует существование энтропийного времени. Таким образом, существующий ключевой факт строения Вселенной подтверждает гипотезу о существовании энтропийного времени.
8. Косвенное подтверждение гипотезы существования энтропийного времени — наиболее значимый фундаментальный результат моей теории энтропии и естествознания в целом.

Фактическая реализация в Природе и окружающей нас Действительности энтропийного времени приведет к коренному пересмотру существующих воззрений и создает конструктивную основу альтернативного энтропийного описания естествознания, включая Вселенную.
9. Открытие энтропийного времени — ключевой основополагающий результат моей теории энтропийного пограничного слоя (хаотической механики).
10. Интересным фактом является введение потенциала энтропийной группы и особых полей — полей энтропийной группы. Особенность полей энтропийной группы обязана тому, что они не являются дивергентными полями в классическом смысле. Это поля окрестности энтропийного многообразия.

Глава XXVI

Классификация

Содержание

§1. Актуальность проблемы классификации	634
§2. Общая классификация	636
§3. Электромагнитные поля и поля диффузии	638
§4. Поля массы	642
§5. Неньютоновы силы	644
§6. Анализ полей	647
§7. Энтропийное время	649
§8. Инвариантное темпоральное пространство	653
§9. Онтология	655
§10. Заключение	657

§ 1. Актуальность проблемы классификации

I. Одним из общих результатов настоящего раздела и моих книг "Энтропия" и "Энтропия-2", носящим характер итогового документа является введение и концептуальное оформление Энтропийного Мира. Этот результат дал мне основание для представления Вселенной и окружающей нас Действительности в виде Два-Мира; состоящего из двух миров:

1. Энтропийного Мира.
2. Физического Мира.

Аксиоматически определенный и концептуально оформленный Два-Мир имеет свой онтологический уровень; что и дало мне основание для утверждения о существовании онтологического уровня и у естествознания в целом. Таким образом, можно констатировать, что приоритетная и первоочередная задача современного этапа развития естествознания — определение онтологического уровня, решена. Теперь на передний план вышла другая задача — проблема классификации.

Новая конструкция Два-Мира породила совершенно уникальный взгляд на Природу; в котором вместо нарисованной и пропагандируемой классической физикой, унылой материалистической картины, основанной на четырех типах взаимодействий, возникает другая, разноплановая, разноцветная по проявлению и разнообразию различных сущностей сред, полей, потоков и структур,

но чрезвычайно гармоничная и согласованная картина. Именно этот новый взгляд на Природу, вытекающий из материалов моих книг "Энтропия" и "Энтропия-2" и определяет чрезвычайную важность проблемы классификации. С другой стороны, проблема классификации является одной из генеральных, сквозных целей настоящей книги; особенно много внимания ей уделено в настоящем разделе. Поэтому глава "Классификация" призвана объединить частные и разрозненные материалы по проблеме классификации, и выполнить, в некотором смысле, одну из завершающих, итоговых ролей.

Здесь нам необходимо также обратиться к опыту Эзотерического Мира.

В религии, философии и науке сформировались в проблеме классификации две противоположные позиции:

1. Ограниченность взгляда классической физики.
2. Буйство фантазии исследователей Эзотерического Мира.

Мы сейчас находимся между ограниченностью классической физики и буйством фантазии Эзотерического Мира; именно это и создает актуальность проблемы классификации.

После определения онтологического уровня Эзотерического Мира, следующей, крайне нуждающейся в разрешении, задачей и будет проблема классификации.

Без решения этой проблемы дальнейшее продвижение в изучении Эзотерического Мира мне кажется крайне проблематичным.

II. Разнообразие и насыщенность Два-Мира полностью исключает возможность реализации идеи единой классификации на основе одного критерия (признака классификации). Речь идет о многоплановой классификации, опирающейся на представительный набор признаков классификации.

Я сформировал следующий набор признаков классификации:

1. Тип виртуальной сплошной среды.
2. Тип пространства.
3. Тип времени.
4. Тип изолированной особой точки.
5. Проблемная ориентация.

III. В различных пространствах Два-Мира реализуются четыре сущности:

1. сплошная среда,
2. поля,
3. поток,
4. структуры.

Отдельно останавлиюсь на структурах.

Вопрос о структурах был для меня актуальным в течение всего времени написания настоящей книги: этот вопрос повергся значительной разработке и, в принципе, задача классификации структур с позиции современного состояния теории энтропии

не представляется трудноразрешимой. Но я ее решил отставить в стороне. Главная причина — чрезвычайно большое разнообразие их реализации; при этом мы знаем и уже описали их малое число. Большая часть структур еще не открыта; поэтому я решил, что в настоящее время задача подробной классификации структур еще преждевременна. Значительно большая определенность существует с полями и потоками; именно их я и выбрал объектами исследования настоящей главы.

§ 2. Общая классификация

I. Наиболее общая классификация полей производится на основе исходного нормального представления потока в комплексном конфигурационном пространстве Ω_q , расположенном в трехмерном комплексном евклидовом пространстве.

$$A_0 : \quad \dot{q} \triangleq \Lambda q ; q \in \Omega_q.$$

Следуя материалам раздела "Турбулентность", в общем случае диагональную матрицу плотности импульса можно представить так

$$A_1 : \quad \Lambda \triangleq \Lambda_v + i\Lambda_w.$$

Теперь три варианта реализации матрицы Λ определяют три типа полей:

1. $\Lambda = \Lambda_v$ — диссипативные поля.
2. $\Lambda = i\Lambda_w$ — вихревые поля.
3. $\Lambda = \Lambda_v + i\Lambda_w$ — вихре-диссипативные поля.

Эта классификация оказывается чрезвычайно конструктивной и эффективной в разнообразных вопросах и проблемах Два-Мира и его энтропийного описания. Представление A_1 вошло в теорию энтропии в виде обязательного неотъемлемого элемента.

Одной из сильных сторон представления A_1 является описание, либо феноменологическое представление любых состояний Два-Мира в терминах диссипации и ротора (вихря).

Кроме этого, представление A_1 все потенциально важные поля делит на два вида:

1. Ламинарные поля ($\Lambda = \Lambda_v$).

2. Турбулентные поля ($\Lambda_w \neq 0$).

В свою очередь, следствием существования двух видов полей является и два вида пространств.

1. Вещественное пространство (ламинарные состояния).

2. Комплексное пространство (турбулентные состояния).

Это означает, что естественной средой обитания ламинарных полей и потоков является вещественное пространство, тогда как для турбулентных полей и потоков — комплексное пространство. Этот факт и определяет важнейшую роль и значимость комплексных пространств.

II. Второй общий способ классификации полей опирается на фундаментальное свойство матрицы плотности импульса, введенное в разделе "Турбулентность" и широко используемое в символьном выводе разделов "Турбулентность" и "Энтропийный Мир". Речь идет о разделении множества матриц Λ на два класса.

В основе деления лежит факт реализации в ядре ЭПС двух типов изолированных особых точек:

1. Простой полюс.

2. Существенно особая точка.

Простой полюс реализуется тогда, когда в окрестности ядра ЭПС матрица плотности импульса удовлетворяет уравнению

$$A_2: \quad \dot{\Lambda} = i\beta\Lambda^2; \quad \beta = \left\| \begin{array}{c} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{array} \right\|.$$

В другом случае

$$\dot{\Lambda} \neq i\beta\Lambda^2$$

в ядре ЭПС будет существовать существенно особая точка.

Таким образом, в Два-Мире могут реализовываться два и только два типа матриц плотности импульса.

Этот факт приводит к предложению о классификации полей по критерию типа особой точки.

В зависимости от изолированной особой точки существует два типа полей:

1. Полюс-поля (простой полюс).

2. Уникальные поля (существенно особая точка).

Факт существования двух типов полей, обязанных реализации особой точки, относится к числу основных результатов настоящей книги; именно он дает ключ для анализа и формирования разнообразных полей. У меня имеются все основания для предположения о том, что здесь мы имеем дело с основным законом Природы.

Эта классификация оказалась чрезвычайно полезна и конструктивна в символьном выводе и формировании инструментальных средств; уравнение A_2 следует рассматривать как одну из базовых конструкций хаотической механики.

§ 3. Электромагнитные поля и поля диффузии

I. Отличительной чертой электромагнитных полей является отсутствие энтропийного времени; результатом этого является выбор энтропийного многообразия: электромагнитные поля расположены на Гильбертовом поле.

Вторым важным следствием этого является структура комплексного пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$

При расширении

$$\mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}_{3,1}^4$$

четвертая координата, в соответствии с канонами классической физики определяется следующим образом $q_4 = cz$.

Теперь нам следует обратиться к материалам монографии "Энтропия" и получить способом этой книги обобщение уравнений Максвелла в комплексном конфигурационном пространстве. На Гильбертовом поле, расположенном в пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ потенциал ускорений заряда будет

$$B_0: \quad \Theta = -\frac{\varkappa}{2}(\hat{\mathbf{p}} | \hat{\mathbf{p}})_{\mathbb{C}_{3,1}^4} + \frac{\varkappa e}{c}(\hat{\mathbf{A}} | \hat{\mathbf{p}})_{\mathbb{C}_{3,1}^4} - \frac{\varkappa}{2}\left(\frac{e}{c}\right)^2(\hat{\mathbf{A}} | \hat{\mathbf{A}})_{\mathbb{C}_{3,1}^4}$$

$$\hat{\mathbf{A}} = (\hat{A}, \varphi); \quad \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\Omega}_q,$$

\hat{A} — четыре-потенциал,

φ — скалярный потенциал.

Для принятого потенциала ускорений уравнение потока будет

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}} = \varkappa \hat{\mathbf{p}} - \frac{\varkappa e}{c} \hat{\mathbf{A}}.$$

Если импульс обладает потенциалом Ψ и $\hat{\mathbf{p}} = \text{grad} \Psi$, то из глобальной симметрии пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ получаем

$$\hat{H}_q = \text{const} \rightarrow \square \Psi = 0; \quad \square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Поскольку

$$\hat{H}_q = \text{const} \rightarrow \text{div} \dot{\hat{\mathbf{q}}} = 0; \quad \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\Omega}_q$$

и

$$\text{div} \hat{\mathbf{p}} = 0,$$

то

$$\text{div} \hat{\mathbf{A}} = 0.$$

В свою очередь

$$B_1 : \quad \operatorname{div} \hat{A} = 0 \rightarrow \operatorname{div} A + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Это уравнение в случае вещественного конфигурационного пространства известно в электродинамике как калибровочное уравнение Лоренца.

Теперь введем на Гильбертовом поле конфигурационного пространства Ω_q два вектора

$$B_2 : \quad H \triangleq \operatorname{rot} A ; E \triangleq -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial z} - \operatorname{grad} \varphi$$

Эти вектора имеют известный смысл: H — напряженность магнитного поля, E — напряженность электрического поля.

В свою очередь из уравнений B_2 следует

$$\square A + \operatorname{rot} H - \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial z} = 0.$$

Далее для дивергенции вектора E в конфигурационном пространстве Ω_q имеем

$$\operatorname{div} E = -\square \varphi ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

В итоге эти два уравнения дают уравнения связи конфигурационных пространств $\{\Omega_q, \hat{\Omega}_q\}$

$$B_3 : \quad \square A + \operatorname{rot} H - \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial z} = 0,$$

$$\square \varphi + \operatorname{div} E = 0.$$

Здесь оператор Даламбера $\square = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial q_4^2}$ определен в комплексном пространстве Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$, а операторы $\{\operatorname{div}, \operatorname{rot}\}$ — в комплексном евклидовом пространстве \mathbb{C}^3 .

Уравнения B_3 содержат в себе два известных варианта комплексных уравнений электродинамики в виде уравнений Максвелла и в виде векторного волнового уравнения.

С помощью четырех-вектора плотности импульса $\hat{\mu}$ уравнения B_3 разделяются на два компонента, каждый из которых определен на своем многообразии

$$B_4 : \quad \square \hat{A} = -4\pi \hat{\mu} ; \hat{\mathbf{q}} \in \hat{\Omega}_q ; \hat{A} = (A, \varphi) ;$$

$$B_5 : \quad \operatorname{rot} H - \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial z} = 4\pi\mu ; \mathbf{q} \in \Omega_q, \\ \operatorname{div} E = 4\pi\mu_4.$$

В другом случае уравнения $\{B_2, B_3\}$ простым, описанным в моей книге "Энтропия", способом преобразуются в комплексные уравнения Максвелла

$$B_6 : \quad \operatorname{rot} E + \frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial z} = 0 ; \operatorname{div} H = 0 ; \mathbf{q} \in \Omega_q, \\ \operatorname{rot} H - \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial z} = 4\pi\mu ; \operatorname{div} E = 4\pi\mu_4.$$

II. Уравнения движения заряда, описываемого потенциалом ускорений B_0 будут

$$B_7 : \quad \dot{\mathbf{q}} = \varkappa \tilde{\mathbf{p}} ; \tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} ; \mathbf{q} \in \Omega_q, \\ \frac{d\tilde{\mathbf{p}}}{dz} = \frac{e\varkappa}{c} [\tilde{\mathbf{p}} \times \mathbf{H}] + eE ; \dots = \frac{d}{dz}.$$

Отсюда следует известное уравнение Лоренца

$$B_8 : \quad m\ddot{\mathbf{q}} = eE + \frac{e}{c} [\dot{\mathbf{q}} \times \mathbf{H}].$$

Уравнение Лоренца доступно для анализа типа электромагнитных полей.

Рассмотрим частный случай

$$B_9 : \quad A = 0 ; \varphi = \frac{\varphi_0}{r} ; r = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

Для вещественного конфигурационного пространства скалярный потенциал B_9 — это кулоновский потенциал.

Для кулоновского потенциала уравнение B_8 будет

$$m\ddot{\mathbf{q}} = -e\varphi_0 \operatorname{grad} \frac{1}{r} ; \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Сужение этого уравнения в окрестность ядра ЭПС будет

$$B_{10} : \quad m\ddot{\mathbf{q}} = -e\varphi_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{q} ; \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \frac{1}{q} = \left\| \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial q_1} \frac{1}{q_1} \\ \frac{\partial}{\partial q_2} \frac{1}{q_2} \\ \frac{\partial}{\partial q_3} \frac{1}{q_3} \end{array} \right\|.$$

Из уравнения B_{10} следует уравнение потока

$$B_{11}: \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mathbf{q}}}; \quad c_0 = \sqrt{-\frac{2e\varphi_0}{m}}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_k; \quad \frac{1}{\sqrt{\mathbf{q}}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{\sqrt{q_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{q_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{q_3}} \end{array} \right\|.$$

Этому уравнению соответствует матрица плотности импульса

$$\Lambda = \frac{c_0}{\mathbf{q}^{3/2}}; \quad \frac{1}{\mathbf{q}^{3/2}} = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{q_1^{3/2}} \\ \frac{1}{q_2^{3/2}} \\ \frac{1}{q_3^{3/2}} \end{array} \right\|.$$

Асимптотика решения уравнения B_{11}

$$\mathbf{q} \sim z^{3/2}$$

приводит к асимптотике матрицы плотности импульса

$$\Lambda \sim \frac{1}{z}.$$

Этот результат и приводит к фундаментальному выводу.

Утверждение XXVI.1 *Электромагнитные поля обладают в ядре ЭПС изолированной особой точкой-полюсом и являются полюс-полями.*

Итак, предпринятый в п. I и II настоящего параграфа символичный вывод привел меня к заключению о том, что электромагнитные поля являются полюс-полями. Для естествознания это важно.

III. Для классификации диффузионных полей необходимо обратиться к фундаментальному результату особого Гильбертова поля: на особом Гильбертовом поле существует гиперболический импульс.

Как известно из настоящей книги, гиперболический импульс удовлетворяет уравнению гиперболичности

$$B_{12} : \quad \mathbf{pq} = \varkappa E ; \quad \mathbf{pq} = \left\| \begin{array}{l} p_1 q_1 \\ p_2 q_2 \\ p_3 q_3 \end{array} \right\|.$$

Выполним присоединение гиперболического импульса посредством уравнений связи

$$B_{13} : \quad \dot{\mathbf{q}} = \alpha \mathbf{p}.$$

Внося в уравнение B_{13} уравнение гиперболичности B_{12} получаем

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\tilde{\varkappa}}{\mathbf{q}}.$$

Другой вид этого уравнения следующий

$$B_{13} : \quad \frac{d\mathbf{q}^2}{dz} = c_0.$$

Решение этого уравнения имеет канонический вид

$$B_{14} : \quad \mathbf{q} = q_0 \sqrt{z}.$$

Каноническое решение B_{14} приводит к полюсу матрицы импульса, что и приводит к заключению.

Утверждение XXVI.2 *Диффузионные поля являются полюс-полями.*

Здесь я снова установил фундаментальный факт: оказывается, диффузионные поля также являются полюс-полями.

§ 4. Поля массы

I. Рассмотрим классификацию полей, создаваемых массой m (тела, частицы). Будем предполагать, что поля массы реализуются в комплексном конфигурационном либо комплексном расширенном конфигурационном пространствах, при этом ограничимся случаем конфигурационного пространства — распространение либо обобщение здесь не представляет затруднений.

Далее я ограничусь случаем, когда силовое поле описывается формулой Ньютона

$$D_0 : \quad m\ddot{\mathbf{q}} = F ; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q.$$

Для дальнейшего будет необходимо представление в виде

$$\ddot{\mathbf{q}} \triangleq \ddot{\mathbf{q}}^+ + \ddot{\mathbf{q}}^-,$$

$\ddot{\mathbf{q}}^+$ — симметричное ускорение,

$\ddot{\mathbf{q}}^-$ — несимметричное ускорение.

При этом компоненты ускорения, по определению, обладают свойством

$$\ddot{\mathbf{q}}_+^+ \triangleq \ddot{\mathbf{q}}_+^+; [\ddot{\mathbf{q}}] = 2\ddot{\mathbf{q}}_+^-,$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_-^- \triangleq -\ddot{\mathbf{q}}_+^-; \ddot{\mathbf{q}}_{cp} = \ddot{\mathbf{q}}_+^+,$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_{cp} = \frac{\ddot{\mathbf{q}}_+ + \ddot{\mathbf{q}}_-}{2}; [\ddot{\mathbf{q}}] = \ddot{\mathbf{q}}_+ - \ddot{\mathbf{q}}_-.$$

Здесь я нижний индекс "+" присвоил количествам, реализуемым при подходе справа (из будущего) к границе ядра, а индекс "-" — при подходе слева (из прошлого). Теперь на правой и левой границах ядра ЭПС уравнение D_0 будет

$$D_1: \quad m\ddot{\mathbf{q}}_+ = F_+; m\ddot{\mathbf{q}}_- = F_-.$$

Из этих уравнений следует уравнение

$$D_2: \quad m\ddot{\mathbf{q}}_{cp} = F_{cp}; F_{cp} = \frac{F_+ + F_-}{2}.$$

В задаче классификации кроме варианта классической механики ($F_+ = F_-$), описываемого уравнением D_2 , реализуются еще два варианта

$$1. F_{cp} = 0; \quad 2. F_- = 0$$

В обоих вариантах действующая сила определяется одним уравнением

$$D_3: \quad m[\ddot{\mathbf{q}}] = [F],$$

которое вместе с уравнением D_2 дает адекватную запись уравнений D_1 . Отличительным классификационным признаком здесь выступают дополнительные условия ($F_{cp} = 0$ либо $F_- = 0$).

Эти два условия выделяют гравитационное поле и поле инерции

$$1. F_{cp} = 0 \text{ — гравитационное поле,}$$

$$2. F_- = 0 \text{ — поле инерции.}$$

Теперь мы можем записать основные уравнения:

1. Гравитационное поле

$$D_4 : \quad m[\ddot{\mathbf{q}}] = [F] ; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q,$$

$$F_{cp} = 0.$$

2. Поле инерции

$$D_5 : \quad m[\ddot{\mathbf{q}}] = [F] ; \quad \mathbf{q} \in \Omega_q,$$

$$F_- = 0.$$

Гравитационные поля обладают также свойством

$$[\dot{\mathbf{q}}] = 0.$$

Отсюда получаем важное свойство гравитационных полей

$$D_6 : \quad \Lambda_{cp} = 0.$$

В противоположность этому, для полей инерции

$$D_7 : \quad [\dot{\mathbf{q}}] \neq 0 \rightarrow \Lambda_{cp} \neq 0.$$

Приведенный выше символьный вывод привел к выделению двух типов полей массы:

1. Гравитационные поля.
2. Поля инерции.

§ 5. Неньютоновы силы

Весь предшествовавший опыт развития хаотической механики, особенно сосредоточенный в разделе "Энтропийный Мир", привел меня к ключевой гипотезе:

Если $\ddot{\mathbf{q}}$ имеет в ядре ЭПС существенно особую точку, то формула Ньютона

$$m\ddot{\mathbf{q}} = F$$

будет несправедлива.

Другая, более физическая формулировка: *ньютонова сила отсутствует.*

Таким образом, второй закон Ньютона в ядре ЭПС выполняется в случае изолированного полюса и полюс-полей. Следствием этого будет то, что ньютонову механику следует классифицировать как механику полюс-потоков.

При этом не следует забывать важный факт: ньютонова механика не охватывает всех полюс-потоков, а только часть их, обладающих массой.

Общий вывод здесь очевиден: в случае существования существенно особой точки вместо второго закона Ньютона должны существовать другие механизмы формирования силы.

Один такой механизм хорошо известен в гидродинамической теории потенциала ускорений по моей книге "Теория потенциала ускорения". [380].

В гидродинамической теории потенциала ускорений усилие определяется скачком скоростей.

Внесение этого факта дает два механизма формирования неньютоновой силы:

1. $R \sim [\dot{q}]$ — неньютонова сила пропорциональна скачку скоростей.
2. $I \sim [\ddot{q}]$ — неньютонова сила пропорциональна скачку ускорений.

Эти двум механизмам будут соответствовать две формулы:

$$\mathcal{H}_0 : \quad R = \alpha[\dot{q}] ; \quad q \in \Omega_q,$$

$$\mathcal{H}_1 : \quad I = -m[\ddot{q}] ; \quad q \in \Omega_q.$$

Здесь полезно одно замечание.

В теоретической физике явление потери ньютоновой силы хорошо известно; большая часть связанного с этим явлением вращается вокруг термина "перенормировка".

С позиции моей теории ЭПС, перенормировка и есть акт перехода от величины, обладающей существенно особой точкой, к скачку этой величины. Но здесь у физиков возникли серьезные затруднения: попросту говоря, они запутались в сингулярностях и создали для себя большие математические трудности.

Формулы $\{\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_1\}$ соответствуют как общим, так и различным полям. Поля формулы \mathcal{H}_1 я уже идентифицировал: эта формула описывает гравитационные поля и поля инерции.

Если силу принять в виде

$$I = -[F] ,$$

то мы снова получим уравнение гравитационного поля и поля инерции.

Полагая обычным образом

$$F = grad\Pi ,$$

мы получим двойственность

$$I = \begin{cases} -m[\ddot{\mathbf{q}}] \\ -[grad\Pi] \end{cases}.$$

Теперь следует выделить общие поля. Будем предполагать, что векторы

$\{\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}\}$ удовлетворяют условию коммутации

$$[\ddot{\mathbf{q}}] = \frac{d}{dz}[\dot{\mathbf{q}}].$$

В этом случае

$$\mathcal{H}_2: \quad \frac{dR}{dz} = \alpha[\ddot{\mathbf{q}}]; \quad I = -\frac{m}{\alpha} \frac{dR}{dz}.$$

Либо

$$R = -\frac{\alpha}{m} \int^z I dz_1 + R_0.$$

Эта формула выделяет самостоятельную структуру

$$\mathcal{H}_4: \quad R = \alpha[\dot{\mathbf{q}}]; \quad R = R_0.$$

Поле, на котором определена эта формула, не входит в состав полей формулы \mathcal{H}_1 , а, следовательно, принадлежит самостоятельному виду. Но теперь возникает вопрос: если существуют поля, для которых количества $\{R, I\}$ сводимы, то какое из них истинная сила?

Этот вопрос полностью относится к физической интерпретации. Здесь оказывается справедливым правило: существуют две альтернативные интерпретации:

1. В первой интерпретации существуют физические поля, в которых сила — это I .
2. Во второй интерпретации существуют физические поля, в которых сила — это R .

Итог здесь полностью определяется логикой настоящей главы и книги в целом.

Утверждение XXVI.3 *Поля первой интерпретации — это гравитационные поля и поля инерции. Сила полей первой интерпретации определяется формулой*

$$I = -m[\ddot{\mathbf{q}}].$$

Утверждение XXVI.4 *Физические поля второй интерпретации — это вихревые физические поля. Сила вихревых физических полей определяется формулой*

$$R = \alpha[\dot{q}].$$

Окончательный результат классификации уникальных физических полей содержится в следующем утверждении.

Утверждение XXVI.5 *В Физическом Мире существует три вида уникальных полей:*

1. Уникальные гравитационные поля.
2. Поля инерции.
3. Вихревые поля.

§ 6. Анализ полей

В теоретической физике широко распространено и культивируется утверждение о существовании во Вселенной только четырех типов взаимодействия:

1. гравитационное,
2. электромагнитное,
3. слабое ядерное,
4. сильное ядерное.

Оставим в стороне ядерные взаимодействия (слабое и сильное), поскольку они не являются предметом настоящей книги. При этом я учел то, что два первых взаимодействия (гравитационное и электромагнитное) имеют фундаментальное описание, тогда как ядерные взаимодействия пока описываются феноменологическими теориями. Получается, что в методологии современных физических воззрений, кроме ядерных полей, существуют только два поля:

1. Гравитационные поля.
2. Электромагнитные поля.

Вне всякого сомнения, подобное представление о Вселенной достаточно односторонне и узкое; количество реально существующих полей значительно превышает число четыре (либо два). В частности, теоретическая физика исключила из числа самостоятельных полей гидродинамические поля: гидродинамическое взаимодействие, не сводимое к какому-либо взаимодействию из традиционной четверки, имеет самостоятельное значение.

В свою очередь, гидродинамические поля состоят из ламинарных и турбулентных полей. Как следует из моей теории турбулентности (см. раздел "Турбулентность"), ламинарные и турбулентные поля принципиально отличаются на глубинном уровне и их следует рассматривать как самостоятельные поля. Таким образом, гидродинамика дает нам еще два поля:

1. Ламинарные поля.
2. Турбулентные поля.

В Природе гидродинамические поля имеют такой же уровень всеобщности как электромагнитные либо гравитационные поля; и мне совершенно непонятно, почему теоретическая физика замалчивает факт их существования. Здесь выражение "совершенно непонятно" не совсем верное. Причина здесь есть: гидродинамические поля не вписываются в современную концептуальную модель физики — модель, содержащую "пустое пространство". Согласившись с гидродинамическими полями, мы автоматически вводим в аксиоматическую базу сплошную среду. Сплошная среда потребует пересмотра концептуальных основ ортодоксальной физики: к чему физики-теоретики еще не готовы.

Еще один самостоятельный тип полей реализован в диффузии: результатом этого будет появление в списке проявленных полей диффузионных полей. В Природе диффузионные поля чрезвычайно широко распространены; в качестве характерного примера можно назвать тепловые поля. Здесь я снова подошел к очевидной необходимости и целесообразности включения в состав самостоятельных полей диффузионного поля. Нельзя оставить в стороне и предмет исследования главы "Поля и потоки инерции" — поля инерции. Новый объект естествознания — поля инерции, имеют все характерные черты самостоятельного типа полей, и их следует включить в состав самостоятельных полей.

В итоге, у меня, вместо небольшого списка ортодоксальной физики, получился следующий список самостоятельных физических полей:

1. Гравитационные поля.
2. Электромагнитные поля.
3. Ламинарные гидродинамические поля.
4. Турбулентные гидродинамические поля.
5. Диффузионные поля.
6. Поля инерции.
7. Слабые ядерные поля.
8. Сильные ядерные поля.

Ясно, что Физический Мир, содержащий восемь полей, значительно богаче, чем Физический Мир идеологов и сторонников четырех видов взаимодействия.

И это еще не все. В список я пока не включил непроявленные тонкоматериальные поля — предмет многочисленных исследований естествоиспытателей. Здесь причина состоит в том, что эти поля еще не идентифицированы и их классификация пока еще не

существует. Это значительный резерв для пополнения полей Природы; и это пополнение в ближайшее время произойдет. Первый шаг в этом направлении я сделал в настоящем разделе, в частности, последние параграфы настоящей главы посвящены тонкоматериальным энтропийным полям.

Перейду теперь к основоположному ключевому звену. Содержащиеся в настоящей монографии материалы привели к следующему выводу.

Утверждение XXVI.6

1. *Ньютоновы гравитационные поля.*
2. *Электромагнитные поля.*
3. *Ламинарные гидродинамические поля.*
4. *Турбулентные гидродинамические поля.*
5. *Диффузионные поля.*

являются полюс-полями.

Это означает, что содержащиеся в утверждении физические поля имеют в ядре ЭПС изолированный простой полюс.

Для естествознания этот факт основоположен; оказывается, что основная группа физических полей имеет общее свойство: они обладают в ЭПС полюсом.

Вне сомнения, этот фундаментальный факт приводит к принятому мною конструктивному критерию классификации полей: *Критерием классификации полей естествознания является тип изолированной особой точки в ядре ЭПС.* Альтернатива классификации очевидна:

1. Изолированный простой полюс.
2. Существенно особая точка.

§ 7. Энтропийное время

I. Мне необходимо обратиться к анализу поведения энтропийного времени в окрестности ядра ЭПС. Опорной структурой этого анализа является дивергентный инвариант σ_1 .

Если, следуя материалам главы "Хаос и внутреннее время", существование дивергентного инварианта в окрестности ядра ЭПС интерпретировать как существование его ряда Лорана, то мы получим альтернативу:

1. Дивергентный инвариант существует (имеет изолированный полюс).
2. Дивергентный инвариант не существует (обладает существенно особой точкой).

Следствием этой альтернативы будет существование, либо несуществование, энтропийного времени.

Отсюда мы и приходим к основному результату главы "Хаос и внутреннее время": *к факту отсутствия энтропийного времени в окрестности ядра ЭПС в случае существенно особой точки.*

Обратимся теперь к уравнению энтропийного времени

$$I_0: \quad \frac{ds}{dz} = w; \quad w = \sigma_1; \quad \varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}.$$

Как описано в материалах главы "Уникальный экстремальный пограничный слой", включение в теорию рада Лорана и классификация особых точек обязана представлению дивергентного инварианта (либо комплексной скорости w) в виде аналитической функции комплексного переменного z в кольце $\varepsilon < |z| < \sqrt{\varepsilon}$. Но как нам быть когда ряд Лорана не существует, а существует существенно особая точка? Нужно обратиться к истокам уравнения I_0 и пересмотреть аксиому зависимости комплексной скорости от переменной z . Нам необходимо отказаться от этой аксиомы и, опираясь на феноменологию ЭПС, ввести другую аксиому: *возникновение существенно особой точки означает невыполнимость постулата зависимости дивергентного инварианта (либо комплексной скорости) от комплексного переменного z .*

Феноменология этой аксиомы выглядит следующим образом: комплексное переменное z имеет смысл астрономического времени, и в этом случае отсутствие энтропийного времени означает его хаотическое поведение с позиции внешнего наблюдателя (расположенного вне ЭПС).

В масштабе астрономического времени внешний наблюдатель вместо единственной реализации энтропийного времени наблюдает хаос в окрестности ядра ЭПС.

Именно эта феноменология точно воспроизводится существенно особой точкой. Для конструктивного решения возникшей проблемы необходимо изменить условия наблюдения: наблюдателя поместить в ядро ЭПС и наблюдать хаотическое поведение астрономического времени в масштабе энтропийного времени. В этой картине энтропийное время будет вести себя регулярно, тогда как астрономическое время приобретает хаотическое поведение. В символическом виде это изменение картины выглядит следующим образом

$$I_1: \quad w(z) \rightarrow w(s).$$

Описанные выше два способа наблюдения определяют два сценария поведения:

Первый сценарий: В масштабе астрономического времени размыто энтропийное время.

Второй сценарий: В масштабе энтропийного времени размыто астрономическое время.

Но теперь, если действовать по второму сценарию, надо ввести вместо уравнения энтропийного времени другое уравнение — уравнение астрономического времени

$$\frac{dz}{ds} = M ; M = M(s) ; \varepsilon_1 < |s| < \sqrt{\varepsilon_1} ; M = \frac{1}{w}.$$

II. Уравнение астрономического времени совместно с исходным уравнением энтропийного времени приводит к важной интерпретации связи пространств

$$\Omega_y \rightarrow \Omega_q.$$

Здесь мне нужно обратиться к гипотезе инвариантности и изначально принять, что состояние в темпоральном пространстве не зависит от астрономического времени. В этом случае основные уравнения темпорального пространства, описывающие совокупность (множество) потенциально возможных (виртуальных) состояний не будут содержать астрономическое время.

Но из множества потенциально возможных состояний нас интересуют те, что проникают в Физический Мир (более точно — в конфигурационное пространство). Но здесь канал проникновения один — время.

Уравнение астрономического времени и выделяет из темпорального пространства состояния, реализуемые (либо наблюдаемые) в конфигурационном пространстве.

$$\text{Из : } \frac{dz}{ds} = M : \{y \in \Omega_y\} \rightarrow \{q \in \Omega_q\}.$$

В этой формулировке проблема особого поведения энтропийного времени переходят в проблему особого поведения астрономического времени.

Но эта ситуация хорошо нам знакома по разделу "Слабый ЭПС".

В задаче возникает хаос; причиной которого является хаотическая зависимость астрономического времени от энтропийного времени. В темпоральном пространстве состояние среды может быть "хорошим", но оно генерирует хаотическое поведение из-за хаотической связи времен.

III. Наиболее характерные черты мультипликативного хаоса я установил при анализе уравнения астрономического времени

$$\text{И}_4 : \quad z = \int^s M(s_1) ds_1 + z_0.$$

Здесь интересный путь исследования основан на задании вида (либо структуры) комплексной скорости M (или астрономического времени).

В первом характерном частном случае

$$M = M_0 e^{\beta s}$$

имеем уравнение

$$\text{И}_5 : \quad \frac{dM}{ds} = \beta M.$$

Это уравнение легко преобразуется в известное уравнение полюс-полей

$$\text{И}_6 : \quad \frac{d\sigma_1}{dz} = -\beta \sigma_1^2.$$

Отсюда получается интересный факт: *в масштабе энтропийного времени полюс-поля — это поля расширения.*

Во второй задаче, содержащей комплексную скорость

$$M = M_0 s e^{\beta s^2},$$

связь времен определяется формулой

$$s = \sqrt{\frac{\ln z}{\beta}}.$$

В этом случае реализуется существенно особая точка и вектор плотности импульса будет

$$\text{И}_7 : \quad \Lambda = \frac{\Lambda_0}{z \sqrt{\ln z}}.$$

Еще один интересный случай реализуется при задании астрономического времени

$$z = d_0 e^{\beta s^\infty}.$$

Здесь энтропийное время будет

$$s = \left(\frac{\ln z}{\beta} \right)^{1/\alpha}.$$

Этой зависимости соответствует вектор плотности импульса

$$I_8 : \quad \Lambda = \frac{\Lambda_0 (\ln z)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}{z}.$$

Формула I_8 описывает большую совокупность уникальных полей. Смысл приведенного анализа очевиден: переход к уравнению астрономического времени открывает широкие возможности для выбора и анализа уникальных полей.

Глубинная феноменология здесь также ясна: присущее существенно особой точке хаотическое поведение полей и потоков обязано не хаосу в ядре ЭПС, а хаотической зависимости астрономического времени от энтропийного времени. В силу этого возникает хаотическая связь темпорального и конфигурационного пространств. Но здесь и появляется основополагающий факт: при этом, состояние непроявленной среды темпорального пространства будет регулярным. Этот факт и создает концептуальную основу исследования уникальных полей.

§ 8. Инвариантное темпоральное пространство

Вне всякого сомнения, введенная в предыдущем параграфе гипотеза инвариантности играет ключевую роль в проблеме темпорального пространства.

Если, в соответствии с этой гипотезой принять, что состояние сплошной среды темпорального пространства реализуется независимо от состояния сплошной среды конфигурационного пространства, то мы приходим к темпоральной симметрии — инвариантности сплошной среды темпорального пространства.

Наиболее важное свойство темпоральной симметрии определяется следующим утверждением.

Утверждение XXVI.7 *В случае существования темпоральной симметрии в инвариантной сплошной среде темпорального пространства астрономическое время отсутствует.*

Противоположная гипотеза наделяет темпоральное пространство астрономическим временем; в результате, вектор длитель-

ности, обладая альтернативным свойством будет иметь двойственное представление

$$K_0 : \quad y \triangleq \begin{cases} y(z) \\ y(s) \end{cases}.$$

Между двумя компонентами этой двойственности не существует противоречий, но существует принципиальное различие.

Суть различий состоит в следующем.

В первом случае вектор $y \triangleq y(z)$ определяет состояния темпорального пространства, реализуемые и согласованные с состояниями конфигурационного пространства. Фактически, это означает существование реализованного гомоморфизма

$$\Omega_y \rightarrow \Omega_q.$$

В другом случае рассматривается более общая ситуация, когда темпоральное пространство существует независимо от конфигурационного пространства. В этом случае наблюдатель, расположенный в темпоральном пространстве, ничего не знает и не догадывается о существовании конфигурационного пространства и астрономического времени. Дедуктивная логика исследования здесь принципиально отличается от первого случая.

Прежде всего он содержит два этапа. На первом этапе независимо изучается состояние сплошной среды темпорального пространства. На втором этапе к математическим структурам первого этапа присоединяется определяющее уравнение — уравнение астрономического времени.

Здесь основополагающее значение приобретает уравнение астрономического времени, играющее роль уравнения связи двух пространств.

Именно уравнение астрономического времени и поддерживает приведенный выше гомоморфизм двух пространств.

Получается, что первая компонента двойственности K_0 описывает связанное состояние темпорального пространства, тогда как вторая — свободное.

Этим двум состояниям будут соответствовать два типа полей:

1. связанные энтропийные поля,
2. инвариантные энтропийные поля.

В случае изолированного полюса энтропийные полюс-поля следует рассматривать как связанные поля, в то время как при возникновении существенно особой точки надо обращаться к модели свободных полей, лишив темпоральное пространство астрономического времени.

Замечу, что приведенный выше анализ формирует четкий механизм возникновения астрономического времени.

Астрономическое время возникает в событии — контакте постоянного темпорального и конфигурационных пространств. Этот контакт порождает движение (структуру) и время в конфигурационном пространстве.

Итоговому документу анализа инвариантного темпорального пространства я придал вид следующего утверждения.

Утверждение XXVI.8 *В инвариантных энтропийных полях*

1. *отсутствует астрономическое время,*
2. *параметризация происходит с помощью энтропийного времени,*
3. *уравнением связи темпорального и конфигурационных пространств является уравнение астрономического времени.*

В заключение, я приведу в другой формулировке уже знакомый основоположный факт настоящей монографии, имеющий смысл открытия: из идеи существования инвариантного темпорального пространства наиболее четко следует заключение: "структурная энтропия — энтропийное время, является структурой комплексного темпорального пространства."

§ 9. Онтология

I. Открытие инвариантных энтропийных полей дало мне последнее недостающее звено формирования новой концептуальной модели Вселенной и окружающей нас Действительности.

Основополагающие позиции концептуальной модели следующие:

I. Структура

Любой объект Вселенной погружен в две виртуальные сплошные среды:

1. темпоральную сплошную среду,
2. физическую сплошную среду.

II. Базовые геометрические объекты

Базовыми геометрическими объектами являются комплексные пространства:

1. Темпоральное пространство.
2. Расширенное темпоральное пространство.
3. Конфигурационное пространство.
4. Расширенное конфигурационное пространство.
5. Фазовое пространство.
6. Пространство импульса.

III. Примат

Примат принадлежит темпоральному пространству; первичными являются состояния, события, структуры сплошной среды в темпоральном и расширенном темпоральном пространствах.

IV. Время

Существует два комплексных времени:

1. Энтропийное время.
2. Астрономическое время.

V. Энтропия

Энтропия — это структура темпорального пространства.

Структурная энтропия — это энтропийное время.

VI. Гомоморфизм пространств

Гомоморфизм пространств устанавливается с помощью уравнения астрономического времени.

VII. Характерное событие

Характерное событие — это возникновение контакта темпорального и конфигурационного пространств.

В момент возникновения контакта устанавливается связь времен и переменных двух пространств.

VIII. Характерная структура

Возникающая в результате характерного события структура, содержит два поля:

1. связанное энтропийное поле,
2. физическое поле.

IX. Наблюдаемость

Возникшая в результате контакта и наблюдаемая в физическом мире сущность содержит три компоненты:

1. структура,
2. физическое (наблюдаемое) поле,
3. энтропийное (ненаблюдаемое) поле.

X. Два-Мир

Два-Мир состоит из Физического Мира и Энтропийного Мира.

XI. Онтологический уровень

Онтологический уровень Энтропийного Мира и энтропийного описания — уровень темпорального (либо расширенного темпорального) пространства.

II. В заключение я решил высказать свои суждения по термину "Физический Вакуум".

Как следует из моей модели естествознания, Физический Вакуум является структурой конфигурационного (либо расширенного конфигурационного) пространства. Классическая физика наделяет Физический Вакуум свойствами содержания и обитания

ненаблюдаемых сущностей — потенциально возможных реализаций физических сущностей — элементарных частиц.

Но из приведенных моих материалов следует, что этими свойствами Физический Вакуум не обладает; ненаблюдаемые сущности содержатся в темпоральных пространствах. Поэтому наделение Физического Вакуума обобщенными свойствами ненаблюдаемости недостаточно обосновано.

Полагая, что Физический Вакуум является вместилищем ненаблюдаемых сущностей, полей, состояний, мы приходим к идее размещения онтологического уровня Эзотерического Мира в Физическом Вакууме. Эта точка зрения получила достаточно широкое распространение, но ее неудовлетворительность следует из того, что Эзотерический Мир расположен не в комплексных конфигурационных пространствах, а в комплексных темпоральных пространствах.

Позиция о расположении Эзотерического Мира в Физическом Мире естественным образом приводит к утверждению о том, что нижний иерархический уровень "Абсолютное ничто" также находится в конфигурационном пространстве. Но это не согласуется с энтропийной картиной Мира. "Абсолютное ничто" — это объект темпорального (либо расширенного темпорального) пространства.

В концептуальной модели существует ясное и четкое разделение того, что принадлежит Физическому Миру от сущностей и объектов Энтропийного Мира. И в этом разделении Физический Вакуум содержит только сущности и объекты Физического Мира; потенциальности (ненаблюдаемые сущности) содержатся в Энтропийном Мире. В свою очередь Энтропийный Мир расположен в расширенном темпоральном пространстве: именно расположение Энтропийного Мира в расширенном комплексном темпоральном пространстве и поддерживает свойство абсолютной ненаблюдаемости, что, в свою очередь, приводит к Великой Тайне Мироздания. Великая Тайна и состоит в том, что первичный онтологический уровень — уровень, на котором происходят изначальные, глубинные, основные события нашей Жизни, находится в ненаблюдаемом комплексном расширенном темпоральном пространстве. В некотором смысле, современное естествознание близко к разгадке Великой Тайны, а, может быть, уже и разгадало ее. Здесь я веду речь о настоящей книге.

§ 10. Заключение

Идея бестелесна и не состоит из вещества, но она придает образ и форму бесформенной материи и становится причиной ее проявления. (Плутарх)

Эпилог

Феноменология экстремального пограничного слоя

Содержание

§1. Принцип максимума энтропии Панченкова и принцип Гамильтона	658
§2. Что такое структурная энтропия	664
§3. Комплексные пространства	666
§4. Два времени	667
§5. Темпоральное пространство	668
§6. Энтропия, время, информация	670
§7. Калибровочные симметрии	672
§8. Мультипликативный хаос	674
§9. Энтропийная непрерывная группа	676
§10. Заключение	678

§ 1. Принцип максимума энтропии Панченкова и принцип Гамильтона

I. Вне всякого сомнения, энтропийная концептуальная модель естествознания, вместе с методологией, символьным выводом и эффективными уникальными инструментальными средствами дает альтернативный способ описания Природы и Действительности. Присоединив новый альтернативный способ к традиционному физическому способу, мы получаем два варианта:

1. Энтропийное описание.
2. Физическое описание.

Первичной сущностью, лежащей в основе этих вариантов, является фундаментальный экстремальный принцип.

Как известно, в основе преобладающего числа классических и современных физических исследований лежит принцип Гамильтона. С другой стороны, в основе энтропийного описания лежит

открытый мною новый экстремальный принцип — принцип максимума энтропии. Этот экстремальный принцип введен и получил обоснование в монографии "Энтропия". По сути, две мои книги — "Энтропия" и "Энтропия-2" — полностью основаны на принципе максимума энтропии Панченкова. Именно это моя находка и дала жизнь энтропийному описанию природы и окружающей Действительности.

Напомню, что концептуальная модель отдельной науки, либо естествознания в целом, опирается на две базовые сущности:

1. Объект.

2. Фундаментальный экстремальный принцип.

При этом объект исследования должен иметь аксиоматическое определение; аксиоматика объекта исследования определяет концептуальную целостность, уровень общности и естественно-научную значимость той или иной концептуальной модели.

В энтропийной концептуальной модели объект исследования существует — это аксиоматически определенная виртуальная сплошная среда. Но сложнее обстоит дело в физике; с большой долей условности можно считать, что в основных разделах классической физики объект исследования существует, но в целом в физике как в основном разделе естествознания, единого объекта еще нет. Но, тем не менее, следуя установившейся традиции, я буду предполагать, что даже в отсутствии единой аксиоматической базы в классической физике существует общий экстремальный принцип — принцип Гамильтона.

II. Отличительной чертой принципа максимума энтропии Панченкова является его вселенная общность; именно общность этого принципа и создала необходимые условия для существования единого объекта естествознания — виртуальной сплошной среды и единого способа энтропийного описания. Но, с другой стороны, при внесении частных предположений в сопоставимых условиях на множестве регулярных решений мой новый экстремальный принцип оказывается адекватным принципу Гамильтона.

Таким образом:

1. В сопоставимых условиях принцип максимума энтропии адекватен принципу Гамильтона.
2. В несопоставимых условиях фундаментальным экстремальным принципом является принцип максимума энтропии Панченкова.

Я могу назвать и геометрический объект сопоставимых условий: это Гильбертово поле.

Противоположный случай несопоставимых условий характеризуется многочисленными реализациями разнообразных энтропийных многообразий, среди которых наибольшей общностью обладает экстремальный пограничный слой. Здесь я и прихожу

к хорошо известной по моим двум монографиям ("Энтропия", "Энтропия-2") семантической интерпретации:

Экстремальный пограничный слой — это энтропийное многообразие, на котором не справедлив принцип Гамильтона.

В целом здесь возникает вывод: принцип Гамильтона среди большого числа энтропийных многообразий охватывает только один частный вид — Гильбертово поле.

III. Обладая красотой и общностью в рамках физического описания, принцип Гамильтона вызывает восхищение; и в этом экстазе мы увязываем принцип Гамильтона с Творцом. Многие философы и физики рассматривают этот принцип как уникальное создание Творца; этот взгляд и приводит к его метафизической сущности. Из факта большой интеллектуальной насыщенности принципа Гамильтона делается вывод о несомненно большом могуществе его создателя — Творца Природы. И здесь производится еще одно действие — наделение Творца свойствами высшего разума — Бога. Отсюда мы и приходим к метафизической интерпретации: Принцип Гамильтона — творение Бога. И, если принцип Гамильтона обладает интеллектом, реализующим великолепные предсказательные способности, то каким интеллектом должен обладать его Творец.

Одну из своих задач настоящего параграфа я вижу в доказательстве того, что эта метафизическая интерпретация далека от истинного положения дел и, в определенном смысле, является следствием укоренившегося заблуждения. Нам необходимо обратиться к глубинному смыслу; но при этом я смогу реализовать это обращение только по отношению к принципу максимума энтропии Панченкова, поскольку принцип Гамильтона глубинным смыслом не обладает.

Нам необходимо выяснить глубинную причину и, как следствие, глубинный смысл принципа максимума энтропии.

Обратимся к первооснове нормального ЭПС — нормальному представлению потока

$$A_0: \quad \dot{q} = \Lambda q; \quad q \in \mathcal{E}_k.$$

Здесь нам следует обратить внимание на расположенную на энтропийном многообразии \mathcal{E}_q конгруэнцию \mathcal{E}_k .

Поток A_0 расположен на конгруэнции \mathcal{E}_k и при конкретной реализации конгруэнция \mathcal{E}_k будет иметь вид ленточного энтропийного многообразия. Этот факт приводит к заключению о том, что *энтропийное многообразие \mathcal{E}_q , на котором расположен нормальный поток — ленточное энтропийное многообразие.*

В частном случае, при гидродинамической интерпретации энтропийное многообразие \mathcal{E}_q будет поверхностью тока, не "объемностью" тока, а поверхностью тока.

Теперь в соответствии с концептуальным оформлением ЭПС, я введу структурную энтропию

$$A_1: \quad H_q = (E \mid \overline{\ln q})_{\mathbb{C}^n}$$

либо

$$H_q = \ln \vee_q; \vee_q = \Pi_q; \Pi_q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}.$$

Обращаю внимание читателя на важнейшую деталь: энтропия A_1 не Больцмановская энтропия. Эту энтропию я ввел в книге "Энтропия", и оказалось, что она в естествознании играет ключевую роль.

Теперь, следуя стандартной технике теории ЭПС, я из уравнений $\{A_1, A_2\}$ получаю уравнение структурной энтропии

$$A_2: \quad \frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad \sigma_1 = Sp \Lambda.$$

Здесь мне необходимо обратиться к исходному объекту энтропийной концептуальной модели — виртуальной сплошной среде. В соответствие с аксиоматическим определением, виртуальная сплошная среда расположена в комплексном фазовом пространстве

$$\Omega = \Omega_q \times \Omega_p:$$

$$\Omega_q \subset \mathbb{C}^m; \quad \Omega_p \subset \mathbb{C}^n.$$

Далее общая энтропия обладает двойственным представлением

$$A_3: \quad H_f \triangleq H_q + H_p.$$

H_q — структурная энтропия, H_p — энтропия импульса.
В свою очередь энтропийное многообразие будет

$$A_4: \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}_q \times \mathfrak{E}_p; \quad \mathfrak{E}_q \subset \Omega_q; \quad \mathfrak{E}_p \subset \Omega_p.$$

Структура энтропийного многообразия определяется уравнением A_0 , а структурная энтропия — уравнением A_2 , но у нас пока нет уравнений или условий выбора энтропийного многообразия \mathfrak{E}_p и энтропии импульса H_p .

Возникает произвол выбора, который снимается существованием глобальной симметрии — законом сохранения энтропии $H_f = \text{const.}$

Эту глобальную симметрию можно рассматривать как постулат, но можно привести ряд чрезвычайно убедительных аргументов ее обоснования. Наиболее весомый и убедительный аргумент — моя книга "Энтропия -2". Проблема достоверности и обоснования глобальной симметрии — закона сохранения энтропии — является сквозной темой настоящей книги.

Для феноменологии и семантики принципа максимума энтропии Панченкова важным является то, что в теории ЭПС глобальная симметрия $H_p = \text{const}$ вводится раньше принципа максимума энтропии.

Получается, что принцип максимума энтропии в исходной формулировке в теории ЭПС не применяется и, в некотором смысле, не нужен. Да, при прямолинейном взгляде, не нужен; нужен не принцип максимума энтропии, а закон сохранения энтропии — глобальная симметрия. Но теперь возникает вопрос: где же возникает необходимость в принципе максимума энтропии? Ответ на этот вопрос и приводит к глубинному смыслу принципа максимума энтропии Панченкова. Необходимость в принципе максимума энтропии возникает при переходе от структурной энтропии Панченкова A_1 к больцмановскому представлению структурной энтропии

$$A_5 : \quad H_q = - \int_{\Omega_q} \eta \cdot \ln \eta \, d\mathbf{q}.$$

IV. Если мы главный атрибут виртуальной сплошной среды — энтропию — определим формулой Больцмана, а для структурной энтропии примем больцмановское представление A_5 , то нам для реализации энтропийного описания необходимо вводить в теорию принцип максимума энтропии. Так я и сделал в монографии "Энтропия".

Получается, что в некотором смысле, принцип максимума энтропии Панченкова является структурой больцмановского представления энтропии. Основоположная глубинная роль этого принципа здесь ясна. Принцип максимума энтропии выделяют из больцмановской энтропии

$$A_6 : \quad H_f = - \int_{\Omega} \rho \ln \rho \, d\Omega.$$

энтропийное многообразие и устанавливает факт существования глобальной симметрии $H_f = \text{const}$.

Здесь и становится очевидным основное ядро: в случае больцмановского представления энтропии принцип максимума энтропии Панченкова решает две глобальные задачи:

1. Конструирует энтропийное многообразие.
2. Устанавливает глобальную симметрию — закон сохранения энтропии.

Теперь мы располагаем двумя комплектами первичных сущностей:

I. ЭПС.

1. Нормальный поток.
2. Структурная энтропия Панченкова.
3. Энтропия импульса.
4. Глобальная симметрия — закон сохранения энтропии.

II. Энтропийное многообразие.

1. Больцмановское представление энтропии и ее компонент.
2. Принцип максимума энтропии Панченкова.

Опираясь на дедуктивную логику хаотической механики, в которой примат принадлежит ЭПС, я обнаружил, что первичным элементом энтропийной концептуальной модели естествознания является не принцип максимума энтропии, а глобальная симметрия — закон сохранения энтропии. Принцип максимума энтропии дает лишь способ обнаружения этой глобальной симметрии для изучения состояний виртуальной сплошной среды вне ЭПС.

V. Далее, установив примат глобальной симметрии, мы обнаруживаем, что у нас исчезли основания для придания ей глубокого метафизического смысла. Закон сохранения энтропии имеет четкий естественно-физический смысл, отражает главную черту ЭПС — существование хаоса в ядре и в окрестности ядра ЭПС. Все относящиеся к этому вопросу детали я многосторонне и подробно изучал по тексту монографии. Достаточно вспомнить гиперболический импульс. Здесь на смену метафизическому толкованию и философским обсуждениям пришли четкие и ясные научные факты хаотической механики.

В заключение мне надлежит обратиться к принципу Гамильтона. Этот принцип не имеет глубинного смысла и иногда рассматривался как удачная находка, приводящая к верным результатам.

Из приведенного анализа следует, что принцип Гамильтона в большей мере является счастливой случайностью, оказавшейся адекватной закону сохранения энтропии и принципу максимума энтропии Панченкова в одном частном случае энтропийного многообразия — Гильбертовом поле.

§ 2. Что такое структурная энтропия

I. Проблема семантической интерпретации энтропии является основополагающей проблемой моей концептуальной модели естествознания. В первой книге "Энтропия" она находится в центре внимания и, по существу, подверглась значительной разработке; но окончательный, завершённый вид проблема семантики энтропии приняла в настоящей книге. Дело здесь в том, что понятие "энтропия" является одним из противоречивых и дискуссионных понятий классической физики; с момента ее включения в теоретическую схему физики и естествознания в течение более полутора столетий ведутся непрерывные дискуссии о смысле энтропии. Вразумительных результатов дискуссии не дали и только две мои книги "Энтропия" и "Энтропия-2" содержат полный и точный ответ на вопрос: "Что такое энтропия?"

Начну изложение с известного по книге "Энтропия" основополагающего факта: *В противоположность статистической термодинамике, в которой термодинамическая энтропия имеет отрицательный смысл, общая энтропия нашей теории является положительной сущностью.*

В основе проблемы семантики энтропии лежит фундаментальное двойственное представление

$$B_0: \quad H_f \triangleq H_q + H_p.$$

Здесь

H_f - общая энтропия, H_q - структурная энтропия, H_p - энтропия импульса.

Ясно, что в этом случае мы вместе с установлением смысла общей энтропии должны определить семантику ее компонентов: структурной энтропии и энтропии импульса.

Одним из результатов книги "Энтропия" является следующее утверждение:

Утверждение XXVII.1 *Энтропийная концептуальная модель естествознания формирует онтологический уровень, на котором энтропия имеет чрезвычайно богатую и разнообразную феноменологию.*

Отсюда получается, что в рамках книги "Энтропия" отсутствовала возможность введения единого универсального определения общей энтропии. В связи с этим в качестве определения я привел ряд ключевых фактов, среди которых наибольшей значимостью обладают следующие:

Энтропия — это:

- мера совершенства виртуальной сплошной среды и ее структур,
- мера упорядоченности виртуальной сплошной среды,
- время жизни структуры.

Именно эти факты и легли в основу разработки проблемы семантики энтропии в настоящей книге.

II. В книге "Энтропия" я установил, что энтропия может интерпретироваться как время жизни структуры, но в этом случае мой принцип максимума энтропии имеет ясную и простую интерпретацию.

В терминах процесса эволюции и жизни экстремальный принцип Панченкова интерпретируется как принцип максимума жизни.

Но здесь существует и другой ключевой факт, приведший меня к открытию Тайны Энтропии:

Утверждение XXVII.2 *При интерпретации энтропии как времени жизни структуры структурная энтропия приобретает смысл внутреннего времени.*

Этот факт участвовал в формировании аксиоматической базы теории экстремального пограничного слоя и, вместе с теорией предельной корректности, в основном и определил облик хаотической механики.

В итоге, вводя энтропийное время и отождествляя его со структурной энтропией я сформулировал в главе XXI уравнение энтропийного времени посредством определения:

Определение XXI.3. *Уравнение энтропийного времени — это сужение уравнения структурной энтропии*

$$B_1 : \quad \frac{dH_q}{dz} = w; \quad H_q = s; \quad w = \sigma_1; \quad \sigma_1 = (\lambda | E)_{\mathcal{C}}.$$

на конгруэнцию нормального энтропийного многообразия конфигурационного пространства. В этом определении s - энтропийное время, w - комплексная скорость.

Это определение содержит главный вывод.

Утверждение XXVII.3 *Структурная энтропия — это энтропийное время.*

III. Утверждение XXVII.3 не решает до конца проблему семантики структурной энтропии; здесь возникает ряд вопросов, среди которых важное место занимает вопрос о принадлежности структурной энтропии тому или иному геометрическому объекту (пространству).

В рамках известных по моей первой книге базовых геометрических объектов: фазового пространства и его компонент (конфигурационного пространства и пространства импульса), на этот вопрос нельзя дать удовлетворительный ответ. Необходимо включение в концептуальную модель новых геометрических объектов.

По сути, утверждение XXVII.3 легло в основу моей энтропийной концепции времени, которая, в свою очередь, легла в основу

концептуального оформления Энтропийного Мира. Только имея в своем распоряжении новый объект естествознания — Энтропийный Мир, я смог найти завершающее ключевое звено смысла структурной энтропии.

В главе XX "Энтропийное время" *энтропийное время мною было определено как равная структурной энтропии один-форма, определенная на комплексном темпоральном пространстве.*

При этом: *Структурная энтропия является структурой комплексного темпорального пространства.*

Общий итог хорошо известен: *В Энтропийном Мире структурная энтропия имеет однозначную интерпретацию — это энтропийное время комплексного темпорального пространства.*

Другими словами: *структурная энтропия является структурой Энтропийного Мира.*

Этот факт является основоположным в феноменологии теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики. Именно это открытие совокупно объясняет причину тупика в традиционной энтропийной парадигме, основанной на втором законе термодинамики; исследователи в течение почти двух столетий пытались найти толкование смысла энтропии в Физическом Мире, а ее смысл располагался в Энтропийном Мире. Не исключено, что смысл структурной энтропии являлся Великой Тайной Природы и открытие этого смысла означает разгадку одной из Великих Тайн.

§ 3. Комплексные пространства

Характерной чертой теории экстремального пограничного слоя — хаотической механики является то, что основные ее геометрические объекты — пространства не вещественные, а комплексные. Напомню, что в первой книге "Энтропия" я развил теорию энтропии в вещественных пространствах, тогда как основной материал "Энтропии-2" относится к комплексным пространствам. Переход от вещественных пространств к комплексным представляет наиболее важное обобщение теории энтропии. При этом я хочу придать акту введения комплексного пространства не широкораспространенный в математике, формальный смысл, как способ построения эффективных методов и решений. Я придаю комплексному пространству глубинный смысл естественной среды обитания вихре-диссипативной среды и ее структур. Получается, что задача, содержащая вихревые решения (либо состояния) имеет естественное описание в комплексных пространствах. Обратимся теперь к главе "Классификация" и вспомним нормальное представление потока.

$$D_0 : \quad \dot{q} \triangleq \Lambda q; \quad q \in \Omega_q.$$

По определению, матрица плотности импульса имеет вид

$$D_1 : \quad \Lambda \triangleq \Lambda_\nu + i\Lambda_\omega.$$

Ясно, что в этом представлении матрица Λ_ν имеет смысл матрицы диссипации, а матрица Λ_ω — матрица вихря. Этот факт приводит к важнейшим выводам:

1. *Состояние виртуальной сплошной среды определяют две сущности:*
 - а) *диссипация,*
 - б) *вихрь.*
2. *Комплексное пространство обязано своим возникновением вихрю; в отсутствие вихря состояние виртуальной сплошной среды реализуется в вещественном пространстве.*

К этому следует добавить небольшую деталь: в некотором смысле включение в теорию комплексного пространства обязательно исходному нормальному представлению D_0 . Если мы хотим в рамках нормального представления описать вихре-диссипативные состояния, то должны обращаться к комплексному переменному.

В результате я и пришел к заключению: характерной чертой феноменологии ЭПС является комплексное пространство (либо пространства).

§ 4. Два времени

Проблема энтропийного времени достаточно глубоко и подробно разработана в настоящей книге; я здесь ограничусь только кратким комментарием.

Определяющими в теории энтропийного времени являются три факта:

1. Существует два времени:
 - астрономическое,
 - энтропийное.
2. Времена — комплексные количества.
3. Структурная энтропия тождественно равная энтропийному времени — структура Энтропийного Мира.

Кратко остановлюсь на комплексности времени. Комплексность времени определяется очевидным желанием обеспечить равновесие между сущностями: длительность и протяженность. Поскольку в нашей концепции времени существуют единые пространственно-временные структуры, то условие комплексности обобщенных координат немедленно генерирует условие комплексности времени. И здесь получается, что комплексное время обязательный элемент энтропийной концептуальной модели естествознания. Полезно знать и то, что комплексное время решающим образом повлияло на облик инструментальных средств теории ЭПС.

Например, в случае вещественного пространства ЭПС характерно то, что в его описании обязательно принимали участие распределения. В отсутствие распределений ЭПС содержал только регулярные состояния и, по сути, вырождался и терял свою фундаментальную значимость. Но оказалось, что в комплексном пространстве ту главенствующую роль, которую выполняли распределения, взяло комплексное время. Получилось, что в случае комплексного времени необходимость в распределениях отпала. Этот крайне важный результат резко повысил эффективность инструментальных средств и привнес другую культуру теоретической обработки окрестности ядра ЭПС. Ту многочисленную неясную совокупность состояний ядра и окрестности ядра ЭПС, которая с позиции внешнего наблюдателя виделась в виде обобщенного решения (распределения), удалось точно и подробно описать в терминах аналитических функций. Можно сказать, что с помощью комплексного времени удалось разместить внутреннего наблюдателя внутри ядра ЭПС. Именно этот шаг и дал мне основания для формулировки проблемы изолированной особой точки.

Как следует из раздела "Энтропийный мир" проблема изолированной особой точки входит в число основных проблем хаотической механики.

§ 5. Темпоральное пространство

Во всех научных философских и эзотерических исследованиях время имеет вид скалярного количества, но я отошел от этого представления: отказ от скалярности времени определяет основополагающее отличие моей энтропийной концепции времени от существующей в естествознании воззрений. Один из итоговых документов монографии — концептуальная модель Два-Мира, возникла в результате, по сути, революционного решения о векторности энтропийного времени.

В соответствии с гипотезой о существовании векторного времени в теорию в главе XXI введен вектор длительности и сформир-

рован еще один базовый геометрический объект — темпоральное пространство

$$E_0: \quad \Omega_y = \{y \mid \Omega_y \subset \mathbb{C}^3\},$$

здесь y - вектор длительности.

В темпоральном пространстве Ω_y наиболее естественно и просто вводятся две основные энтропийные сущности:
Энтропийное время:

$$E_1: \quad s \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}^3}; \quad y \in \Omega_y.$$

Структурная энтропия:

$$E_2: \quad H_q \triangleq s.$$

Существование конгруэнции \mathcal{E}_k , на которой структурная энтропия - энтропийное время обладает инвариантностью позволило ввести расширение комплексного евклидова пространства \mathbb{C}^3 в виде комплексного пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$, в котором четвертая координата имеет вид

$$E_3: \quad y_4 = \beta s.$$

Базовым геометрическим объектом пространства Минковского $\mathbb{C}_{3,1}^4$ является расширенное комплексное темпоральное пространство

$$E_4: \quad \hat{\Omega}_y = \{\hat{y} \mid \hat{\Omega} \subset \mathbb{C}_{3,1}^4; \quad \hat{y} = (y, y_4); \quad y_4 = \beta s\}.$$

В мировоззрении естествознания ключевое значение имеет введенная мною гипотеза существования временной субстанции — непроявленной сплошной среды. Временную среду я ввел двумя постулатами.

1. Постулат непроявленной сплошной среды: *Во Вселенной и окружающей нас Действительности существует временная субстанция — непроявленная сплошная среда.*

2. Постулат темпорального пространства: *Непроявленная сплошная среда размещена в расширенном комплексном темпоральном пространстве. Аксиоматическое определение непроявленной сплошной среды содержится в главе XXI.*

§ 6. Энтропия, время, информация

I. Три основных понятия (энтропия, время, информация) современного естествознания находится в тесной связи, причем в энтропийной концепции эта связь наиболее очевидна и четко просматривается. Тема взаимодействия энтропии и времени глубоко и всесторонне изучена в настоящем издании; приведу только один фрагмент символического вывода.

В комплексном конфигурационном пространстве структурная энтропия имеет вид

$$U_0: \quad H_q = (\ln q \mid E)_{\mathbb{C}}.$$

В свою очередь в темпоральном пространстве энтропийное время по определению вводится формулой

$$s \triangleq (y \mid E)_{\mathbb{C}}.$$

По одной из аксиом энтропийного времени

$$s = H_q$$

и, следовательно, структурная энтропия формирует двойственность

$$U_1: \quad H_q = \left\{ \begin{array}{l} (\ln q \mid E)_{\mathbb{C}} : q \in \Omega_q \\ s; s = (y \mid E)_{\mathbb{C}} : y \in \Omega_y \end{array} \right.$$

Первый член этой двойственности определяет структурную энтропию конфигурационного пространства, а второй — энтропийное время темпорального пространства.

Отсюда получаем известный результат

$$U_2: \quad 1. s = (\ln q \mid E)_{\mathbb{C}}; \quad 2. y = \ln q.$$

Первая формула есть символическая формулировка известного ключевого результата: "структурная энтропия — это энтропийное время"; тогда как вторая формула дает нам связь обобщенной координаты с координатой длительности.

II. Теперь обратимся к анализу связи энтропии и времени с информацией.

Привлечем для анализа энтропию Шеннона

$$U_3: \quad \mathfrak{x} \in R_+^3 : H_{\text{ш}} = -(\mathfrak{x} \mid \ln \mathfrak{x})_{R^3} : (E \mid \mathfrak{x})_{R^3} = 1 : \mathfrak{x} = R e \mathfrak{x}.$$

Для вектора

$$\eta = \left\| \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\|$$

формула Шеннона примет вид

$$U_4 : \quad H_{\text{ш}} = -(E \mid \ln \eta)_{R^3}.$$

Ясно, что энтропия Шеннона, определенная формулой U_4 , может быть получена при достаточно очевидных, частных предположениях из энтропии Панченкова U_0 . Этот примечательный факт приводит к интересному выводу о том, что энтропийное время (будучи временем) одновременно является и информацией. Это дает основание для отождествления структурной энтропии с информацией.

$$U_5 : \quad H_q \triangleq I,$$

здесь I — информация.

Теперь основной результат примет вид двойственности

$$U_6 : \quad H_q = \left\{ \begin{matrix} s \\ I \end{matrix} \right.$$

Смысл этой двойственности очевиден: *в зависимости от интерпретации структурная энтропия может быть энтропийным временем либо информацией.*

Следствием этой двойственности будет:

Энтропийное время является информацией.

$$U_7 : \quad s = I.$$

Но при подобной интерпретации, темпоральное пространство может рассматриваться в качестве информационного пространства. Эта грань энтропийного времени, значительно обогащает феноменологию ЭПС. Напомню, что в исследованиях по философии и эзотерике широко используется термин "информация" и разнообразные информационные модели, а также их интерпретации. Но, поскольку в подавляющем числе этих работ отсутствует аксиоматическое определение информации и эффективные математические модели в строгом смысле слова, то позитивный результат либо слишком мал, либо отсутствует вовсе. В качестве примера можно привести широко распространенный прием жонглирования терминами "информационная энергия", "информационное

поле", "информационный поток", "информационная медицина" и т.д.

Из приведенного анализа следует, что Энтропийный Мир и темпоральные пространства допускают информационное описание, но я в настоящей книге этого делать не стал по трем причинам:

1. Отсутствие объема книги и времени.
2. Временное описание более естественно и эффективно, чем информационное.
3. В умах многих естествоиспытателей и читателей информационное описание Природы слишком одиозно и вызывает отторжение.

§ 7. Калибровочные симметрии

I. Среди многочисленных симметрий центральное место, вне всякого сомнения, занимают калибровочные симметрии. Калибровочные структуры и поддерживающие их симметрии введены и достаточно подробно изучены в моей книге "Энтропия". В энтропийную концептуальную модель естествознания калибровочные структуры введены следующим определением.

Определение XXVII.1 *Калибровочными структурами называются структуры, поддерживающие симметрию — закон сохранения структурной энтропии.*

В свою очередь, калибровочные симметрии определяются следующим образом:

Определение XXVII.2 *Симметрия, сохраняющая структурную энтропию, называется калибровочной симметрией.*

В комплексном конфигурационном пространстве калибровочная симметрия имеет вид

$$K_0: \quad H_q = \text{const}; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q.$$

В свою очередь на соленоидальном многообразии символьная формулировка этой симметрии имеет вид

$$K_1: \quad \text{div} \dot{\mathbf{q}} = 0; \quad \mathbf{q} \in M_q.$$

Здесь существует и еще один вариант символьной формулировки.

Если обратиться к уравнению структурной энтропии

$$\frac{dH_q}{dz} = \sigma_1; \quad \mathbf{q} \in \mathfrak{D}_q.$$

то мы обнаруживаем, что калибровочная симметрия обеспечивается анулированием дивергентного инварианта

$$K_2 : \quad \sigma_1 = 0; \mathbf{q} \in \mathfrak{A}_q.$$

Для выделения калибровочной симметрии я в настоящей книге в различных местах применял все три варианта уравнений $\{K_0, K_1, K_2\}$.

II. Одним из замечательных и фундаментальных фактов теории калибровочных структур является то, что классическое физическое пространство Минковского является глобальной калибровочной структурой. Этот факт я впервые установил в монографии "Энтропия" в случае вещественного фазового пространства.

Я установил, что структуры, не обладающие калибровочной симметрией в евклидовом пространстве R^3 , стали калибровочными структурами в пространстве Минковского $R_{3,1}^4$. В символьном виде этот результат имеет формулировку

$$K_3 : \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} = \sigma_1; \mathbf{q} \in R^3 \rightarrow \operatorname{div} \dot{\mathbf{q}} = 0; \hat{\mathbf{q}} \in R_{3,1}^4.$$

Фундаментальный факт здесь следующий.

Утверждение XXVII.4 *Пространство Минковского является глобальной калибровочной структурой.*

Основополагающая значимость этого факта состоит в том, что все сущности, расположенные в пространстве Минковского, являются калибровочными сущностями (полями, потоками, структурами и т.д.). Это приводит к принципиально новому взгляду на структуру видимой части Вселенной, допускающему обобщение на Энтропийный Мир.

Важное значение имеет то, что расширение K_3 допускает различные обобщения и, в частности, на комплексное темпоральное пространство. Это обобщение и его исследование мною выполнено в настоящей книге.

В проблеме калибровочных структур расширенного темпорального пространства глобальная симметрия

$$K_4 : \quad \hat{H}_q = \operatorname{const} : \hat{y} \in \hat{\mathfrak{A}}_y : \hat{\mathfrak{A}}_y \subset \mathbb{C}_{3,1}^4; \hat{H}_q = H_q - \frac{y_4}{\beta} : \hat{y} = (y, \beta s)$$

является глобальной калибровочной симметрией.

III. Введенный мною в настоящей книге новый тип структур — гиперболические многообразия, также обладают калибровочной симметрией.

Как известно, на гиперболическом многообразии поддерживается структура

$$K_5 : \quad \sigma_1 = 0.$$

Но, как известно (см уравнение K_2), это уравнение и есть одна из формулировок калибровочной симметрии.

IV. Существует тесная связь между энтропийной группой G и калибровочной симметрии.

Для установления этой связи необходимо обратиться к генератору группы G

$$K_6 : \quad v = s - u.$$

В свою очередь, нам хорошо известно тождество

$$K_7 : \quad \hat{H}_q \equiv -v.$$

Это тождество и дает интерпретацию генератора группы v на языке калибровочной структуры. Получается, что закон сохранения генератора группы — это реализация калибровочной симметрии в расширенном темпоральном пространстве.

Отсюда ясен и смысл бесконечно большего числа законов сохранения, порождаемых генератором группы; эти законы сохранения определяют совокупность разнообразных калибровочных структур. Из приведенного выше анализа следует, что калибровочная симметрия обладает в энтропийной концептуальной модели наибольшей общностью и в хаотической механике встречается в различных вариантах. В феноменологии и символическом выводе теории экстремального пограничного слоя эта симметрия занимает ведущее место.

§ 8. Мультипликативный хаос

Основным предметом моей книги является Хаос в наиболее общем виде с разнообразием реализации и проявления. Среди описанного в книге множества видов и реализации хаоса в настоящей главе я решил подвергнуть дополнительному анализу мультипликативный хаос. Дело в том, что мультипликативный хаос в главной реализации связан с уникальным явлением, вносящим заметный вклад в феноменологию ЭПС, — существованием существенно особой точки. Существенно особая точка в масштабе астрономического времени размывает энтропийное время и оно, в частной реализации, становится ненаблюдаемым. Строго говоря, в принятом смысле (в смысле одной копии) энтропийное время перестает существовать.

Как известно из теории энтропийного времени, между астрономическим временем, и энтропийным временем при согласованных состояниях конфигурационного и темпорального пространств, существует соответствие, определяемое уравнением связи.

$$L_0 : \quad s = s(z).$$

В случае существования в ядре ЭПС изолированной существенно особой точки это уравнение будет хаотическим. В этом случае в масштабе астрономического времени (при регулярном его задании) энтропийное время в окрестности ядра будет обладать хаотическим поведением. Хаос в окрестности ядра ЭПС, обремененный хаотической связью двух времен, и будет мультипликативным. Этот мультипликативный хаос внутри ЭПС будет видеть внешний наблюдатель, расположенный на энтропийном многообразии (например Гильбертовом поле). Именно с этой ситуацией мы встречаемся в большинстве физических проблем. Этот феномен в большей мере фиксирует и принцип дополнительности Бора. Но эта позиция внешнего наблюдателя крайне неконструктивна, а может быть и тупиковая для естествоиспытателя. С целью ликвидации этой трудности я сменил наблюдателей.

Для конструктивного решения возникшей проблемы надо изменить условия наблюдения:

наблюдателя поместить в ядро ЭПС и наблюдать хаотическое поведение астрономического времени в масштабе энтропийного времени. В этой картине энтропийное время будет вести себя регулярно тогда как астрономическое время приобретает хаотическое поведение.

В символическом виде это изменение картины выглядит так

$$L_1 : \quad w(z) \rightarrow w(s)$$

соответственно, уравнение связи времен будет

$$L_2 : \quad z = z(s).$$

Описанные два способа наблюдения определяют два сценария мультипликативного хаоса.

Первый сценарий (внешний наблюдатель):

В масштабе астрономического времени размыто энтропийное время.

Второй сценарий (внутренний наблюдатель):

В масштабе энтропийного времени размыто астрономическое время.

Но, поскольку хаотическую механику интересует устройство ЭПС, то второй сценарий в моей теории является основным. Именно это и лежит в основе отличия дедуктивной логики энтропии от логики физики.

§ 9. Энтропийная непрерывная группа

Возникновение непрерывной энтропийной группы G обязано идее существования организованной виртуальной сплошной среды. Поскольку хаос и структура всегда существуют вместе и хаос, в некотором смысле, является следствием возникновения либо разрушения структуры, то оказывается жизнеспособной мысль о поиске и изучении хаоса среди состояний некоторой организованной виртуальной сплошной среды. Но у меня не было строгого определения организованной сплошной среды и способа деления сред на организованные и неорганизованные. Поэтому я решил пойти другим путем: сконструировал и ввел в хаотическую механику энтропийную непрерывную группу G и выделили с ее помощью один, достаточно общий класс организованных состояний виртуальной сплошной среды. Естественно, при этом я наделил групповые решения свойствами организованных решений. Эта мысль совершенно очевидна; ведь групповая классификация предполагает классификацию чего-то организованного, и понятие группы применено к организованным сущностям.

Второй важный момент: в отличие от неорганизованных состояний, в организованных состояниях существуют различные внутренние симметрии и поиск этих симметрий наиболее логично осуществить групповыми методами. Важное место в хаотической механике заняла проблема самоорганизации; и здесь перспективой обладает самоорганизация над энтропийной группой G . Существуют и другие разнообразные и интересные фрагменты, приложения и способы применения энтропийной группы G в теории экстремального пограничного слоя. В целом, обращаясь к содержащимся в книге материалам по энтропийной группе G , следует отметить, что теория и приложения этой группы сформировали неотъемлемый и самостоятельный раздел хаотической механики. Без энтропийной непрерывной группы G я бы не смог придать хаотической механике завершённый самостоятельный вид.

Здесь на одном аспекте феноменологии энтропийной непрерывной группы G я хочу остановиться более подробно. Без всякого сомнения, основополагающее значение имеет факт, что групповые решения определяют на энтропийном многообразии самостоятельную структуру. Этот вопрос подробно исследован в главе XXVI "Энтропийные полюс-поля"; здесь я ограничусь кратким комментарием.

Традиционно, в соответствии с символьным выводом группы G , обращаясь к генератору группы

$$v = s - (y \mid E)_{\mathbb{C}}; s = \frac{y_4}{\beta}$$

можно ввести потенциал ускорений

$$M_0 : \quad \Theta_2 = \Theta_2(v)$$

Для определенности, будем предполагать, что потенциал ускорений Θ_2 аналитическая функция в кольце

$$D_0 = \{v \mid \varepsilon < |v| < r_\varepsilon\}.$$

Как известно, симметрия — сохранение генератора группы на энтропийном многообразии порождает бесконечно большое число законов сохранения

$$\{v = v_0 : y \in \mathfrak{A}_y\} \rightarrow \{\Theta_2 = \Theta_{2_0} : y \in \mathfrak{A}_y\}.$$

Теперь, если предположить, что потенциал Θ_2 определяет некоторую структуру, то мы приходим к двум выводам:

1. На энтропийном многообразии структура сохраняется.
2. В реализации совокупность структур может быть чрезвычайно разнообразной и представительной. Отсюда получается, что над энтропийной группой G существует новый самостоятельный вид структур, который допускает разнообразную реализацию. Следует также добавить к феноменологии группы G , следующее; вне энтропийного многообразия, при переменных значениях v потенциал Θ_2 определяет поле. И здесь получается, что групповое решение M_0 почти всюду (за исключением ленточного энтропийного многообразия), задает поле, тогда как, на энтропийном многообразии — постоянную (стационарную) структуру. Другие свойства потенциала Θ_2 подробно изучены в главе XXVI "Энтропийные полюс-поля".

Крайне важную роль играет факт существования тесной связи энтропийного времени и энтропийной группы. Энтропийное время выполняет в Два-Мире организующую функцию и эту организующую функцию оно реализует через энтропийную группу. Организованная виртуальная сплошная среда над группой G обязана своим происхождением энтропийному времени.

Здесь энтропийное время является причиной организации, а энтропийная группа обеспечивает механизмы организации. Получается, что все групповые решения описывают состояния, обладающие энтропийным временем.

В результате энтропийное время является необходимым условием существования энтропийной группы G .

§ 10. Заключение

1. Семантика и феноменология экстремального пограничного слоя чрезвычайно развита и разнообразна; в настоящей главе я привел только несколько интересных ее фрагментов.
2. Обсуждая проблему феноменологии в целом нужно обратиться к ее первоисточнику — принципу предельной некорректности: объекты Вселенной и окружающей нас Действительности не обладают предельной корректностью. Как известно, ЭПС — это энтропийное многообразие на котором реализуется принцип предельной некорректности. В нестрогой интерпретации общей феноменологии таотической механики можно сказать, что ЭПС — это область хаоса, в которой происходит разрушение либо возникновение разнообразных сущностей Природы и окружающей Действительности.
3. Экстремальный пограничный слой имеет следующую классификацию:
 1. Слабый ЭПС.
 2. Сильный ЭПС.
 3. Нормальный ЭПС.
 4. Уникальный ЭПС.
4. В целом, теория экстремального пограничного слоя — таотическая механика обладает следующими фундаментальными свойствами:
 1. Общность.
 2. Непротиворечивость.
 3. Самодостаточность.
 4. Замкнутость.
 5. Эффективность.
5. Материалы монографии представляют целостную и законченную теорию.
6. Методология и математическая технология монографий "Энтропия" и "Энтропия - 2" дает эффективную технику решения многочисленных и разнообразных проблем. Ее эффективность проверена 35-летним опытом работы автора и его многочисленных учеников и сотрудников в научных учреждениях Киева, Иркутска, Нижнего Новгорода.
7. Обращаясь к методологии познания, следует обратить внимание на глубинный смысл монографий "Энтропия" и "Энтропия-2": в них формируется альтернативный способ описания Природы и окружающей Действительности.
8. Думая над смыслом термина "энтропия", я прихожу к мысли о том, что в наиболее общей интерпретации:
Энтропия — это самостоятельный раздел науки.

Список литературы

- [1] *Абачиев С.К.* Физика и кибернетика: о тенденциях и перспективах концептуального синтеза. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [2] *Абгарян К.А.* Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем. М.: Наука. 1973. 432с.
- [3] *Айзерман М.А.* Классическая механика. М.: Наука. 1974. 367с.
- [4] *Айламазян А.К., Стась Е.В.* Информатика и теория развития. М.: Наука. 1989. 172с.
- ✓ [5] *Акимов А.Г., Бинги В.Н.* Компьютеры, мозг, Вселенная как физическая проблема. В кн. Сознание и физический мир. Вып. 1. М.: 1995. 126-136с.
- ✓ [6] *Акимов А.Г., Бинги В.Н.* О физике и психофизике. В кн. Сознание и физический мир. Вып. 1. М.: 1995. 104-125с.
- [7] *Акимов А.Е.* Эвристическое обсуждение проблемы поиска новых действий EGS-концепции. В кн. Сознание и физический мир. Вып. 1. М.: 1995. 36-84с.
- ✓ [8] *Акчурин И.А.* Развитие понятийного аппарата теории самоорганизации. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [9] *Александров А.Д.* Основания геометрии. М.: Наука. 1987. 286с.
- [10] *Александров А.Д.* Проблемы науки и позиция ученого. М.: Наука. 1988. 510с.
- [11] *Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.* Оптимальное управление. М.: Наука. 1979. 428с.
- [12] *Андронов А.А. и др.* Теория колебаний. М.: Физматгиз. 1959. 915 с.
- [13] *Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г.* Качественная теория динамических систем. М.: Наука. 1966. 568с.
- [14] *Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г.* Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука. 1967. 488с.
- [15] *Арбиб М.* Мозг, машина и математика. М.: Наука. 1968. 224с.
- [16] *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. М.: Наука. 1979. 430с.
- [17] *Арнольд В.И.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1971. 239с.
- [18] *Арнольд В.И.* Теория катастроф. М.: Наука. 1990. 125с.
- [19] *Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гуссейн-Заде С.М.* Особенности дифференцируемых отображений. Т. I. М.: Наука. 1982. 302с.
- [20] *Артамонов В.А., Салий В.Н., и др.* Общая алгебра. Том 2. М.: Наука 1991. 480 с.
- [21] *Аршинов В.И., Свирский Я.И.* Синергетическое движение в языке. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- ✓ [22] *Аршинов В.И., Буданов В.Г.* Синергетика: эволюционный подход. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [23] *Аршинский Л.В.* Геометрия несущей поверхности с максимальным отношением подъемной силы к индуктивному сопротивлению на сверхмалых расстояниях от твердой границы. В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск. 1983. с 160-184.
- [24] *Аршинский Л.В.* Одна некорректная задача оптимизации низколетящего крыла. В кн. Гидродинамика и оптимальное проектирование транспортных средств. Горький. ГПИ. 1985. с 127-141.
- [25] *Аршинский Л.В.* Оптимизация геометрии крыла вблизи опорной поверхности. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Иркутск. Иркутский вычислительный центр СО АН СССР. 1985.

- [26] Аршинский Л.В. Экстремальная задача о крыле с максимальной подъемной силой вблизи экрана. В кн. Асимптотические методы в механике. Новосибирск. Наука СО 1983. с 60-72.
- [27] Аршинский Л.В. Экстремальная задача о крыле с максимальным градиентом подъемной силы. В кн. Некорректные задачи теории возмущений. Новосибирск. Наука. 1984. с 187-194.
- [28] Ассаджолли Р. Психосинтез. М.: REFL-Book. 1994. 310с.
- [29] Ахrameева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А. Нестационарные структуры. Диффузионный хаос. М.: Наука. 1992. 544с.
- [30] Ахундов М.Д., Баженов Л.Б. Хаос, пространство, самоорганизация. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [31] Ахундов М.Д. Проблема прерывности и непрерывности пространства и времени М.: 1974.
- [32] Ацюковский В.А. Общая эфиродинамика. Москва. Энергоатомиздат 1990. 272 с.
- [33] Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. М.: Наука. 1984. 327с.
- [34] Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М.: Советское радио. 1969.
- [35] Барри Д. Шаровая молния и четочная молния. М.: Мир. 1983. 264с
- [36] Баруча-Рид Л.Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения. М.: Наука. 1969. 512с.
- [37] Бейли Алиса. От интеллекта к интуиции. Новочеркасск: Агентство "САГУНА". 1994. 222с.
- [38] Бейли Алиса. Эзотерическая психология. М.: Двойная звезда. 1994. 410с.
- [39] Бейли Алиса. Сознание атома. Новочеркасск: Агентство "САГУНА". 1994. 120с.
- [40] Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Том I. СМБ. М.: Наука. 1969. 343с.
- [41] Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел. М.: Наука. 1977.
- [42] Бергсон Анри. Опыт о непосредственных данных сознания. Материя и память. Сочинения Т.1. М.: "Московский клуб". 1992. 325с.
- [43] Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды. М.: Наука. 1983. 446с.
- [44] Бердяев Н.А. Самопознание. М.: Книга. 1991. 445с.
- [45] Берендс Р., Дрейтлейн Д., Фронсдел К., Ли В. Простые группы и симметрии сильного взаимодействия. В кн. Теория групп и элементарные частицы. М.: Мир. 1967.
- [46] Берестецкий В.Б., Лишиц Е.М., Пятаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука. 1989. 724с.
- [47] Берже М. Геометрия. М.: Мир. Т. I.II. 1984.
- [48] Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир. 1991. 368с.
- [49] Бете Г. Теория ядерной материи. М.: Мир. 1974.
- [50] Бете Г., Моррисон Ф. Элементарная теория ядра. М.: ИЛ. 1958.
- [51] Биллингслей П. Эргодическая теория и информация. М.: Мир. 1969. 239с.
- [52] Биологическая кибернетика. М.: ВШ. 1972. 382с.
- [53] Биркофф Г. Гидродинамика. М.: ИЛ. 1963. 245с.
- [54] Бисплингхофф Р.А., Эшли Х., Халфмен Р.Л. Аэроупругость. М.: ИЛ. 1958. 800с.
- [55] Бишоп Р.Л., Криттенден Р.Д. Геометрия многообразий. М.: Мир. 1967. 335с.
- [56] Бялин-Стоил Р. Фундаментальные взаимодействия и атомное ядро. М.:

- Мир. 1976.
- [57] *Богданов А.А.* Тектология. Всеобщая организационная наука. М.: Экономика. 1989. Книга I. 304с. Книга II. 350с.
 - [58] *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука. 1974. 504с.
 - [59] *Болдачев А.* Антропный принцип и глобальный эволюционизм. www.n-t.org, 2001.
 - [60] *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: ГИФМЛ. 1961. 339с.
 - [61] *Болотин В.В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение. 1984. 312с.
 - [62] *Борисюк М.Н.* Экстремальные задачи теории крыла вблизи опорной поверхности. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Иркутск. Иркутский вычислительный центр СО АН СССР. 1984.
 - [63] *Борисюк М.Н., Аршинский Л.В.* Экстремальные задачи квадрупольной теории крыла. В кн. Асимптотические методы. Задачи и модели механики. Новосибирск. Наука. 1987. с 267-295.
 - [64] *Боровков А.А.* Теория вероятностей. М.: Наука. 1976.
 - [65] *Ботвинский В.В.* Факты и гипотезы об эфирной субстанции. Современные проблемы естествознания. Сб. статей Вып.1 Новосибирск. НГУ. 1997. с 4-33.
 - [66] *Бош Д.* Причинность и случайность в современной физике. М.: Изд. И.Л. 1959.
 - [67] *Бриллюэн Л.* Теория информации и ее приложение к фундаментальным проблемам физики. В кн. Развитие современной физики М.: Наука. 1964. с 324-330.
 - [68] *Брычев Ю.А., Прудников А.П.* Интегральные преобразования обобщенных функций. СМБ. М.: Наука. 1977. 282с.
 - [69] *Будаев Н.* Взаимодействие зарядов — основа мироздания? Техника молодежи, № 11, 1991.
 - [70] *Булеев Н.И.* Пространственная модель турбулентного обмена. М.: Наука. 1989. 340 с.
 - [71] *Буссе Ф.* Вихри и волны. М.: Мир. 1984. 199с.
 - [72] *Буссе Ф.Г.* Переход к турбулентности в конвекции Релея-Бенара. В кн. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности М.: Мир. 1984. с 124-168.
 - [73] *Бэндер Ричард.* Используйте свой мозг для изменения. СПб.: "Ювента". 1994. 172с.
 - [74] *Бэретт Т.У.* Энтропия и симметрия - их отношение к процессам мышления в биологических системах. В кн. Кибернетические проблемы динамики. М.: Мир. 1972. 88-116с.
 - [75] *Бэтчелор Д.* Введение в динамику жидкости. М.: Мир. 1973.
 - [76] *Вазов В.* Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир. 1968. 465с.
 - [77] *Вайнберг Б.Р.* Асимптотические методы в уравнениях математической физики. М.: МГУ. 1982. 294с.
 - [78] *Вайнберг С.* Первые три минуты. Современный взгляд на происхождение Вселенной. М.: Энергоиздат. 1981.
 - [79] *Валис Ж.* Параллельный мир. Великие загадки Земли. М.: Прогресс, Панагея. 1995. 272с.
 - [80] *Валландер С.В.* Лекции по гидроаэромеханике. Л.: ЛГУ. 1978. 295с.
 - [81] *Валаянский С.И., Илларионов С.В.* Физические основы самоорганизации. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.

- [82] Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости М.: Мир. 1967. 310с.
- [83] Васильева А.В., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения сингулярно-возмущенных уравнений. М.: Наука. 1973. 272с.
- [84] Вейль Г. Математическое мышление. М.: Наука. 1989. 400с.
- [85] Вейль Г. Симметрия. М.: Наука. 1968. 190с.
- [86] Вейник А.И. Ключ к тайнам мироздания Из. Гермес 1995. № 9-10.
- [87] Вейник А.И. Термодинамика реальных процессов. Минск. 1991. 570с.
- [88] Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука. 1969. 575с.
- [89] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука. 1991. 384с.
- [90] Визгин В.П. Развитие взаимосвязи принципов инвариантности с законами сохранения в классической физике. М.: Наука. 1972. 238с.
- [91] Виленкин Н.Я. Специальные функции и теория представления групп. М.: Наука. 1991. 575с.
- [92] Вилля. Теория вихрей. М-Л. ОНТИ 1936.
- [93] Вильсон А.Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. М.: Наука. 1978. 246с.
- [94] Вильгельмсон Х., Вейланд Л. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М.: Энергоиздат. 1981.
- [95] Винер Н. Кибернетика. М.: Советское радио. 1968. 326с.
- [96] Виттен Э. Физика и геометрия. В кн.: Международный конгресс математиков в Беркли. М.: Мир. 1991. 394- 442с.
- [97] Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. В кн.: Актуальные проблемы прикладной математики и математического моделирования. Новосибирск: Наука. 1982. 4-20с.
- [98] Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1971. 519с.
- [99] Владимиров Ю.С. Пространство-время: явные и скрытые размерности. М.: Наука. 1989.
- [100] Власов А.А. Статистические функции распределения. М.: Наука. 1966. 356с.
- [101] Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука. 1980. 400с.
- [102] Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука. 1967. 984с.
- [103] Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений. М.: Наука. 1982. 302с.
- [104] Галактионов В.А., Дородницын В.А., Еленин Г.Г., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Квазилинейное уравнение теплопроводности с источником: обострение, локализация, симметрия, точные решения, асимптотические структуры. Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Новейшие достижения. 1986. т.28 с 95-200.
- [105] Галиуллин А.С. Аналитическая динамика. М.: Высшая школа. 1989. 262с.
- [106] Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука. 1966. 576 с.
- [107] Газов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука. 1977. 636с.
- [108] Гачек В.П. Странные аттракторы в биосистемах. Киев. Наукова думка. 1983. 238с.
- [109] Гвоздарев А.Ю. Об электромагнитных полях в космобиологии. Современные проблемы естествознания. Сб. статей Вып.1 Новосибирск. НГУ. 1997. с34-56.
- [110] Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: ГРФМ. 1961. 228с.
- [111] Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики. М.: Высшая школа. 1969. 475с.

- [112] Гельфер Я.М. Законы сохранения. М.: Наука 1967. 264с. ✓
- [113] Герловин И.Л. Исходная парадигма, основы и области практического использования единой теории фундаментального поля. Л.: ЛПИ. 1988. 112с.
- [114] Гиббс Д.В. Основные принципы статистической механики. М.: ОГИЗ МЛ. 1946. 203с.
- [115] Гидродинамическая неустойчивость. М.: Мир. 1964. 371с.
- [116] Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. М.: Мир. 1984. 344с.
- [117] Гильман О.А. Асимптотическое исследование экстремальной задачи лучистого нагрева осесимметричного тела. В кн. Асимптотические методы. Задачи и модели механики. Новосибирск: Наука. 1987. с 317-326.
- [118] Гитман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. Киев: Наукова думка. 1968. 354с.
- [119] Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: 1973.
- [120] Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука. 1965. 524с.
- [121] Голдстейн Г. Классическая механика. М.: Наука. 1975. 415с.
- [122] Голин Г.М., Филонович С.Р. Классики физической науки. М.: Высшая школа. 1989. 573с.
- [123] Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. М.: Наука. 1979. 390с.
- [124] Голубев В.В. Теория крыла аэроплана конечного размаха. М.: ГИИТЛ. 1931. 350с.
- [125] Голубев В.В. Труды по аэродинамике. М.: ГИИТЛ. 1957. 978с.
- [126] Горбачевич Ф.Ф. Основы теории непутого эфира. www.n-t.org, 2001.
- [127] Горбачевич Ф.Ф. Основы теории непутого эфира. Апатиты, изд. МИЛЮРИ. 1989. 48 с.
- [128] Гординг Л. Задача Коши для гиперболических систем. М.: ИЛ. 1961. 120с.
- [129] Горшков Э.С., Кулагин В.В. О возможном механизме воздействия оператора на магнитоизмерительные системы. Биофизика. 1977. том.40 вып.5 с 1025-1030.
- [130] Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний. Красноярск: КГУ. 1995. 403с.
- [131] Градштейн И.С., Ризик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука. 1971. 1108с.
- [132] Гримак Л.П. Магия биполя. М.: Изд-во "Республика". 1994. 448с.
- [133] Гроф Станислав. За пределами мозга. М.: Изд-во Трансперсонального института. 1993. 504с.
- [134] Гроф Станислав. Области человеческого бессознательного. М.: Изд-во Трансперсонального института. 1994. 247с.
- [135] Гроф Станислав. Путешествие в поисках себя. М.: Изд-во Трансперсонального института. 1994. 340с.
- [136] Гуккенгеймер Д. Неустойчивости и хаос в негидродинамических системах М.: Мир. 1984 с. 317-335.
- [137] Гурвич А.А. Теория биологического поля М.: 1944.
- [138] Гуров К.П. Основания кинетической теории. М.: Наука. 1966. 351с.
- [139] Гусейнов А.И., Мухтаров Х.Ш. Введение в теорию нелинейных сингулярных уравнений. М.: Наука. 1980. 414с.
- [140] Гуц А.К. Машина времени как результат свертывания пространства-времени в пружину. Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации. Тезисы докладов 9-й Российской гравитационной конференции часть 1. Новгород 24-30 июня 1996 г. М.: 1996.
- [141] Гуц А.К. Машина времени. Связь времен. Введение в октетную физику.

- Вып.4 с 61-69 Березняки. 1997.
- [142] *Гуц А.К.* Миф о восстановлении исторической правды. Математические структуры и моделирование. Вып.1 с 4-12 Омск 1998.
- [143] *Гуц А.К.* Многовариантная история России. Изд. Аст-Полигон М.: 2000. 382с.
- [144] *Гуц А.К.* Многомерная гравитация и машина времени. Известия вузов. Физика 1996. №2. с. 14-19.
- [145] *Гуц А.К.* Модели многовариантной истории. Математические структуры и моделирование Вып.4 с. 5-14. Омск: 1999.
- [146] *Гуц А.К.* Стохастическая эволюция топологии и геометрии пространства-времени и 6-мерная теория гравитации. Известия вузов. Физика. 1995. №8 с. 59-62
- [147] *Гюнтер Н.М.* Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. М.: ГИИТЛ. 1953.
- [148] *Гюрши Ф.* Введение в теорию групп. В кн. Теория групп и элементарные частицы М.: Мир. 1967.
- [149] *Дайсон Ф.Дж.* Математика в физических науках. В кн.: Математика в современном мире. М.: Мир. 1967. 200с.
- [150] *Данев А.В.* Численное исследование одной некорректной экстремальной задачи. В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск. ВСФ СО АН СССР 1982. с 75-84.
- [151] *Данеев А.В.* Исследование задач и разработка программ оптимизации осесимметричных тел в сверхзвуковом потоке газа. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Иркутск. Иркутский вычислительный центр СО РАН. 1992.
- [152] *Данеев А.В.* Исследование оптимальных форм удлиненных тел в сверх- и гиперзвуковых потоках газа. В кн. Асимптотические методы. Задачи и модели механики. Новосибирск. Наука. 1987. с. 295-317.
- [153] *Данеев А.В.* Одна задача оптимизации профиля плоского крыла в сверхзвуковом потоке. В кн. Асимптотические методы в механике. Иркутск.СЭИ 1981. с. 125-139.
- [154] *Данеев А.В.* Одна экстремальная задача о форме тела вращения в сверхзвуковом потоке газа. В кн. Некорректные задачи теории возмущений. Новосибирск. Наука. 1984. с. 194-199.
- [155] *Данеев А.В.* Оптимизация профиля плоского крыла в сверх гиперзвуковых потоках. В кн. Асимптотические методы в механике. Новосибирск. Наука СО. 1983. с. 72-82.
- [156] *Данеев А.В.* Оптимизация формы незамкнутого тела вращения в сверхзвуковом потоке. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск. ВСФ СО АН СССР. 1983. с. 201-212.
- [157] *Данеев А.В., Русанов В.А.* Элементы качественной теории идентификации динамических систем. Иркутск: ИрГТУ. 1994. 166с.
- [158] *Данилов Ю.А., Кадомцев Б.Б.* Что такое синергетика? В кн. Нелинейные волны. Самоорганизация. М.: Наука. 1983.
- [159] *Ланфорд Н., Шварц Дж. Т.* Линейные операторы. М.: ИЛ. Т.І. 1962, Т.ІІ. 1966, Т.ІІІ. 1974.
- [160] *Даоская Йога.* Бишкек: МП Одиссей. 1993. 670с.
- [161] *Дзен-буддизм.* Бишкек: МП Одиссей. 1993. 670с.
- [162] *Девис П.* Суперсила. М.: Мир. 1989. 272с.
- [163] *Девис П.* Пространство и время в современной картине Вселенной. М.: Мир. 1979. 287с.
- [164] *Деккер К., Вервер Я.* Устойчивость методов Рунге-Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. М.: Мир. 1988. 334с.
- [165] *Денисов Г.Г., Новиков В.В.* О взрывной неустойчивости механических систем. Изв. РАН МТТ №2. 1997. с. 169-175.

- [166] Джакалья Г.Е.О. Методы теории возмущений для нелинейных систем. М.: Наука. 1979. 318с.
- [167] Джеммер М. Понятие массы в классической и современной физике. М.: Прогресс 1967. 257 с.
- [168] Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука. 1985. 378с.
- [169] Джозеф Д. Устойчивость движения жидкости. М.: Мир. 1981. 638с.
- [170] Джозеф Д.Д. Гидродинамическая устойчивость и бифуркации. В кн. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. М.: Мир. 1984. с 47-98.
- [171] Джураев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений. М.: Наука. 1987. 409с.
- [172] Дидук Н.Н., Коваль В.Н. Существует ли наука кибернетика? (о роли кибернетики в естествознании) В кн. "Проблемы управления и информатики" № 3, 2001, 133-155 с.
- [173] Дмитриев А.Н. Природные самосветящиеся образования. Новосибирск: Изд-во института математики. 1998. 243с.
- [174] Дмитриев А.Н., Дятлов В.Л. Модель неоднородного физического вакуума и природные самосветящиеся образования. Новосибирск. ИМ СО РАН. 1995. 34с (Препр. №16).
- [175] Дмитриев А.Н., Сквинский В.П. О геолого-геофизических причинах свечений на Алтае. Институт геологии и геофизики СО АН СССР №6 Новосибирск. 1988. 35с.
- [176] Дмитриев А.Н., Шитов А.В. Природные самосветящиеся образования на территории Горного Алтая. Итоги и перспективы геологического изучения Горного Алтая. Материалы Научно-практической конференции Горно-Алтайск: Горно-Алтайское книжное издательство. 2000. с. 134-143.
- [177] Друнвало Мелхиседек. Древняя тайна цветка жизни. Том I. София. 2001, 247 с.
- [178] Друнвало Мелхиседек. Древняя тайна цветка жизни. Том II. София. 2001, 247 с.
- [179] Дубров А.П. Пушкин В.Н. Парапсихология и современное естествознание. М.: СП СОВАМИНКО. 1989. 280с
- [180] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко Л.Т. Современная геометрия. М.: Наука. 1986. 760с.
- [181] Дятлов В.Л. Линейные уравнения электрогравитодинамики. М.: 1995. (Препринт МИТПФ АЕН №11). 24с.
- [182] Дятлов В.Л. Электрогравитомеханическое преобразование энергии. М.: 1995. (Препринт МИТПФ АЕН №12). 9с.
- [183] Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы. М.: ГФМЛ. 1963. 159с.
- [184] Жермен П. Механика сплошной среды. М.: Мир. 1965. 480с.
- [185] Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. М.: Наука. 1984. 272с.
- [186] Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П. Питаевский Л.П. Теория солитонов. Метод обратной задачи. М.: Наука. 1980.
- [187] Зельдович Я.Б. Нейтронные и коллапсирующие звезды. В кн.: Наука и человечество. 1974.
- [188] Зельдович Я.Б. "Горячая" модель Вселенной и теория Фридмана. В кн.: Наука и человечество. 1967.
- [189] Зигель Ф.Ю. Феномен НЛО. Наблюдения и исследования. М.: Инвенция. 1993. 200с.
- [190] Зотин А.И. Термодинамический подход к проблемам развития, роста и старения. М.: Наука. 1974. 183с.
- [191] Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука.

1971. 414с.
- [192] *Ильин А.М.* Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М.: Наука. 1989. 334с.
- [193] *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1981. 231с.
- [194] *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Линейная алгебра. М.: Наука. 1974. 295с.
- [195] Информация и кибернетика. М.: Советское радио. 1967. 410с.
- [196] *Ильин И.А.* Философия Гегеля как учение о конкретности Бога и человека. СПб.: Наука. 1994. 541с.
- [197] *Иоффе А.Д., Тихомиров В.М.* Теория экстремальных задач. М.: Наука. 1974. 480с.
- [198] *Иртегов В.Д.* Инвариантные многообразия стационарных движений и их устойчивость. Новосибирск: Наука. 1985. 142с.
- [199] История механики - с древних времен до конца XVIII века. М.: Наука. 1971. 295с.
- [200] История механики - с конца XVIII века до середины XX века. М.: Наука. 1972. 411с.
- [201] *Ито К., Маккин Г.* Диффузионные процессы и их траектории. М.: Мир. 1968. 390с.
- [202] *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. М.: Наука. 1987. 320с.
- [203] *Ишлинский А.Ю.* Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука 1983.
- [204] *Йорис Д., Йорис Е.* Метастабильный хаос. Переход к устойчивому хаотическому поведению в модели Лоренца. В кн. Странные аттракторы. М.: Мир. 1981. с 193-212.
- [205] *Йорк Д.А., Йорк Э.Д.* Хаотическое поведение и гидродинамика. В кн. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности М.: Мир 1984. с 101-122.
- [206] *Йост Р.* Общая теория квантованных полей. М.: Наука. 1967. 234с.
- [207] *Кадомицев Б.Б.* Коллективные явления в плазме. М.: Наука. 1976. 303с.
- [208] *Казначеев В.П.* Вероятные пути эволюции интеллектуальной формы живой субстанции. Доклад на Всемирном конгрессе Духовного согласия в г. Алма-Ате Вестник общества друзей Е. Блаватской вып. 4 М.: 1993.
- [209] *Казначеев В.П. Михайлов Л.П.* Сверхслабые излучения в межклеточных взаимодействиях. Новосибирск: Из. СО АН СССР. 1981.
- [210] *Калинин Э.Ю.* Методологический анализ статуса нелинейности в естествознании. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [211] *Камке Э.* Интеграл Лебега-Стилтьеса. М.: ГИФМЛ. 1959. 328с.
- [212] *Кандыба Д.В.* СК-Универсальная техника гипноза. СПб. 1994. 708с.
- [213] *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука. 1997. 285с.
- [214] *Каптен Ю.Л.* Основы медитации. Самара. 1993. 375с.
- [215] *Каратеодори К.* К аксиоматике специальной теории относительности. В кн. Развитие современной физики. М.: Наука 1964. с 167-187.
- [216] *Карафоли Е.* Аэродинамика крыла самолета. М.: Наука. 1956. 478с.
- [217] *Карпенко Ю.* Гумилев Л.Н. и психофизика. www.n-t.org, 2001.
- [218] *Карпенко Ю.* О телепатии и психокинезе у животных. www.n-t.org, 2000.
- [219] *Карпенко Ю.* Физика и паранормальные явления. www.n-t.org, 1999.
- [220] *Карпенко Ю.* Энергетическая оценка эффекта Махариши. www.n-t.org, 2001.
- [221] *Карпенко Ю.* Эффект Махариши. www.n-t.org, 2001.
- [222] *Карташов А.П., Рождественский Б.Л.* Обыкновенные дифференциаль-

- ные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Наука. 1976. 255с.
- [223] *Каструбин Э.М.* Ключ к тайнам мозга. М.: Триада. 1995. 239с.
- [224] *Квасов Н.Т.* Шаровая молния. Гипотезы и факты. Необычное в обычном. Минск. Университетское. 1989. 87с.
- [225] *Келдыш М.В.* Избранные труды. Механика. М.: Наука. 1985. 567с.
- [226] *Келдыш М.В., Лаврентьев М.А.* О движении крыла под поверхностью тяжелой жидкости. Труды конференции по теории волнового сопротивления. Изд-во ЦАГИ. 1937.
- [227] *Кемени Дж., Снелл Дж., Кнепп А.* Счетные цепи Маркова. М.: Наука. 1987. 416с.
- [228] Кибернетика и современное научное познание. М.: Наука. 1976. 428с.
- [229] Кибернетика ожидаемая и кибернетика неожиданная. М.: Наука. 1968. 310с.
- [230] Кибернетика. Итоги развития. М.: Наука. 1979. 200с.
- [231] *Кильчевский Н.А.* Курс теоретической механики. Т. I. М.: Наука. 1972. 455с.
- [232] *Кильчевский Н.А., Кильчинская Г.А., Ткаченко Н.Е.* Аналитическая механика континуальных систем. Киев: Наукова думка. 1979. 188с.
- [233] *Кияшко С.В., Рабинович М.И., Реутов В.П.* Взрывная неустойчивость и энергия солитонов в активной среде. ЖТФ. 1972. т.42 с 2458-2465.
- [234] *Клайн М.* Математика. Поиск истины. М.: Мир. 1989. 295с.
- [235] *Клейн Ф.* Лекции о развитии математики в XIX столетии. М.: Наука. 1989. 453с.
- [236] *Клизовский А.* Основы Миропонимания новой Эпохи. Магнитогорск: Амрита-Урал. 1994. 850с.
- [237] *Климонтович Ю.Л.* Динамический и статистический хаос. Критерии, степени упорядоченности в процессах самоорганизации. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [238] *Климонтович Ю.Л.* Турбулентное движение и структура хаоса. М.: Наука. 1990. 316с.
- [239] *Князева Е.Н.* В эволюционных лабиринтах знания: синергетическое видение научного процесса. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [240] *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. М.: Наука. 1994.
- [241] *Кобаяси Ш., Номидзу. К.* Основы дифференциальной геометрии. Т. I. II. М.: Наука. 1981.
- [242] *Козырев Н.А.* Избранные труды Ленинград 1991. том 1 с 445
- [243] *Козырев Н.А.* Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. Пулков. Из. Гл. астрон. обсерв. АН СССР 1958. 232с.
- [244] *Колмогоров А.Н.* Теория информации и теория алгоритмов. М.: Наука. 1987. 304с.
- [245] *Корогодин В.И.* Информация как основа жизни. Дубна. Феникс+ 2000. 208с.
- [246] *Косинов Н.В., Гарбарук В.И.* Энергетический феномен вакуума. www.nt.org, 2001.
- [247] *Коста де Бергер О.* Второй принцип науки о времени. Время и современная физика. М.: Мир. 1970. с 125-138
- [248] *Косыев В.Я.* Единая теория поля, пространства и времени. Арабеск, Н. Новгород: 2000.
- [249] *Коул Дж.* Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир. 1972. 274с.
- [250] *Кочин Н.Е.* Собрание сочинений. Т. II М.: Наука. 1949. 586с.
- [251] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.Б.* Теоретическая гидромеханика.

- Часть I. М.: ГИФМЛ. 1963. 564с.
- [252] Коша А. Вариационное исчисление. М.: Высшая школа. 1983. 279с.
- [253] Кравченко С. Геометрия физического пространства. www.n-t.org, 1997.
- [254] Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир. 1975. 649с.
- [255] Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. М.: Мир. 1969. 400с.
- [256] Краснов М.Л. Интегральные уравнения. М.: Наука. 1975. 300с.
- [257] Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. М.: Наука. 1975. 510с.
- [258] Красовский А.А. Статистическая теория переходных процессов в системах управления. М.: Наука. 1968. 240с.
- [259] Красовский А.А. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем М.: Наука. 1974. 232с.
- [260] Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет. 2000. 432с.
- [261] Кубо Р. Статистическая механика. М.: Мир. 1967. 451с.
- [262] Кузнецов Б.Г. Относительность. М.: Знание. 1969. 156с.
- [263] Кузнецов Д.С. Специальные функции. М.: Высшая школа. 1965. 423с.
- [264] Кузнецов Н.Г., Ораов Ю.Ф., Черепенников В.Б., Шлаустас Р.Ю. Регулярные асимптотические алгоритмы в механике. Новосибирск: Наука. 1989. 274с.
- [265] Кулигин В., Кулигина Г., Корнева М. Кризис релятивистских теорий. www.n-t.org, 2001.
- [266] Кулигин В., Кулигина Г., Корнева М. Физика и философия физики. www.n-t.org, 2000.
- [267] Кульбак С. Теория информации и статистика. М.: Наука. 1967. 408с.
- [268] Кун Т. Структура научных революций. М.: Мир. 1978.
- [269] Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир. 1964. 830с.
- [270] Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. М.-Л. 1951. 475с.
- [271] Курдюмов С., Малинецкий Г. Синергетика — теория самоорганизации. www.n-t.org, 2000.
- [272] Курдюмов С.П. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения ее организации. В кн.: Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука. 1982.
- [273] Курдюмов С.П., Князева Е.Н. У истоков синергетического видения мира. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994. 162-187с.
- [274] Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. 1975. 432с.
- [275] Курош А.Г. Теория групп. М.: Наука. 1967. 648 с.
- [276] Куфнер А., Фучек С. Нелинейные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1988. 304с.
- [277] Кэри У. В поисках закономерностей развития Земли и Вселенной. М.: Мир. 1991. 447с.
- [278] Лаврентьев М.А. Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: ГИФМЛ. 1958. 678с.
- [279] Лаврентьев М.А., Шабат Е.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука. 1973.
- [280] Лаврентьев М.М. Еганова И.А. Луцет М.И. и др. Докл. АН СССР 1990. том 314 № 2 с 352-354.
- [281] Лагранж Ж. Аналитическая механика. В 2-х т. перевод с фр. Гохмана В.С. 2-е издание М.: Л. Гостехтеориздат. 1950. т.1 599с. т.2 с. 440
- [282] Лайтхилл Д. Волны в жидкости. М.: Мир 1981. 598с.

- [283] Ламб Г. Гидромеханика. М.-Л. Гостехиздат. 1947.
- [284] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1988. 725с.
- [285] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: ГФМЛ. 1963. 703с.
- [286] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука. 1988. 215с.
- [287] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука. 1988. 600с.
- [288] Ландкоф Н.С. Основы современной теории потенциала. М.: Наука. 1966. 515с.
- [289] Ланкастер П. Теория матриц. М.: Наука. 1982. 270с.
- [290] Ланфорд О.Е. Странные аттракторы и турбулентность. В кн. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. М.: Мир. 1984. с 22-45.
- [291] Ланцош К. Вариационные принципы механики. М.: Мир. 1965. 408с.
- [292] Лапчинский В.Г. Физический Ваккум. ЦНИИ информации и технико-экономических исследований по атомной науке и технике. 1982. с 137-204.
- [293] Леви П. Конкретные проблемы функционального анализа. М.: Наука. 1967. 509с.
- [294] Леви П. Стохастические процессы и броуновское движение. М.: Наука. 1972. 375с.
- [295] Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. М.: Наука. 1983. 415с.
- [296] Лившиц М.С. Операторы, колебания, волны. М.: Наука. 1966. 298с.
- [297] Литвиненко А.А. Энергия пирамид. Волшебный прут и звездный маятник М.: Латард 1997. 320с.
- [298] Литтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир. 1984.
- [299] Логунов А.А. Новые представления о пространстве, времени и гравитации. В кн.: Наука и человечество. 1988.
- [300] Лойцанский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1970. 900с.
- [301] Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.: Наука. 1981. 398с.
- [302] Лэнинг Дж.Х. Бэттен Р.Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М.: ИЛ. 1958. 382с.
- [303] Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука. 1965. 520с.
- [304] Лоренц Г.А. Старые и новые проблемы физики. М Наука. 1970. 370с.
- [305] Лоренц Г.А. Теории и модели эфира. М.-Л.: ОНТИ. 1936.
- [306] Лоренц Э. Детерминированное непериодическое течение. В кн. Странные аттракторы М.: Мир. 1981. с 88-116
- [307] Лунев В.И. Светящиеся шары в Сибири и на Дальнем Востоке: Феноменология, эксперимент, гипотезы. Изв. Вузов. Физика. 1992. №3 с 65-86
- [308] Мазур А. Время и законы природы. www.n-t.org, 1999.
- [309] Малинецкий Г.Г. Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. М.: Наука. 1997.
- [310] Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука. 1972. 470с
- [311] Марков М.А. О природе материи. М.: Наука. 1976.
- [312] Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М ГИФМЛ 1961. 335с
- [313] Масден Д. Попытки установить соотношение между уравнениями Навье-Стокса и турбулентностью. В кн. Странные аттракторы М.: Мир. 1980. с 7-20
- [314] Маслоу С.А. Неустойчивости и переход в сдвиговых течениях В кн. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности М.: Мир 1984. с 218-270.

- [315] *Мак-Витти*. Анализ космических наблюдений. В кн.: Гравитация и топология. М.: Мир. 1966.
- [316] *Мамчур Е.А.* Когнитивный процесс в контексте представлений с самоорганизации. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [317] *Мартин Н., Ингланд Дж.* Математическая теория энтропии. М.: Мир. 1988. 350с.
- [318] *Маслов В.П.* Асимптотические методы и теория возмущений. М.: Наука. 1988. 310с.
- [319] *Маслов В.П.* Асимптотические методы решения псевдодифференциальных уравнений. М.: Наука. 1987. 406с.
- [320] *Маслов В.П.* Комплексный метод ВКБ в нелинейных уравнениях. М.: Наука. 1977. 384с.
- [321] *Маслов В.П.* Операторные методы. М.: Наука. 1973. 543с.
- [322] *Матвеев Н.М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: ВШ. 1974. 760с.
- [323] *Маханьков Ю.* Материя и взаимодействия. www.n-t.org, 2000.
- [324] *Мельников О.В., Ремесленников В.Н., и др.* Общая алгебра. Том 1. М.: Наука 1990. 590с
- [325] *Менский М.Б.* Квантовая модель мышления и эволюция. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [326] *Месарович М.Д.* Общая теория систем и ее математические основы. В кн. Исследования по общей теории систем. М.: Прогресс. 1969. 165-187с.
- [327] *Мизнер И.* Дифференциальная геометрия и дифференциальная топология. В кн. Гравитация и топология М.: Мир 1966. с 189-264
- [328] *Микусинский Ян Н.* Операторное исчисление изд-во ИЛ. М.: 1956. 365 с
- [329] *Миллер Д.И.* Эфирный ветер. Доклад прочитанный в Вашингтонской академии наук. УФН. 1925. т.5 с 177-185
- [330] *Милн-Томсон Л.М.* Теоретическая гидродинамика. М.: Мир. 1964. 655с.
- [331] *Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б.* Интегральные многообразия в нелинейной механике. М.: Наука. ГРФМЛ. 1973. 512с.
- [332] *Михлин С.Г.* Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. М.: ГИФМЛ. 1962. 254с.
- [333] *Мишина А.П., Проскураков И.В.* Высшая алгебра. М.: Наука. 1965. 300с.
- [334] *Мищенко А.С., Фоменко А.Т.* Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: Факториал Пресс 2000. 448с
- [335] *Можен Ж.* Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир. 1991. 560с.
- [336] *Мозер Ю.* Лекции о гамильтоновых системах. М.: Мир. 1973. 167с
- [337] *Молчанов Ю.Б.* Труды Международного общества по изучению Времени. В кн. Вопросы философии 1977. том 5 с 159-166
- [338] *Молчанов Ю.Б.* Четыре концепции времени в философии и физике М.: Наука 1977. 192с
- [339] *Монин А.Б., Яглом А.М.* Статистическая гидродинамика. М.: Наука. 1965. Часть I. 1967. Часть II.
- [340] *Морен К.* Методы гильбертова пространства. М.: Мир. 1965. 570с.
- [341] *Монин А.С., Яглом А.М.* Механика турбулентности В кн. Механика в СССР за 50 лет. Том 2 Механика жидкости и газа М.: Наука 1970. с 461-506
- [342] *Московский А.В., Мирзалис И.В.* Сознание и физический мир. В кн. Сознание и физический мир. Вып. 1. М.: 1995. 8-36с.
- [343] *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир. 1990. 312с.
- [344] *Муслишвили Н.И.* Сингулярные интегральные уравнения. М.: ГИФМЛ. 1962. 600с.
- [345] *Мушин Л.* Планеты и жизнь. Молодая гвардия. М.: 1984. 190с

- [346] Мучник Г.Ф. Порядок и хаос. "Наука и жизнь" № 3, 1988.
- [347] Мучник Г.Ф. Упорядоченный беспорядок, управляемые неустойчивости. "Химия и жизнь", № 5, 1985.
- [348] Навицкий В. "Камень преткновения в физике". www.n-t.org, 1999.
- [349] Найфе А. Введение в методы возмущений. М.: Мир. 1984.535с.
- [350] Наливкин Д.В. Ураганы, бури, смерчи. Л.: Наука. 1969. 488с
- [351] Налимов В.В, Дрогалина Ж.А. Реальность нереального. М.: Мир идей. 1995. 430с.
- [352] Некрасов А.И. Диффузия вихря. Собр.соч. М.: Изд. АН СССР 1961. т.1
- [353] Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Из-во АН СССР 1947. 258с.
- [354] Нильс Бор. Атомная физика и человеческое познание. М.: Ил. 1961. 150с.
- [355] Нильсон Н. Принципы искусственного интеллекта. М.: Радио и связь. 1985.
- [356] Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: 1979.
- [357] Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. М.: Мир. 1990.
- [358] Николис Дж. Динамика иерархических систем. М.: Мир. 1987. 486с.
- [359] Новаку В. Введение в электродинамику. М.: Ил. 1963. 304с.
- [360] Носков Н. Начала новой натуральной философии. www.n-t.org, 1999.
- [361] Носков Н. Общего принципа основательности не существует. Наука Казахстана, № 20 (56), 1995.
- [362] Носков Н. Свет, фотоны, скорость света, эфир и другие "банальности". Наука Казахстана, № 5 (65), 1996.
- [363] Носков Н. Столетняя эфирная война. Наука Казахстана, № 21 (105), 1997.
- [364] Носков Н. Философия физики. www.n-t.org, 2001.
- [365] Ньютон И. Математические начала натуральной философии СПб. 1915-1916. Изв. Николаев. Мор.акад. вып 4.5
- [366] Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. М.: Мир. 1989. 323с.
- [367] Обузов А.М. Нелинейные системы гидродинамического типа. М.: Наука. 1974.
- [368] Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука. 1978. 400с.
- [369] Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции. М.: Наука. 1978. 375с.
- [370] Олейник О.А. Разрывные решения нелинейных дифференциальных уравнений. УМН. 12. N3. 1957. 3-73с.
- [371] Орлов Ю.Ф. Асимптотическая теория корабельных волн. В кн: Некорректные задачи теории возмущений. Новосибирск: Наука. 1984. с 147-167
- [372] Орлов Ю.Ф. Асимптотические методы в пространственных задачах обтекания тел вблизи свободной или твердой поверхности. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Иркутск. Иркутский вычислительный центр СО АН СССР. 1991.
- [373] Орлов Ю.Ф. Потенциал ускорений в гидродинамике корабельных волн. Новосибирск: Наука. 1979. 214с.
- [374] Орлов Ю.Ф. Теория потенциала ускорений и асимптотические методы. Асимптотические методы. Задачи и модели механики. Новосибирск: Наука. 1987. с 6-38.
- [375] Осуга С. Обработка знаний. М.: Мир. 1989. 292с.
- [376] Пайс А. Динамическая симметрия в физике элементарных частиц. В кн. Теория групп и элементарные частицы. М.: Мир 1967.
- [377] Пайос Д-р. Оккультизм. М.: Селена. 1994 г., 512 с.

- [378] *Панченков А.Н.* Энтропия. Изд. ИНТЕЛСЕРВИС. Н.Новгород. 1999. 589с.
- [379] *Панченков А.Н.* Основы теории предельной корректности. М.: Наука. 1976. 240с.
- [380] *Панченков А.Н.* Теория потенциала ускорений. Иркутск: Из. ИГУ 1970. 312с.
- [381] *Панченков А.Н.* Теория потенциала ускорений. Новосибирск: Наука. 1975. 222с.
- [382] *Панченков А.Н.* Двадцать лекций по теории предельной корректности. Иркутск: ИГУ. 1973. 360с.
- [383] *Панченков А.Н.* Гидродинамика подводного крыла. Киев: Наукова думка. 1965. 550с.
- [384] *Панченков А.Н.* Теория оптимальной несущей поверхности. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1983. 256с.
- [385] *Панченков А.Н.* Асимптотические методы в экстремальных задачах механики. Новосибирск: Наука. 1982. 215с.
- [386] *Панченков А.Н. Ружников Г.М. и др.* Асимптотические методы в задачах оптимального проектирования и управления движением. Новосибирск: Наука. 1990. 265с.
- [387] *Панченков А.Н., Ивченко В.М. и др.* Задачи и методы гидродинамики подводных крыльев и винтов. Киев Наукова думка. 1966. 158с
- [388] *Панченков А.Н., Орлов Ю.Ф. и др.* Математическая технология пакета прикладных программ "Полет". Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1983. 232с.
- [389] *Панченков А.Н.* Гидродинамика подводного крыла. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. Киев. Институт гидромеханики АН УССР. 1964.
- [390] *Панченков А.Н.* Теория подводного крыла в пространственном потоке. В кн. Гидродинамика судов на подводных крыльях и воздушной подушке. Материалы по обмену опытом. Вып. 61 Л. Судостроение 1964. с 81-93
- [391] *Панченков А.Н.* Асимптотические методы решения задач, корректных в предельном смысле. В кн. Труды 1 республиканской конференции по аэрогидродинамике, тепломассообмену. Изд. Киевского университета. 1969. с 348-351.
- [392] *Панченков А.Н.* Асимптотический принцип оптимальности в теории оптимального управления. Прикладная математика. Иркутск: Из. Иркутского университета 1969. Вып 1 с 34-46.
- [393] *Панченков А.Н.* Вопросы методологии теории больших систем. В кн. Прикладная математика. Вып. 1. Иркутск: ИГУ. 1969. 47-64с.
- [394] *Панченков А.Н.* Движение подводного крыла в жидкости конечной глубины. В кн. Аннотации докладов на выездной сессии ЦП НТО СП. Киев: №2 1962. Л. Судостроение 1963.
- [395] *Панченков А.Н.* Излом экстремалей в экстремальных задачах механики. В кн. Асимптотические методы в механике. Иркутск: Изд-во Вост.Сиб.фил. СО АН СССР. 1983. 5-43с.
- [396] *Панченков А.Н.* Исследование движения подводного крыла вблизи свободной поверхности жидкости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Киев: Институт гидромеханики АН УССР 1962.
- [397] *Панченков А.Н.* Исследование одного класса некорректных экстремальных задач. В кн. Некорректные задачи теории возмущений. Новосибирск: Наука. Сиб.отделение. 1984. 5-44с.
- [398] *Панченков А.Н.* Исследование одной некорректной экстремальной задачи газовой динамики. В кн. Асимптотические методы в механике. Иркутск: Изд-во Вост.Сиб.фил. СО АН СССР. 1980. 4-27с.
- [399] *Панченков А.Н.* Линейные краевые задачи теории потенциала ускоре-

- ний. Материалы конференции по краевым задачам. Казань: Из. КГУ 1970. С 199-204.
- [400] *Панченков А.Н.* Математические и методологические аспекты теории больших систем. В кн.: Теория и методы управления большими системами в энергетике. Иркутск. 1970. 25-48с.
- [401] *Панченков А.Н.* Неклассические задачи и методы теории возмущений. В кн. Гидродинамика больших скоростей. Вып.4 Киев: Наукова думка.1967. с. 9-18 (Доклад на Всемирном конгрессе математиков. Москва. 1966).
- [402] *Панченков А.Н.* Некорректные экстремальные задачи теории оптимальных гидродинамических форм. В кн. Асимптотические методы. Прикладные задачи механики. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1986. 5-46с.
- [403] *Панченков А.Н.* Некоторые задачи и методы гидродинамики больших скоростей. В кн. Современные вопросы гидродинамики. Киев: Наукова думка. 1967. с. 7-20.
- [404] *Панченков А.Н.* Об одном классе некорректных экстремальных задач В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск: Изд-во Вост.Сиб.фил. СО АН СССР. 1981. 4- 17с.
- [405] *Панченков А.Н.* Обобщенные решения некорректных экстремальных задач механики. В кн. Прикладные задачи теории нелинейных колебаний. Горький: Изд-во ГГУ. 1989.
- [406] *Панченков А.Н.* Оптимальная аэродинамическая стабилизация экранопланов. В кн. Прикладные проблемы прочности и пластичности. М.: Товарищество научных изданий КМК. 1997. 163-171с.
- [407] *Панченков А.Н.* Методологические и математические вопросы теории больших систем. В кн. Оптимизация и управление в больших системах энергетики. Том 1. Иркутск: СЭИ. 1970. 35-66с.
- [408] *Панченков А.Н.* Уравнение необходимого условия экстремума одного класса некорректных экстремальных задач. В кн. Методы возмущений в механике. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1982. 146-153с.
- [409] *Панченков А.Н.* Уравнение Гамильтона - Якоби в некорректных экстремальных задачах газовой динамики. В кн. Асимптотические методы. Задачи и модели механики. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1987.
- [410] *Панченков А.Н.* Уравнение Гамильтона - Якоби в некорректных экстремальных задачах механики. В кн. Гидродинамика и оптимальное проектирование транспортных средств. Горький: Изд-во ГПИ. 1985. 5-27с.
- [411] *Панченков А.Н.* Экстремальные задачи управления движением с локальным функционалом. В кн. Проблемы устойчивости движения. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1979. 190-203с.
- [412] *Панченков А.Н.* Экстремальные пограничные слои. В кн. Асимптотические методы. Задачи механики. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение. 1988. 5-90с.
- [413] *Панченков А.Н.* Экстремальные пограничные слои. В кн. Четвертая международная конференция по пограничным и внутренним слоям. Тезисы докладов. Новосибирск: 1986. 104с.
- [414] *Панченков А.Н.* Элементы математической технологии. В кн. Гидродинамика и математическая технология. Горький: Изд-во ГПИ. 1988.
- [415] *Панченков А.Н.* Элементы теории одного класса некорректных экстремальных задач. В кн. Асимптотические методы в механике. Новосибирск: Наука. Сиб.отделение.1983. 3-55с.
- [416] *Панченков А.Н.* Энтропия физических и кибернетических систем. В кн.: Методы управления большими системами. Т.II. Иркутск. 1970. 113-120с.
- [417] *Панченков А.Н., Веселов П.Н.* Канонические уравнения Гамильтона в исследовании вынужденных колебаний автотранспортного средства. В кн. Известия Вузов. Машиностроение. Т.4-6. 1997. 76-82с.

- [418] *Панченков А.Н., Веселов П.Н.* Исследование энергетики колебаний АТС на основе канонических уравнений Гамильтона. В кн. "Проектирование, испытания, эксплуатация, и маркетинг автотранспортной техники". Н.Новгород: НГТУ. 1997.
- [419] *Панченков А.Н., Гильман О.А.* Некорректная экстремальная задача лучистого нагрева осесимметричного тела. В кн. Асимптотические методы в динамике систем. Иркутск: Изд-во Вост.Сиб.фил. СО АН СССР. 1985. 108-133с.
- [420] *Панченков А.Н., Гильман О.А., Данеев А.В.* Многокритериальные задачи теории оптимальных аэродинамических форм. В кн. Асимптотические методы в задачах механики. Иркутск: ИГУ. 1989. с. 5-32.
- [421] *Панченков А.Н., Гурьянов Е.М., Гильман О.А.* Вопросы математической технологии большого интеллектуального пакета программ БИЗОН. В кн. Интеллектуализация программных средств. Новосибирск: Наука. 1990. 104-112с.
- [422] *Панченков А.Н., Гурьянов Е.М.* Вопросы проектирования АСНИ "Бизон" по оптимизации аэродинамических осесимметричных форм. Гидродинамика и оптимальное проектирование. Горький. Из. ГПИ. 1986. с. 6-23.
- [423] *Панченков А.Н.* Процессы самоорганизации в пакетах программ. В кн.: Разработка пакетов прикладных программ. Новосибирск: Наука. 1982. 189-198с.
- [424] *Панченков А.Н.* Распределения в некорректных экстремальных задачах. В кн.: Асимптотические методы в теории систем. Иркутск: ИрНЦ СОАН СССР. 1989. 5-36 с.
- [425] *Панченков А.Н.* Результаты исследования одного класса некорректных экстремальных задач. В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск: Изд-во Вост.Сиб.фил. СО АН СССР. 1982. 5-45с.
- [426] *Панченков А.Н.* Теоретические основы пакета аналитических программ "Лотос" по экстремальным задачам аэродинамических осесимметричных тел. В кн. Гидродинамика и оптимальное проектирование. Горький: изд. ГПИ. 1986. с. 24-41.
- [427] *Панченков А.Н.* Теория мониторинга. В кн. Вестник Нижегородского отделения Российской Академии естественных наук. Н.Новгород: Издательство ННГУ. 1998. 219-233с.
- [428] *Панченков А.Н., Орлов А.Н.* Исследование предельной корректности задач теории корабельных волн. В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск: 1973. Вып.3. с 35-59.
- [429] *Панченков А.Н., Орлов Ю.Ф.* Исследование предельной корректности задач теории корабельных волн. В кн. Асимптотические методы в теории систем. Иркутск: 1973. с 35-59
- [430] *Панченков А.Н., Орлов Ю.Ф., Шлаустас Р.Ю., Борисюк М.Н. Антошкина Г.И., Мищенко В.Д.* Построение асимптотических алгоритмов в пакете прикладных программ "Полет" В кн: Некорректные задачи теории возмущений. Новосибирск: Наука 1984. с 5-44.
- [431] *Панченков А.Н., Подковырин С.М.* Динамический хаос и процессы восстановления в энтропийной теории мониторинга. Рукопись. Н.Новгород: 2000. 34с
- [432] *Панченков А.Н., Подковырин С.М.* Динамический хаос и процессы восстановления в энтропийной теории мониторинга-2. Рукопись. Н.Новгород: 2000. 33с.
- [433] *Панченков А.Н., Сигалов Г.Ф.* Метод полной аппроксимации в задачах околосвуковой газовой динамике. В кн. Прикладная математика. Вып. 2 Иркутск: СЭН СО АН СССР 1971. с 4-48.
- [434] *Панченков А.Н., Яковлева Т.Н., Лебедев А.В.* Некорректные вариационные задачи квадрупольной теории крыла. В кн. Асимптотические методы в динамике систем. Иркутск: ВСФ СО АН СССР. 1988. 4-27с.

- [435] Паули В. Теория относительности М.: Л. Гостехтеориздат 1947.
- [436] Пенроуз Р. Конформная трактовка бесконечности. . В кн.: Гравитация и топология. М.: Мир. 1966.
- [437] Петкевич В.В. Теоретическая механика. М.: Наука. 1981. 495с.
- [438] Петрашень М.И., Трифонов Е.Д. Применение теории групп к квантовой механике. М.: Наука. 1967. 308с.
- [439] Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: ГИФТЛ. 1961. 400с.
- [440] Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: МГУ. 1984. 295с.
- [441] Петрушенко Л.И. Самодвижение материи в свете кибернетики. М.: Наука. 1971. 289с.
- [442] Печенкин А.А. Школа Андропова как один из источников синергетики в СССР. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [443] Пирс Д. Почти все о волнах. М.: Мир. 1979.
- [444] Пирс. Дж. Символы, сигналы и шумы. М.: Мир. 1967. 332с.
- [445] Проблемы Гильберта. М.: Наука. 1969. 240с.
- [446] Подковырин С.М. Нелинейное взаимодействие в энтропийной теории мониторинга. В кн. Нелинейная акустика твердого тела. Сборник трудов VIII сессии Российского акустического общества. Нижний Новгород: Изд-во общества "Интелсервис". 1998. 277-280с.
- [447] Подковырин С.М. Учет ротора в теории мониторинга. В кн. Вестник ВСИ МВД РФ. Иркутск: ВСИ МВД РФ. N3. 1998. 39-51с.
- [448] Подковырин С.М. Анализ экстремалей в задаче мониторинга. В н. Современность в творчестве вузовской молодежи. Вып. 2 МВД РФ ВСИ Иркутск: 2000. с 182-193.
- [449] Подковырин С.М. Одномерная задача мониторинга. В кн. Вестник ВСИ МВД РФ. Иркутск: ВСИ МВД РФ. N2. 1998. 36-50с.
- [450] Полязов Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. Л.: Изд. ЛГУ. 1985. 536с
- [451] Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: ГИФМЛ. 1961. 311с.
- [452] Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. В кн. Избранные научные труды. Том 3 М.: Наука 1988. 342с.
- [453] Портер У. Современные основания общей теории систем. М.: Наука. ГРФМЛ. 1971.
- [454] Прагер В. Введение в механику сплошной среды. М.: ИЛ. 1963. 311с.
- [455] Пресдорф З. Некоторые классы сингулярных уравнений. М.: Мир. 1979. 493с.
- [456] Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука. 1985.
- [457] Пригожин И., Стенгерс И. Время, Хаос, Квант. М.: Прогресс. 1994. 265с.
- [458] Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М.: Прогресс. 1986.
- [459] Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука. 1981. 800с.
- [460] Пуанкаре Анри. Избранные труды. М.: Наука. Том 1. 1971., Том 2. 1972., Том 3. 1974.
- [461] Пугачев В.С. Введение в теорию вероятности. М.: Наука. 1986. 368с.
- [462] Пункаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.: Л. Гостехиздат 1947.
- [463] Пучко Л.Г. Многомерная медицина. Система самодиагностики и самолечения человека. М.: Книжный дом АНС 2000. 384с.
- [464] Пыхтаев Г.Н. Точные методы вычисления интегралов типа Коши. Новосибирск: Наука. 1980. 118с.
- [465] Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн.

- М.: Наука. 1984. 432с.
- [466] *Радужкевич Л.В.* Курс статистической физики. М.: Просвещение. 1966. 418с.
- [467] Развитие современной физики. М.: Наука. 1964. 330с.
- [468] *Рейссиг Р., Сансоне Г., Конти Р.* Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений. М.: Наука. 1974. 317с.
- [469] *Ректорис К.* Вариационные методы в математической физике и механике. М.: Мир. 1985. 589с.
- [470] *Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.В.* Надежность машин. М.: Высшая школа. 1988. 237с.
- [471] *Риттмайер Р.* Принципы современной математической физики. М.: Мир. 1982. 486с.
- [472] *Розен Р.* Принципы оптимальности в биологии. М.: Мир. 1969. 215с.
- [473] *Рольфс К.* Лекции по теории волн плотности. М.: Мир. 1980.
- [474] *Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С.* Математическое моделирование в биофизике. М.: Наука. 1975. 342с.
- [475] *Рудин У.* Функциональный анализ. М.: Мир. 1975. 440с
- [476] *Румер Ю.Б., Фет А.И.* Теория унитарной симметрии. М.: Наука. 1970. 396с.
- [477] *Рыков А.* Ключ к физике XXI века. www.n-t.org. 2000.
- [478] *Рыков А.* Лженаука XX века. www.n-t.org, 2000.
- [479] *Рыков А.* Нет секрета безынерционного движения и антигравитации. www.n-t.org, 2001.
- [480] *Рыков А.* Разум и Вселенная. www.n-t.org 1999.
- [481] *Рыков А.* Структура вакуума и единство взаимодействий. www.n-t.org, 2000.
- [482] *Рыков А.* Эфир XX века и оригинальное его доказательство. www.n-t.org, 2000.
- [483] *Рыков А.* Эфир есть. www.n-t.org, 2001.
- [484] *Рюэль, Такенс Ф.* О природе турбулентности. В кн. Странные аттракторы М.: Мир. 1981. с 117-151.
- [485] *Садченко К.* Эволюция экономических систем. В кн. Диалоги взаимодействия цивилизаций Востока и Запада: Альтернатива на XXI век. М.: 2001. с 473-479.
- [486] *Садченко К.В.* Эволюция экономических систем на микро и макроэкономических уровнях. В кн.: Эволюционная экономика: проблемы и противоречия теории и практики. М.: Институт экономики РАН, 2001, 149-167 с.
- [487] *Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П.* Режимы с обострением в задачах квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука. 1987. 470с.
- [488] *Сатпрем.* Шри Ауробиндо, или Путешествие сознания. Бишкек: МП "Глобус". 1992. 270с.
- [489] *Сачков Ю.В.* Случайность формообразующая. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [490] *Свешников А.А.* Прикладные методы теории случайных функций. М.: Наука. 1968. 463с.
- [491] *Святсков В.А.* Дифференциальное уравнение необходимого условия экстремума в окрестности слабой особой точки. Дифференциальные уравнения с частными производными. СПб: Из. РГПУ 1992. с 133-140.
- [492] *Святсков В.А.* Исследование дифференциального уравнения необходимого условия экстремума с особой точкой. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Чебоксары: Чувашский государственный педагогический институт. 1995.
- [493] *Святсков В.А.* Исследование достаточных условий экстремума в задаче

- об осесимметричном теле в гиперзвуковом потоке газа. В кн. Гидродинамика и математическая технология. Горький: Из. ГПИ 1988. с 110-121.
- [494] *Святсков В.А.* Решение дифференциального уравнения необходимого условия экстремума в случае слабого экстремального погранслоя. В кн. Прикладные проблемы теории колебаний Н.Новгород ННГУ 1991. С 134-140.
- [495] *Святсков В.А.* Уравнение Гамильтона-Якоби в некорректной экстремальной задаче об осесимметричном теле в гиперзвуковом потоке. В кн. Асимптотические методы. Задачи механики. Новосибирск: Наука 1988. с 106-117.
- [496] *Святсков В.А.* Уравнение Гамильтона-Якоби в экстремальной задаче об осесимметричном теле в гиперзвуковом потоке. В кн. Гидродинамика и оптимальное проектирование. Горький Из. ГПИ 1986. с 76-83.
- [497] *Седов Е. Кузнецов Д.* В начале было слово... Христианское общество "Библия для всех". Санкт-Петербург. 1994. 79с.
- [498] *Седов Е.А.* Взаимосвязь информации В кн. Энергия и физическая энтропия в процессах управления и самоорганизации. Информация и управление. М.: Наука 1986.
- [499] *Седов Е.А.* Эволюция и информация М.: Наука 1976.
- [500] *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. I. II. М.: Наука. 1970.
- [501] *Седов Л.И.* Очерки, связанные с основаниями механики и физики М.: Знание 1983.
- [502] *Серр Ж.-П.* Алгебры Ли и группы Ли. М.: Мир. 1969. 375с.
- [503] *Сигалов Г.Ф.* Метод полной аппроксимации в теории околосвуковых течений. Иркутск: Из. Иркутского университета 1988. 224с.
- [504] *Сигалов Г.Ф.* Метод полной апроксимации в теории околосвуковых течений. Некорректные задачи теории возмущений. Новосибирск Наука 1984 с. 147-167.
- [505] *Симаков К.В.* Измерение реального времени. Вестник РАН, 1998, том 68, № 2, 136-147 с.
- [506] *Сингер С.* Природа шаровой молнии. М.: Мир. 1973. 238с.
- [507] *Синдж Дж.Л.* Тензорные методы в динамике. М.: ГИИЛ. 1947.
- [508] *Славнов Л.А., Фадеев Л.Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука. 1978. 240с.
- [509] *Смирнов Б.М.* Проблема шаровой молнии. М.: Наука. 1988. 124с.
- [510] *Смирнов Б.М.* Физика шаровой молнии. УФН. 1990. т.160 вып. 4 с. 1-46.
- [511] *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский Н.В.* Курс теории вероятности и математической статистики для технических приложений. М.: Наука. 1969. 510с.
- [512] *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики. М.: Наука. 1966. 444с.
- [513] *Сокольников И.С.* Тензорный анализ. М.: Наука. 1971. 374с.
- [514] *Соловьев Н.* Пространство и время. www.n-t.org. 2001.
- [515] *Станюкович К.П.* Гравитационное поле и элементарные частицы. М.: Наука. 1965. 311с.
- [516] *Старр В.П.* Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир. 1971.
- [517] *Стаханов И.Л.* Физическая природа шаровой молнии. М.: Энергоатомиздат. 1985. 150с
- [518] *Степин В.С.* Динамика научного познания как процесс самоорганизации. В кн.: Самоорганизация и наука. Опыт философского осмысления. М.: 1994.
- [519] *Стокер Дж. Дж.* Волны на воде. М.: ИЛ. 1959. 617с.
- [520] *Стрелков С.П.* Введение в теорию колебаний. М.: Наука. 1964. 437с.
- [521] *Суини Х.Л.* Неустойчивости и переход в течении между концентрическими вращающимися цилиндрами. В кн. Гидродинамические неустой-

- чивости и переход к турбулентности М.: Мир 1984. с 169-217.
- [522] *Сулима Г.М., Борисюк М.М., Панченко А.М.* Разподіли в задачах теорії потенціалу прискорень. В кн. Вісник аграрної науки. Вересень. 1998. 82-84с.
- [523] *Сухонос С.И.* Масштабная гармония Вселенной. М.: СОФИЯ. 2000. 308с.
- [524] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука. 1989. 504с.
- [525] *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. 10-е издание. Переработанное и дополненное М.: Высшая школа. 1986. 416с
- [526] *Татур В.Ю.* Тайны нового мышления. М.: Прогресс 1990.
- [527] *ТаунсендЛ.А.* Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: ИЛ. 1959. 399с.
- [528] *Терезулов А.Э.* Исследование одной экстремальной задачи определения формы тела, находящегося в сверхзвуковом потоке газа при ламинарном режиме обтекания. В кн. Гидродинамика и оптимальное проектирование. Горький: ГПИ. 1986. с 61-67.
- [529] *Терезулов А.Э.* Исследование одной экстремальной задачи определения формы тела, находящегося в сверхзвуковом потоке газа при турбулентном режиме обтекания. В кн. Асимптотические методы в динамике систем. Иркутск: ВСФ СО АН СССР. 1985. С 159-173.
- [530] *Терлецкий Я.П.* Статистическая физика. М.: Высшая школа. 1966.
- [531] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука. 1974. 222с.
- [532] *Ткалич В.С.* Аналитическая динамика. Киев: Наукова думка. 1970. 114с.
- [533] *Ткалич В.С.* Квантовая динамика. Киев: Наукова думка. 1974. 180с.
- [534] *Ткалич В.С.* Математические методы оптимизации Киев. КПИ 1974. 91с
- [535] *Томсон Д.Д.* Электричество и материя. М-Л Госиздат. 1928.
- [536] *Трайтон Д.Д., Дэвис П.А.* Неустойчивости в геофизической гидродинамике. В кн. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности М.: Мир 1984 с 271-316.
- [537] Турбулентность, принципы и применения *Под редакцией У. Фроста, Т.Моулдена* М.: Мир 1980. 535 с.
- [538] *Уайтхед А.Н.* Избранные работы по философии. М.: Прогресс 1990. 715с.
- [539] *Уилер Д.* Гравитация, нейтрино и Вселенная. М.: Из. ИЛ. 1962. 153с.
- [540] *Уинтнер А.* Аналитические основы небесной механики. М.: Наука. 1967. 524с.
- [541] *Уотс А.* Книга о табу на знание о том, кто ты есть. София. Киев. 1995. 315с.
- [542] *Успенский П.Д.* TERTIUM ORGANUM Ключ к загадкам мира. СПб.: Андреев и сыновья. 1992. 242с.
- [543] *Успенский П.Д.* Новая модель Вселенной. СПб.: Изд-во Чернышева. 1992. 560с.
- [544] *Успенский П.Д.* Четвертый путь. Книга 1. М.: 1995. 382с.
- [545] *Успенский П.Д.* Четвертый путь. Книга 2. М.: 1995. 383с.
- [546] *Уэммер Дж.* Теория потенциала. М.: Мир. 1980. 134с.
- [547] *Федорюк М.В.* Метод перевала. М.: Наука. 1977. 368с.
- [548] *Фейнман Р.* Характер физических законов. М.: 1968. 199с.
- [549] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сендс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. I, II, III, IV, V, VI, VII. М.: 1977.
- [550] *Фейнман Р., Хибс.* Квантовая механика и интегралы по траектории. М.: Мир. 1968. 382с.
- [551] *Френкель Я.И.* Электродинамика том2 ОНТИ МЛ 1935. 548с.
- [552] *Шабат Б.В.* Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. М.: ГИФМЛ. 1959. 376с.
- [553] *Фукс Б.А., Левин В.И.* Функции комплексного переменного и их прило-

- жения. ГИТТЛ М.: Л. 1951. 307с
- [554] Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М.: Мир. 1967. 544с.
- [555] Хаббард Л.Рон. Дианетика. М.: Воскресенье Нью Эра Паббликашн Групп. 1993. 563с.
- [556] Хазен А.М. Введение меры информации в аксиоматическую базу механики. М.: 1998. 68с.
- [557] Хазен А.М. Законы природы и "справедливое общество". М.: 1998. 112с.
- [558] Хазен А.М. Разум природы и разум человека. М.: 2000. 606с.
- [559] Хайкин С.Э. Физические основы механики. М.: ГИФМЛ. 1962. 770с.
- [560] Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М.: 1991.
- [561] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир. 1980. 404с.
- [562] Хакен Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир. 1985. 420с.
- [563] Хартли Р. Математическая теория связи В кн. Теория информации и ее приложения М.: 1959.
- [564] Хасьминский Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайном возмущении их параметров. М.: Наука. 1969. 367с.
- [565] Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир. 1968. 432с.
- [566] Хединг Дж. Введение в метод фазовых интегралов. М.: Мир. 1965. 237с.
- [567] Хелпер Стивен, Стилл Терри Ли. Монстры и волшебные палочки. Киев. 1995. 285с.
- [568] Хермандер Л. Линейные дифференциальные операторы с частными производными. М.: Мир. 1965. 379с.
- [569] Хермандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Том I. Теория распределений и анализ Фурье. М.: Мир. 1986. 462с.
- [570] Хилл Т. Статистическая механика. М.: ИЛ. 1960. 485с.
- [571] Хокинг С. От большого взрыва до черных дыр. Краткая история времени. М.: Мир. 1990.
- [572] Хотеев В.Х. Конструируем пространство. С-Пб: Прогресс-Погода. 1998. 121с.
- [573] Хуанг Керзон. Статистическая механика. М.: Мир. 1966. 520с.
- [574] Цейтлин З.А. Вихревая теория материи, ее развитие и значение. М.: Гостехиздат. 1928.
- [575] Цянь Сюэ-сень. Физическая механика. М.: Мир. 1965. 544с.
- [576] Чаттерджи С., Датта Д. Индийская философия. М.: Селена. 1994. 416с.
- [577] Черепеников В.Б. Метод функциональных параметров в теории линейных систем дифференциальных уравнений. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Иркутский вычислительный центр СО РАН. 1994.
- [578] Черепеников В.Б. Метод функциональных параметров в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Новосибирск. Наука 1983. 113с
- [579] Черныш В.И. Информационные процессы в обществе. М.: Наука 1968. 102с
- [580] Черчиньяни К.Н. Математические методы в кинетической теории газа. М.: Мир. 1973. 245с.
- [581] Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука. 1987. 238с.
- [582] Шамбадалл П. Развитие и приложение понятия энтропии. М.: Наука. 1967. 27с.
- [583] Шварц Л. Математические методы для физических наук. М.: Мир. 1965.
- [584] Шейман М. Уравнения Риккати, линейные потоки на многообразии ла-

- гов и разложение Брюа. В кн.: Теория систем. Математические методы и моделирование. М.: Мир. 1989. 382с.
- [585] Шен Р. О недавних достижениях в теории уравнений с частными производными, возникающих в дифференциальной геометрии. В кн.: Международный конгресс математиков в Беркли. М.: Мир. 1991. 194-207с.
- [586] Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во ИЛ. 1963. 827с.
- [587] Шилов Г.Е. Математический анализ. Конечномерные линейные пространства. М.: Наука. 1969. 432с.
- [588] Шипов Г.И. Теория Физического Вакуума. М.: 1993. 362с.
- [589] Шипов Г.И. Явления психофизики и теория Физического Вакуума. В кн. Сознание и физический мир. Вып. 1. М.: 1995. 85-109с.
- [590] Шредер М. Фракталы, хаос, степенные ряды РХД. Москва-Ижевск: 2001, 527 с.
- [591] Шустер Г. Детерминистический хаос. М.: Мир. 1988.
- [592] Шуц Б. Геометрические методы математической физики. М.: Мир. 1984. 303с.
- [593] Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур. М.: Мир. 1979.
- [594] Эдвардс Р. Функциональный анализ. М.: Мир. 1969. 1071с.
- [595] Эйнштейн А. Об эфире. Собр. Науч. тр. М.: Наука 1966. т.2 с. 154-160
- [596] Эйнштейн А. Эфир и теория относительности. Собр. Науч.тр. М.: Наука. 1965. т.1 с 682-689.
- [597] Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. М.-Л.: ОГИЗ ГИТТЛ "Гостехиздат". 1948. 267с.
- [598] Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука. ГРФМЛ. 1969. 424с.
- [599] Эстерле О. новое представление о пространстве и времени в рамках целостной парадигмы. www.n-t.org, 2001.
- [600] Эстерле О. Почему жизнь концентрируется при 37°C? www.n-t.org, 2000.
- [601] Эстерле О. Стратегия "золотой середины". www.n-t.org, 2000.
- [602] Эстерле О. Физика чудес загробного мира. www.n-t.org, 1997.
- [603] Эткинс Питер У. Порядок и беспорядок в природе. М.: Мир. 1987.
- [604] Эшби У. Росс. Введение в кибернетику. М.: ИЛ. 1959. 430с.
- [605] Юнг Карл Густав. Тэвистокские лекции. Киев: СИНТО. 1995. 228с.
- [606] Юнг Карл Густав. Дух Меркурий. М.: Канон. 1996. 380с.
- [607] Юнг Карл Густав. О психологии восточных религий и философий. М.: Медиум. 1994. 254с.
- [608] Юнг Карл Густав. Ответ иову. М.: Канон. 1995. 352с.
- [609] Юнг Карл Густав. Психология бессознательного. М.: Канон. 1994. 318с.
- [610] Юнг Томас. Существует ли Эфир? О теории света и цветов. www.n-t.org, 1999.
- [611] Юрьев Б.Н. Опыт новой формулировки основных законов механики Ньютона. М Изд. АН СССР. 1952. 114с.
- [612] Яблонский А.А. Норейко С.С. Курс теории колебаний. М.: Высшая школа. 1966. 254с.
- [613] Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. М.: Наука. 1973. 512с.
- [614] Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами. М.: Наука. 1972. 718с.
- [615] Акушев Б. Проблема эволюции Вселенной. www.n-t.org, 1999.
- [616] Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. М.: Мир. 1974. 488с.
- [617] Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука. 342с.

Содержание

Предисловие	7
Основные символы	11
Пролог	15
§1. Введение.....	15
§2. Постулаты естествознания.....	18
§3. Объект исследования.....	18
§4. Принцип максимума энтропии.....	19
§5. Что такое энтропия.....	20
§6. Двойственность представления энтропии.....	22
§7. Энтропийные многообразия.....	26
§8. Универсум.....	33
§9. Истоки.....	35
§10. История экстремального пограничного слоя.....	36
Раздел I. Экстремальный пограничный слой	40
Глава I. Аксиоматическая база экстремального пограничного слоя	41
§1. Виртуальная сплошная среда.....	41
§2. Комплексное фазовое пространство.....	42
§3. Энтропийное многообразие.....	43
§4. Объект хаотической механики — экстремальный пограничный слой.....	44
§5. Универсум.....	45
§6. Инвариантность экстремального пограничного слоя.....	45
§7. Уравнение структурной энтропии.....	46
§8. Энтропийное время.....	46
§9. Постулат предельной некорректности.....	47
§10. Заключение.....	49

Глава II. Концептуальные элементы хаотической механики 51

- §1. Постулат предельной некорректности-2 51
- §2. Задача эволюции 52
- §3. Понятие предельной корректности 54
- §4. Двойственность представления виртуальной сплошной среды 54
- §5. Разрушение Гильбертова поля 57
- §6. Диффеоморфизм энтропийных многообразий 58
- §7. Энтропия — мера упорядоченности виртуальной сплошной среды 59
- §8. Энтропия — мера 63
- §9. Мера экстремального пограничного слоя 66
- §10. Заключение 66

Раздел II. Слабый экстремальный пограничный слой 68**Глава III. Начала теории слабого экстремального пограничного слоя 69**

- §1. Исходные сведения 69
- §2. Структура слабого экстремального пограничного слоя 71
- §3. Постулаты и аксиомы слабого экстремального пограничного слоя 72
- §4. Уравнение структурной энтропии 74
- §5. Уравнение ядра Гильбертова поля 75
- §6. Уравнение ядра экстремального пограничного слоя 76
- §7. Гельмгольцево представление матрицы плотности импульса 77
- §8. Распределения 78
- §9. Теорема матрицы плотности импульса 82
- §10. Заключение 85

Глава IV. Развитие теории слабого экстремального пограничного слоя 86

§1. Двумерная задача	86
§2. Теорема хаотического инварианта	88
§3. Обобщенная координата	90
§4. Внутреннее время	92
§5. Диффузионное описание	98
§6. Диффузионное поле	101
§7. Потенциалы импульса	102
§8. Сферический поток	105
§9. Поток сдвига	107
§10. Заключение	110

Глава V. Завершение теории слабого экстремального пограничного слоя

§1. Дивергентный инвариант потока сдвига	111
§2. Поток ротора	113
§3. Калибровочный поток	115
§4. Анализ уравнения дивергентного инварианта	118
§5. Модельный пример	119
§6. Семантика слабого экстремального пограничного слоя	120
§7. Уравнение диффузии	123
§8. Калибровочные поля	125
§9. Двумерная задача	129
§10. Заключение	131

Раздел III. Нормальный экстремальный пограничный слой

Глава VI. Элементы теории нормального пограничного слоя

§1. Нормальные координаты	134
§2. Когерентность и нормальность	136
§3. Комплексное фазовое пространство	137
§4. Два способа учета диссипации	140

§5. Самоорганизуемая сплошная среда.....	143
§6. Калибровочные структуры. Принцип компенсации.....	147
§7. Поток на энтропийном многообразии	149
§8. Структура решений уравнения плотности импульса.....	152
§9. Модельное уравнение	155
§10. Заключение	159

Глава VII. Трехмерные задачи нормального экстремального пограничного слоя.....161

§1. Уравнение плотности импульса	161
§2. Уравнение структурной энтропии.....	164
§3. Взаимодействие трех волн в недиссипативной опорной среде	165
§4. Решение уравнения плотности импульса	167
§5. Взрывная неустойчивость. Основные уравнения ..	169
§6. Частные случаи	169
§7. Уравнения Стенфло-Вильгельмсона	171
§8. Необходимые условия взрывной неустойчивости .	172
§9. Семантика взрывной неустойчивости.....	174
§10. Заключение	175

Глава VIII. Странный аттрактор Лоренца 177

§1. Исходные сведения.....	177
§2. Уравнение плотности импульса	180
§3. Уравнение гиперболичности	181
§4. Синхронизация гиперболической структуры	181
§5. Предельное состояние	183
§6. Виды потоков	188
§7. Ламинарный поток.....	190
§8. Турбулентный поток.....	192
§9. Переход ламинарного потока в турбулентный	195
§10. Заключение	200

Раздел IV. Внутреннее время 202**Глава IX. Хаос и внутреннее время 203**

- §1. Энтропийное внутреннее время 203
- §2. Ретроспектива 207
- §3. Гидродинамическая интерпретация 210
- §4. Два импульса 214
- §5. Трехмерные задачи 221
- §6. Теорема двойственности состояния 226
- §7. Странный аттрактор 231
- §8. Связь с распределениями 235
- §9. Хаотический импульс 238
- §10. Заключение 241

Глава X. Тепловые структуры 244

- §1. Режимы с обострением 244
- §2. Одномерное особое комплексное Гильбертово поле 247
- §3. Конгруэнция 248
- §4. Модель тепловых структур 249
- §5. Два состояния ЭПС 250
- §6. Порядковое уравнение хаоса 253
- §7. Диффузионный хаос 254
- §8. Энтропийная группа 255
- §9. Тепловые структуры 259
- §10. Заключение 262

Глава XI. Солитон 264

- §1. Общие сведения 264
- §2. Временная симметрия 266
- §3. Одномерное особое комплексное Гильбертово поле 268
- §4. Организованная сплошная среда 269
- §5. Генератор группы 270
- §6. Уравнение плотности импульса 272

§7. Характерные решения.....	273
§8. Уравнение импульса	274
§9. Компенсация	275
§10. Заключение	278

Раздел V. Калибровочный хаос.....280

Глава XII. Двойственность описания 281

§1. Разрушение импульса.....	281
§2. Формулировка проблемы двойственности описания	286
§3. Организованная среда.....	289
§4. Другая интерпретация энтропийной группы.....	295
§5. Познавательная модель	297
§6. Гармонический осциллятор	299
§7. Свободное движение	303
§8. Диффузия	305
§9. Суперпозиция	307
§10. Заключение	308

Глава XIII. Диффузия 310

§1. Диффузия и классическая механика	310
§2. Некорректная экстремальная задача теории энтропии	313
§3. Градиентные уравнения энтропии	317
§4. Структурная энтропия — потенциал импульса ...	319
§5. Диффузионное поле	328
§6. Формулировка проблемы.....	336
§7. Плоский вихрь	338
§8. Третья среда	341
§9. Два состояния.....	343
§10. Заключение	347

Глава XIV. Калибровочный хаос 349

§1. Калибровочная структура.....	349
----------------------------------	-----

§2. Хаотические колебания	352
§3. Фрагмент теории энтропийной группы	356
§4. Потенциал ускорений	358
§5. Диффузионный хаос	362
§6. Включение гамильтониана	366
§7. Диссипативная среда	369
§8. Две среды	374
§9. Анализ диссипативной среды	376
§10. Заключение	378

Раздел VI. Турбулентность 379

Глава XV. Гиперболическое многообразие 380

§1. Проблема турбулентности — краткое обсуждение	380
§2. Гиперболические калибровочные структуры	383
§3. Инвариантность потенциала импульса	385
§4. Закон сохранения потенциала ускорений	387
§5. Групповое решение. Условие сплошности	389
§6. Диффузионный хаос	392
§7. Сужение особого Гильбертова поля	397
§8. Возмущенный потенциал импульса	399
§9. Многообразие потенциала ускорений	404
§10. Заключение	409

Глава XVI. Механизмы турбулентности 410

§1. Вихрь и диссипация	410
§2. Три сущности	413
§3. Комплексные уравнения Навье-Стокса	414
§4. Два сценария возникновения турбулентности	416
§5. Асимптотика потока	417
§6. Импульс	419
§7. Два метода описания	420
§8. Первая задача	422

§9. Сценарий возникновения турбулентности	425
§10. Заключение	426
Глава XVII. Снопы	428
§1. Сноп	428
§2. Ортогональный поток	430
§3. Инварианты снопа	434
§4. Расширение на многообразии потенциала ускорений	439
§5. Потенциал плотности импульса	441
§6. Предельное состояние	444
§7. Инвариант уравнений Навье-Стокса	447
§8. Характерные примеры	451
§9. Другой вид уравнений Навье-Стокса	453
§10. Заключение	454
Глава XVIII. Турбулентный поток в канале	457
§1. Постановка задачи	457
§2. Ламинарный поток	462
§3. Турбулентные пульсации	468
§4. Уравнение ядра экстремального пограничного слоя	470
§5. Логарифмический потенциал турбулентного потока: частный случай	472
§6. Структурный пакет	476
§7. Турбулентные пульсации-2	478
§8. Фундаментальные состояния	480
§9. Общее представление потенциала ускорений	483
§10. Заключение	484
Глава XIX. Трёхмерный поток	486
§1. Общий вид потенциала ускорений	486
§2. Фундаментальные структуры	489
§3. Поток на гиперболическом многообразии	489
§4. Характерная задача	491

§5. Сведение к одномерной задаче	493
§6. Плоская задача	494
§7. Двумерная калибровочная структура-фрагмент ..	496
§8. Трехмерная фундаментальная структура	498
§9. Простейшая задача	499
§10. Заключение	501

Раздел VII. Энтропийный мир 504

Глава XX. Энтропийное время 505

§1. Две концепции времени	505
§2. Аксиомы Времени	507
§3. Физический и Эзотерический Миры	508
§4. Комплексное темпоральное пространство	510
§5. Непроявленная сплошная среда	514
§6. Комплексное конфигурационное пространство ...	515
§7. Энтропийное время	516
§8. Онтология	517
§9. Энтропийный мир	518
§10. Заключение	521

Глава XXI. Темпоральное пространство 523

§1. Пространство Минковского	523
§2. Фрагмент теории энтропийной группы	526
§3. Основные уравнения	530
§4. Определяющие уравнения	534
§5. Гамильтоновы структуры — фрагмент теории ...	535
§6. Отсоединение импульса	537
§7. Двойственные структуры	541
§8. Формирование пространств Минковского	543
§9. Глобальная симметрия	547
§10. Заключение	550

Глава XXII. Поля и потоки инерции 553

§1. Исходная математическая модель	553
§2. Канонические уравнения.....	557
§3. Поток инерции на Гильбертовом поле.....	561
§4. Существование в потоке инерции существенно особой точки	563
§5. Потенциал инерции	567
§6. Характерная задача теории инерции	570
§7. Анализ решения.....	571
§8. Нестационарный поток инерции	575
§9. Поле инерции	576
§10. Заключение	577
Глава XXIII. Уникальный экстремальный пограничный слой	579
§1. Предварительное обсуждение.....	579
§2. Существенно особая точка Гильбертова поля.....	581
§3. Характерный случай	584
§4. Одно обобщение.....	585
§5. Двойственность описания.....	586
§6. Локальная инвариантность ядра ЭПС.....	589
§7. Простой полюс	590
§8. Гипотеза расширения потоков	592
§9. Краевая задача.....	594
§10. Заключение	598
Глава XXIV. Этюды гравитации	600
§1. Ньютонова гравитация.....	600
§2. Гравитация с существенно особой точкой	604
§3. Определение уникального гравитационного поля ..	605
§4. Гравитационное взаимодействие.....	606
§5. Центральнo-симметричное гравитационное поле..	608
§6. Специальный случай	610
§7. Учет ньютоновой гравитации.....	611

§8. Ньютонова и энтропийная гравитация.....	611
§9. Гравитационный хаос.....	612
§10. Заключение.....	614
Глава XXV. Энтропийные полюс-поля.....	616
§1. Градиентные полюс-поля.....	616
§2. Фундаментальное решение.....	618
§3. Калибровочные структуры.....	620
§4. Опорный потенциал ускорений.....	622
§5. Введение энтропийного многообразия.....	624
§6. Познавательный пример.....	625
§7. Потенциал расширения.....	628
§8. Потенциал энтропийной группы.....	629
§9. Общее представление потенциала ускорений.....	630
§10. Заключение.....	632
Глава XXVI. Классификация.....	634
§1. Актуальность проблемы классификации.....	634
§2. Общая классификация.....	636
§3. Электромагнитные поля и поля диффузии.....	638
§4. Поля массы.....	642
§5. Неньютоновы силы.....	644
§6. Анализ полей.....	647
§7. Энтропийное время.....	649
§8. Инвариантное темпоральное пространство.....	653
§9. Онтология.....	655
§10. Заключение.....	657
Эпилог.....	658
§1. Принцип максимума энтропии Панченкова и принцип Гамильтона.....	658
§2. Что такое структурная энтропия.....	664
§3. Комплексные пространства.....	666

§4. Два времени.....	667
§5. Темпоральное пространство	668
§6. Энтропия, время, информация.....	670
§7. Калибровочные симметрии	672
§8. Мультипликативный хаос.....	674
§9. Энтропийная непрерывная группа	676
§10. Заключение	678
Список литературы	679
Содержание	701

Адреса для заказа и покупки книги

Россия

603000 г. Нижний Новгород
ул. М. Горького д. 148 кв. 26
Панченков Анатолий Николаевич
телефон (8-312) 37-92-04

664005 г. Иркутск
ул. Джамбула д. 6 кв. 22
Данеев Алексей Васильевич
телефон (8-395-2) 28-28-84

Украина

202002 г. Киев-2
ул. Никольско-Слагодская д. 4^б кв. 33
Борисюк Мирослава Николаевна
телефон (8-044) 516-70-52

Научное издание

Панченков Анатолий Николаевич
ЭНТРОПИЯ-2: Хаотическая механика

Редакторы Г.К. Сорокин, С.М. Подковырин
Компьютерный набор и верстка Л.Н. Тащилина, С.М. Подковырин

Подписано в печать 15.06.2002. Формат 60 x 90 1/16. Бумага офсетная №1.
Печать офсетная. Печ.л. 44.5. Тираж 1000 экз. Заказ № 1308

Издательство ТОО Общество "Интелсервис"
603074, г. Нижний Новгород, ул. Шалапина, 8-15.
ЛР № 071073 от 22.07.94

Отпечатано с готовых диапозитивов в ГУП «Марийский полиграфическо-
издательский комбинат», 424000, г. Йошкар-Ола, ул. Комсомольская, 112

